CONTENIDO

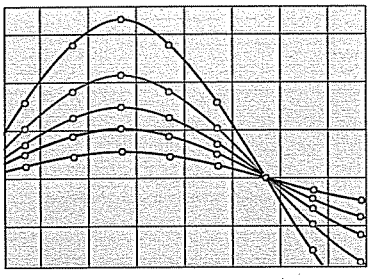
Prefacio xi

Al estudiante xix

Exámenes de diagnóstico xx

PRESENTACIÓN PRELIMINAR DEL CÁLCULO 2

1 FUNCIONES Y MODELOS 10



1.1 Cuatro maneras de representar una función 11

1.2 Modelos matemáticos: un catálogo de funciones básicas 24

1.3 Funciones nuevas a partir de funciones antiguas 37

1.4 Calculadoras graficadoras y computadoras 46

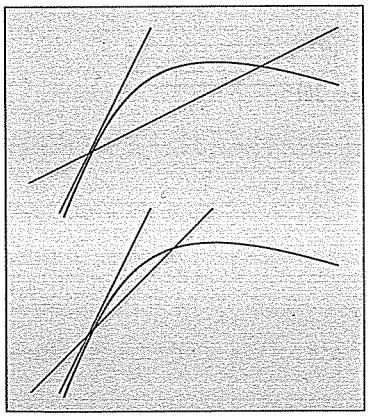
1.5 Funciones exponenciales 52

1.6 Funciones inversas y logaritmos 59

Repaso 73

Principios para la resolución de problemas 76

2 LÍMITES Y DERIVADAS 82



2.1 La tangente y los problemas de la velocidad 83

2.2 Límite de una función 88

2.3 Cálculo de límites utilizando las leyes de los límites 99

2.4 Definición exacta de un límite 109

2.5 Continuidad 119

2.6 Límites al infinito, asíntotas horizontales 130

2.7 Derivadas y razones de cambio 143

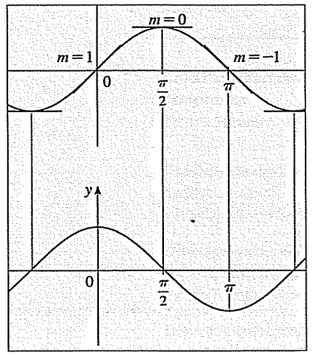
Redacción de proyecto ▪ Métodos anticipados para la búsqueda de tangentes 153

2.8 La derivada como una función 154

Repaso 165

Problemas adicionales 170

3 REGLAS DE DERIVACIÓN 172



3.1 Derivadas de polinomios y de funciones exponenciales 173

Proyecto de aplicación ▪ Construcción de una montaña rusa 182

3.2 Las reglas del producto y el cociente 183

3.3 Derivadas de las funciones trigonométricas 189

3.4 La regla de la cadena 197

Proyecto de aplicación ▪ ¿Dónde debe un piloto iniciar un descenso? 206

3.5 Derivación implícita 207

3.6 Derivadas de funciones logarítmicas 215

3.7 Razones de cambio en las ciencias naturales y sociales 221

3.8 Crecimiento y decaimiento exponencial 233

3.9 Relaciones afines 241

3.10 Aproximaciones lineales y diferenciales 247

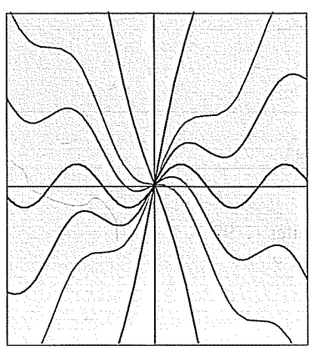
Proyecto de laboratorio ▪ Polinomios de Taylor 253

