

ÍNDICE

Página

A los Lectores	v
CAPÍTULO 1. ALGUNOS RESULTADOS BÁSICOS DEL ÁLGEBRA LINEAL	1
§1. Notación	1
§2. Determinantes y Formas Cuadráticas	2
§3. Subespacios	5
§4. Operadores y Formas Lineales	5
§5. La Traza de una Matriz	7
§6. Independencia Lineal, Bases y Dimensión	7
CAPÍTULO 2. ESPACIOS PREHILBERTIANOS	11
§1. Definición de Producto Escalar y de Espacio Prehilbertiano	11
§2. Ejemplos de Espacios Prehilbertianos	13
§3. La Desigualdad de Schwarz. La Norma Proveniente de un Producto Escalar	14
§4. Una Aplicación de la Desigualdad de Cauchy-Schwarz	17
§5. El Espacio \mathcal{L}^2	17
CAPÍTULO 3. GEOMETRÍA DE LOS ESPACIOS PREHILBERTIANOS	21
§1. La Ley del Paralelogramo	21
§2. La Forma Cuadrática Asociada a un Producto Escalar y Espacios Prehilbertianos de Dimensión Finita	22
§3. La Esfera Unidad en Espacios Prehilbertianos	24
§4. La Métrica de un Espacio Normado	25
§5. Caracterización de los Espacios Prehilbertianos	28
§6. Una Aplicación del Teorema de Jordan-von Neumann	30
CAPÍTULO 4. ORTOGONALIDAD	35
§1. Definición y Ejemplos	35
§2. Familias Ortonormales	37
§3. Propiedades de Ortogonalidad	37
§4. Procedimientos de Ortogonalización de Gram- Schmidt	39
§5. Polinomios de Legendre	41

CAPÍTULO 5. ESPACIOS DE HILBERT.....	47
§1. La Definición de Espacio de Hilbert.....	47
§2. Completitud de los Espacios Prehilbertianos de Dimensión Finita.....	47
§3. Completitud del Espacio l^2	49
§4. El Espacio $L^2(I)$	50
§5. Un Ejemplo.....	52
 CAPÍTULO 6. EL TEOREMA DE PROYECCIÓN.....	55
§1. El Lema de F. Riesz	55
§2. Ejemplos.....	56
§3. El Teorema de Proyección.....	57
§4. Proyectores Ortogonales.....	59
§5. Algunas Aplicaciones.....	60
 CAPÍTULO 7. APLICACIONES A PROBLEMAS DE APROXIMACIÓN	65
§1. Gramianos	65
§2. La Desigualdad de Bessel.....	67
§3. Aplicaciones y Ejemplos.....	68
§4. Otra Fórmula para $\ x-x_0\ ^2$	71
§5. La Desigualdad de Hadamard.....	71
§6. Aplicaciones y Ejemplos.....	74
 CAPÍTULO 8. LA IGUALDAD DE PARSEVAL.....	77
§1. Bases Ortonormales.....	77
§2. El Teorema de Riesz-Fischer y la Igualdad de Parseval.....	78
§3. Isomorfismos Prehilbertianos.....	81
§4. Series de Fourier.....	82
§5. La Desigualdad de Wirtinger	85
§6. Aplicación de la Igualdad de Parseval a la Resolución del Problema Isoperimétrico	87
 CAPÍTULO 9. OPERADORES ACOTADOS EN UN ESPACIO DE HILBERT	93
§1. Propiedades Generales de los Operadores Acotados en Espacios Normales.....	93
§2. Operadores Lineales en \mathbb{K}^n	97
§3. Ejemplos.....	99
§4. El Radio Espectral.....	100
§5. El Teorema de Representación de Fréchet-Riesz... ..	102
§6. El Adjunto de un Operador	104
§7. Operadores Hiponormales y Unitarios.....	109
 CAPÍTULO 10. TEORIA ESPECTRAL EN ESPACIOS DE HILBERT.....	113
§1. Definición de Espectro.....	113

§2. El Espectro de Operadores Autoadjuntos en Espacios de Dimensión Finita	115
§3. La Función Resolvente	119
§4. Propiedades del Espectro y del Radio Espectral....	126
§5. Aplicaciones y Ejemplos.....	128
§6. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en Espacios de Hilbert	130
§7. El Teorema de la Imagen Espectral.....	135
 APÉNDICE. SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS MARCADOS CON UN ARTERISCO	141
Bibliografía.....	145