

# Índice General

<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Modelos matemáticos . . . . .	2
1.2 Caos . . . . .	4
1.3 Interacción y sincronización . . . . .	5
1.4 Aprendizaje . . . . .	5
<b>2 Sistemas globalmente acoplados</b>	<b>7</b>
2.1 Mapa logístico . . . . .	7
2.1.1 Dependencia de la dinámica con el parámetro $\eta$ . . . . .	8
2.2 Mapas acoplados . . . . .	10
2.2.1 Mapas globalmente acoplados . . . . .	11
2.3 Sistemas inhomogéneos . . . . .	14
<b>3 Aprendizaje global</b>	<b>17</b>
3.1 Modelo Global . . . . .	17
3.2 Resultados . . . . .	18
3.2.1 Transición de aprendizaje . . . . .	20
3.2.2 Tiempos de aprendizaje . . . . .	24
3.3 Conclusiones . . . . .	26
<b>4 Aprendizaje local</b>	<b>27</b>
4.1 Modelo local . . . . .	27
4.2 Resultados numéricos . . . . .	29
4.3 Análisis y discusión . . . . .	31
4.3.1 Evolución temporal . . . . .	31
4.3.2 Diagrama de fases. . . . .	32
4.3.3 Tiempos de aprendizaje . . . . .	36
4.3.4 Cálculo de $u$ mínimo . . . . .	42
4.4 Conclusiones . . . . .	47
<b>5 Conclusiones</b>	<b>48</b>

<b>A Simulaciones numéricas</b>	<b>51</b>
A.1 Generalidades . . . . .	51
A.2 Tiempos de aprendizaje . . . . .	51
A.3 Implementación del modelo global . . . . .	52
A.3.1 Método head & list . . . . .	52

Encontramos en la naturaleza una amplia variedad de sistemas formados por un conjunto de unidades interactuantes. Estos sistemas presentan una dinámica compleja que surge de la dinámica individual más la interacción entre los elementos que los componen.

Los sistemas dinámicos acoplados son un recurso imprescindible para modelar el comportamiento macroscópico de este tipo de sistemas complejos. Según el tipo de sistema que pretende modelarse existe una amplia clase de posibilidades tanto para la evolución individual como para la interacción entre elementos. Generalmente se tiene un conjunto de unidades dinámicas idénticas, que pueden modelarse con distintas herramientas matemáticas como veremos más adelante. A su vez, el rango de interacción entre elementos puede variar desde escalas locales hasta rangos del orden del tamaño del sistema. En este último caso las interacciones son de largo alcance y por lo tanto el modelo apropiado para describir este tipo de sistema es un conjunto de elementos interactuantes globalmente acoplados. En este tipo de modelo la variable espacial individual deja de ser relevante en la dinámica del sistema. Algunos ejemplos de estos sistemas que pueden mencionarse son: redes neuronales [1, 2], reacciones químicas de superficie, poblaciones de insectos, entre otros.

El comportamiento colectivo característico de sistemas globalmente acoplados es la sincronización. En este caso los elementos tienen una evolución idéntica. Como veremos, esta situación es alcanzada para valores adecuados del acoplamiento del sistema. Para otros valores el sistema puede tener un comportamiento incoherente donde la evolución de los elementos no tiene correlación. Existe entonces un valor crítico del acoplamiento del sistema para el cual surge la sincronización [3].

Es de interés entonces plantear la posibilidad de que un sistema "aprenda" a alcanzar un tipo de evolución determinada. Más concretamente, la