3.11 Funciones hiperbólicas 254

Repaso 261

Problemas adicionales 265

4 APLICACIONES DE LA DERIVACIÓN 270



4.1 Valores máximos y mínimos 271

Proyecto de aplicación ▪ El cálculo de los arcoíris 279

4.2 Teorema del valor medio 280

4.3 Manera en que las derivadas afectan la forma de una gráfica 287

4.4 Formas indeterminadas y la regla de l'Hospital 298

Redacción de proyecto ▪ Los orígenes de la regla de l'Hospital 307

4.5 Resumen de trazo de curvas 307

4.6 Trazado de gráficas con cálculo y calculadoras 315

4.7 Problemas de optimización 322

Proyecto de aplicación ▪ La forma de una lata 333

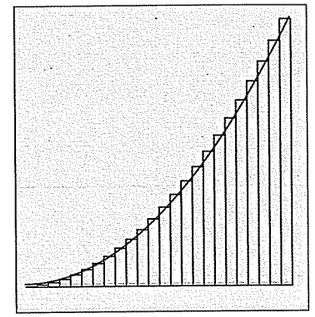
4.8 Método de Newton 334

4.9 Antiderivadas 340

Repaso 347

Problemas adicionales 351

5 INTEGRALES 354



5.1 Áreas y distancias 355

5.2 La integral definida 366

Proyecto para un descubrimiento ▪ Funciones de área 379

5.3 El teorema fundamental del cálculo 379

5.4 Integrales indefinidas y el teorema del cambio total 391

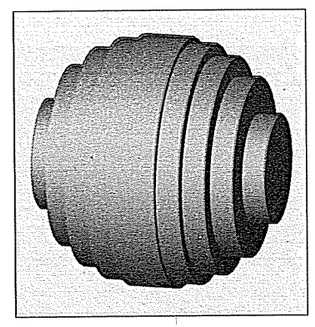
Redacción de proyecto ▪ Newton, Leibniz y la invención del cálculo 399

5.5 La regla de la sustitución 400

Repaso 408

Problemas adicionales 412

6 APLICACIONES DE LA INTEGRACIÓN 414



6.1 Áreas entre curvas 415

6.2 Volúmenes 422

6.3 Volúmenes mediante cascarones cilíndricos 433

6.4 Trabajo 438

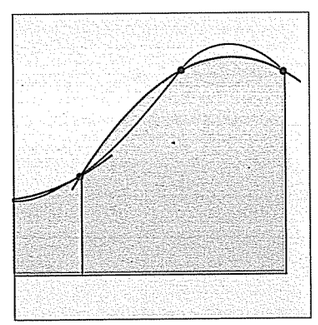
6.5 Valor promedio de una función 442

Proyecto de aplicación ▪ ¿Dónde sentarse en las salas cinematográficas? 446

Repaso 446

Problemas adicionales 448

7 TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN 452



7.1 Integración por partes 453

7.2 Integrales trigonométricas 460

7.3 Sustitución trigonométrica 467

7.4 Integración de funciones racionales por fracciones parciales 473

7.5 Estrategia para integración 483

7.6 Integración por medio de tablas y sistemas algebraicos 489

Proyecto para un descubrimiento ▪ Patrones de integrales 494

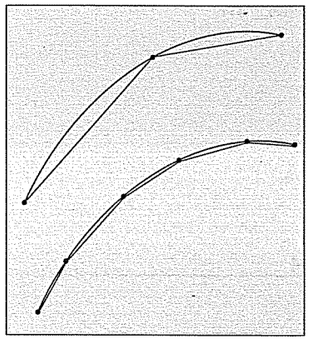
7.7 Integración aproximada 495

7.8 Integrales impropias 508

Repaso 518

Problemas adicionales 521

8 MÁS APLICACIONES DE LA INTEGRACIÓN 524



8.1 Longitud de arco 525

Proyecto para un descubrimiento ▪ Concurso de la longitud de arco 532

8.2 Área de una superficie de revolución 532

Proyecto para un descubrimiento ▪ Rotación sobre una pendiente 538

8.3 Aplicaciones a la física y a la ingeniería 539

Proyecto para un descubrimiento ▪ Tazas de café complementarias 550

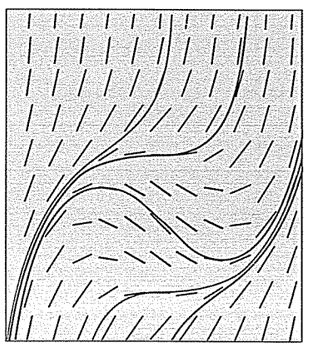
8.4 Aplicaciones a la economía y a la biología 550

