
Contenido

Prólogo	vii
Introducción	1
A. Conjuntos	1
B. Relaciones de equivalencia	4
C. Funciones	8
<i>Ejercicios</i>	13
1. Sistemas de ecuaciones lineales y matrices	19
1. Sistemas de ecuaciones lineales	20
1.1 Sistemas equivalentes y el método de eliminación	24
<i>Ejercicios</i>	28
2. El método de eliminación de Gauss-Jordan	30
2.1 Matrices y sistemas de ecuaciones	32
2.2 Operaciones elementales en las líneas de una matriz	36
2.3 El método de eliminación Gaussiana	38
2.4 Sistemas homogéneos de ecuaciones lineales	47
<i>Ejercicios</i>	50
3. Matrices I: Operaciones con matrices	55
3.1 Suma y producto por un escalar	56
3.2 Producto de matrices	58
3.3 Partición de matrices	64
3.4 La solución de un sistema no homogéneo de ecuaciones lineales	70
<i>Ejercicios</i>	73
4. Matrices II: Inversibilidad	80
4.1 Definiciones y resultados preliminares	81

4.2	Matrices elementales	87
4.3	Evaluación de A^{-1}	91
4.4	Más sobre inversibilidad	94
	<i>Ejercicios</i>	98

2. Determinantes 106

1.	Permutaciones	106
	<i>Ejercicios</i>	115
2.	Definición y propiedades	118
2.1	Definición de determinante	119
2.2	Propiedades	122
2.3	Operaciones elementales y determinantes	126
	<i>Ejercicios</i>	134
3.	El determinante de un producto de matrices	139
	<i>Ejercicios</i>	143
4.	Desarrollo por cofactores	145
	<i>Ejercicios</i>	156
5.	La adjunta de una matriz	160
5.1	Una fórmula para la inversa	162
5.2	La regla de Cramer	165
	<i>Ejercicios</i>	167
Apéndice.	El determinante de Vandermonde	172
	<i>Ejercicios</i>	174

3. Espacios vectoriales 176

1.	Definición y observaciones preliminares	178
	<i>Ejercicios</i>	182
2.	Ejemplos de espacios vectoriales	184
2.1	El espacio \mathbf{R}^n	184
2.2	El espacio P_n	192
2.3	El espacio $M_{m \times n}$	193
2.4	El espacio $F(I)$	193
	<i>Ejercicios</i>	195

3.	Subespacios	198
3.1	Subespacios generados por un conjunto de vectores	206
3.2	Operaciones con subespacios	209
	<i>Ejercicios</i>	214
4.	Dependencia e independencia lineal	218
	<i>Ejercicios</i>	226
5.	Bases y dimensión	229
	<i>Ejercicios</i>	245
6.	Coordenadas	248
6.1	Cambios de base	251
6.2	Isomorfismos de espacios vectoriales	258
	<i>Ejercicios</i>	264
7.	El espacio línea de una matriz	267
	<i>Ejercicios</i>	275

4. Transformaciones lineales 277

1.	Definición y ejemplos	278
	<i>Ejercicios</i>	285
2.	Núcleo e imagen	288
2.1	Definición	288
2.2	El teorema de la dimensión	294
	<i>Ejercicios</i>	297
3.	Representación por medio de matrices	299
3.1	La matriz asociada a una transformación lineal	301
3.2	Cambios de bases	313
	<i>Ejercicios</i>	316
4.	Semejanza	320
	<i>Ejercicios</i>	323
5.	Operaciones con transformaciones lineales	331
5.1	Suma y producto por escalares	331

5.2 Composición	337
Apéndice. Álgebras reales	341
<i>Ejercicios</i>	343
6. Inversa de una transformación lineal	347
Apéndice. Una aplicación al cálculo de antiderivadas	358
<i>Ejercicios</i>	364
7. Aplicaciones a la teoría de sistemas de ecuaciones lineales	366
7.1 Rango de una matriz	366
7.2 Condiciones de consistencia de un sistema de ecuaciones	371
<i>Ejercicios</i>	374
Apéndice I. Funcionales lineales	376
AI.1 El espacio dual y el bidual	377
AI.2 La transpuesta de una transformación lineal	381
AI.3 Hiperespacios e hiperplanos	383
<i>Ejercicios</i>	387
Apéndice II. Espacios cociente	389
<i>Ejercicios</i>	400
5. Espacios con producto interno	401
1. Definición y ejemplos	404
<i>Ejercicios</i>	411
2. Norma y distancia	414
<i>Ejercicios</i>	419
3. Ángulo entre dos vectores. Ortogonalidad	429
3.1 Ángulo entre dos vectores	430
3.2 Conjuntos ortonormales	433
<i>Ejercicios</i>	439
4. Bases ortonormales	443
4.1 El proceso de Gram-Schmidt	445
4.2 Matrices ortogonales	454

4.3 Complementos ortogonales	456
Apéndice. El método de mínimos cuadrados	461
<i>Ejercicios</i>	470
5. Transformaciones ortogonales	477
<i>Ejercicios</i>	485
Apéndice. Funcionales lineales en espacios con producto interno	488
<i>Ejercicios</i>	492
6. Valores y vectores propios	494
1. Definición y resultados preliminares	496
1.1 Valores propios	498
1.2 Vectores propios. Espacios propios	501
<i>Ejercicios</i>	507
2. Diagonalización	518
<i>Ejercicios</i>	530
3. El polinomio mínimo de una matriz y el teorema de Hamilton-Cayley	534
<i>Ejercicios</i>	548
4. Diagonalización ortogonal	551
<i>Ejercicios</i>	561
Apéndice. Sobre la teoría de gráficas	562
A.1 Algunas definiciones preliminares	563
A.2 Gráficas y matrices	565
A.3 Caminos	569
A.4 El espectro de una gráfica	574
A.5 Una cota para el espectro	577
A.6 El teorema de Sachs	581
<i>Ejercicios</i>	588
7. Formas bilineales y cuadráticas	591
1. Formas bilineales	591
1.1 La matriz asociada a una forma bilineal	594

1.2	Cambio de base. Rango de una forma bilineal	597
1.3	El espacio de formas bilineales	599
	<i>Ejercicios</i>	602
2.	Formas cuadráticas	607
2.1	Reducción a una suma de cuadrados	610
2.2	La ley de la inercia	617
2.3	Formas definidas positivas y definidas negativas	621
	<i>Ejercicios</i>	629
3.	Parábolas, elipses, hipérbolas, etc.	635
3.1	Reducción de la ecuación general de segundo grado a la forma canónica	646
3.2	Construcción de la gráfica de una ecuación general de segundo grado	659
	<i>Ejercicio</i>	669
4.	Paraboloides, elipsoides, hiperboloides, etc.	671
	<i>Ejercicios</i>	682
	Respuestas y soluciones a ejercicios seleccionados	685
	Referencias bibliográficas	775
	Índice alfabético	777