8.5 Probabilidad 555

Repaso 562

Problemas adicionales 564

9 ECUACIONES DIFERENCIALES 566



9.1 Modelado con ecuaciones diferenciales 567

9.2 Campos direccionales y método de Euler 572

9.3 Ecuaciones separables 580

Proyecto de aplicación ▪ ¿Qué tan rápido drena un tanque? 588

Proyecto de aplicación ▪ ¿Qué es más rápido, subir o bajar? 590

9.4 Modelos de crecimiento poblacional 591

Proyecto de aplicación ▪ Cálculo y béisbol 601

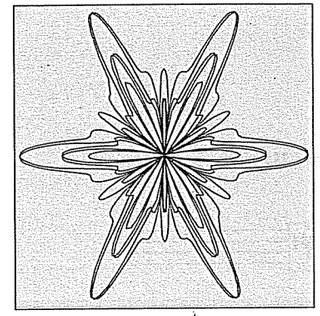
9.5 Ecuaciones lineales 602

9.6 Sistemas predador-presa 608

Repaso 614

Problemas adicionales 618

10 ECUACIONES PARAMÉTRICAS Y COORDENADAS POLARES 620



10.1 Curvas definidas por ecuaciones paramétricas 621

Proyecto de laboratorio ▪ Círculos que corren alrededor de círculos 629

10.2 Cálculo con curvas paramétricas 630

Proyecto de laboratorio ▪ Curvas de Bézier 639

10.3 Coordenadas polares 639

10.4 Áreas y longitudes en coordenadas polares 650

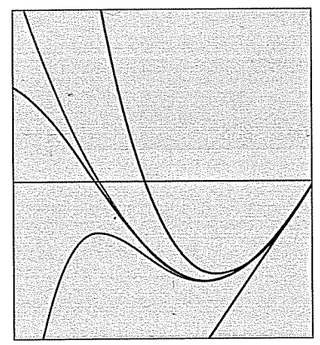
10.5 Secciones cónicas 654

10.6 Secciones cónicas en coordenadas polares 662

Repaso 669

Problemas adicionales 672

11 SUCESIONES Y SERIES INFINITAS 674



11.1 Sucesiones 675

Proyecto de laboratorio ▪ Sucesiones logísticas 687

11.2 Series 687

11.3 La prueba de la integral y estimaciones de las sumas 697

11.4 Pruebas por comparación 705

11.5 Series alternantes 710

11.6 Convergencia absoluta y las pruebas de la razón y la raíz 714

11.7 Estrategia para probar series 721

11.8 Series de potencias 723

11.9 Representaciones de las funciones como series de potencias 728

11.10 Series de Taylor y de Maclaurin 734

Proyecto de laboratorio ▪ Un límite escurridizo 748

Redacción de proyecto ▪ Cómo descubrió Newton la serie binomial 748

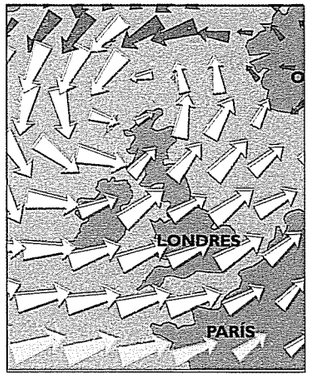
11.11 Aplicaciones de los polinomios de Taylor 749

Proyecto de aplicación ▪ Radiación proveniente de las estrellas 757

Repaso 758

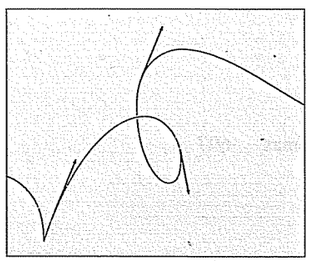
Problemas adicionales 761

12 VECTORES Y LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO 764



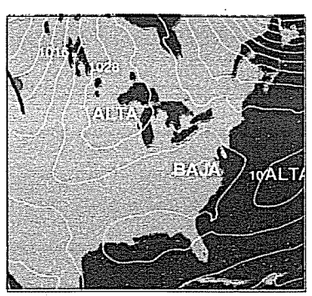
12.1 Sistemas coordenados tridimensionales 765
12.2 Vectores 770
12.3 Producto punto 779
12.4 Producto cruz 786
Proyecto para un descubrimiento ▪ Geometría de un tetraedro 794
12.5 Ecuaciones de líneas y planos 794
Proyecto de laboratorio ▪ Tres dimensiones en perspectiva 804
12.6 Cilindros y superficies cuadráticas 804
Repaso 812
Problemas adicionales 815

13 FUNCIONES VECTORIALES 816



13.1 Funciones vectoriales y curvas en el espacio 817
13.2 Derivadas e integrales de funciones vectoriales 824
13.3 Longitud de arco y curva 830
13.4 Movimiento en el espacio: velocidad y aceleración 838
Proyecto de aplicación ▪ Leyes de Kepler 848
Repaso 849
Problemas adicionales 852

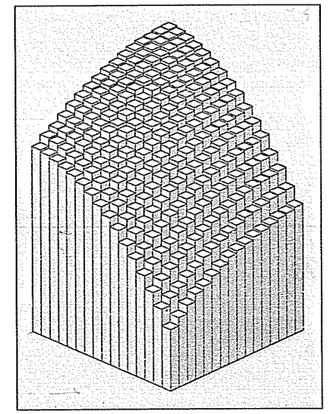
14 DERIVADAS PARCIALES 854



14.1 Funciones de varias variables 855
14.2 Límites y continuidad 870
14.3 Derivadas parciales 878
14.4 Planos tangentes y aproximaciones lineales 892
14.5 Regla de la cadena 901
14.6 Derivadas direccionales y su vector gradiente 910
14.7 Valores máximos y mínimos 922
Proyecto de aplicación ▪ Diseño de un camión de volteo 933
Proyecto para un descubrimiento ▪ Aproximaciones cuadráticas y puntos críticos 933

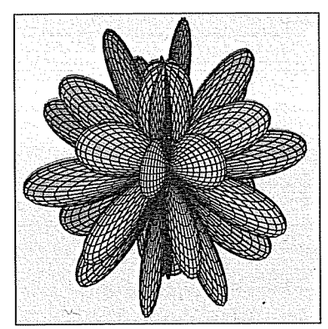
14.8 Multiplicadores de Lagrange 934
Proyecto de aplicación ▪ Ciencia para cohetes 941
Proyecto de aplicación ▪ Optimización de turbinas hidráulicas 943
Repaso 944
Problemas adicionales 948

15 INTEGRALES MÚLTIPLES 950



15.1 Integrales dobles sobre rectángulos 951
15.2 Integrales iteradas 959
15.3 Integrales dobles sobre regiones generales 965
15.4 Integrales dobles en coordenadas polares 974
15.5 Aplicaciones de las integrales dobles 980
15.6 Integrales triples 990
Proyecto para un descubrimiento ▪ Volúmenes de hiperesferas 1000
15.7 Integrales triples en coordenadas cilíndricas 1000
Proyecto para un descubrimiento ▪ Intersección de tres cilindros 1005
15.8 Integrales triples en coordenadas esféricas 1005
Proyecto de aplicación ▪ Carrera de objetos circulares 1012
15.9 Cambio de variables en integrales múltiples 1012
Repaso 1021
Problemas adicionales 1024

16 CÁLCULO VECTORIAL 1026



16.1 Campos vectoriales 1027
16.2 Integrales de línea 1034
16.3 Teorema fundamental de las integrales de línea 1046
16.4 Teorema de Green 1055
16.5 Rotacional y divergencia 1061
16.6 Superficies paramétricas y sus áreas 1070
16.7 Integrales de superficie 1081
16.8 Teorema de Stokes 1092
Redacción de proyecto ▪ Tres hombres y dos teoremas 1098

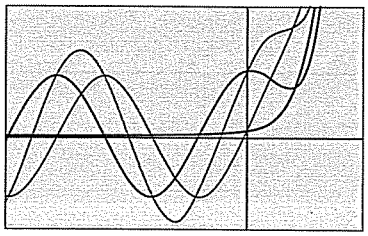
16.9 Teorema de la divergencia 1099

16.10 Resumen 1105

Repaso 1106

Problemas adicionales 1109

17 ECUACIONES DIFERENCIALES DE SEGUNDO ORDEN 1110



17.1 Ecuaciones lineales de segundo orden 1111

17.2 Ecuaciones lineales no homogéneas 1117

17.3 Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales de segundo orden 1125

17.4 Soluciones en forma de series 1133

Repaso 1137

APÉNDICES A1

A Números, desigualdades y valores absolutos A2

B Geometría de coordenadas y rectas A10

C Gráficas de ecuaciones de segundo grado A16

D Trigonometría A24

E Notación sigma A34

F Pruebas de teoremas A39

G El logaritmo definido como una integral A48

H Números complejos A55

I Respuestas a ejercicios de número impar A65

ÍNDICE A131