

ÍNDICE DE MATERIAS

Págs.

PREFACIO	V
----------------	---

CAPÍTULO I

Series de funciones en el campo real y en el campo complejo

§ 1. Series de funciones reales	1
1. Convergencia uniforme de una serie de funciones	1
2. Criterio general de convergencia uniforme	3
3. Criterio de Weierstrass. Convergencia total	3
4. Teorema del límite	5
5. Extensión del teorema del límite a las series uniformemente convergentes	7
6. Teorema de la derivación de series	8
§ 2. Serie de potencias reales o complejas	9
7. Series de potencias con términos reales. Teorema de Cauchy	9
8. Intervalo de convergencia	10
9. Ejemplos de series de potencias notables	12
10. Series de potencias de términos complejos	17
11. Derivación de las series de potencias con términos complejos	18
12. Funciones exponenciales y trigonométricas en el campo complejo	20
13. El logaritmo en el campo complejo	23
14. Las funciones trigonométricas inversas en el campo complejo	25
§ 3. Complementos y ejercicios	26

CAPÍTULO II

Primeras aplicaciones geométricas del cálculo diferencial

§ 1. Líneas y sus tangentes	53
15. Límite y derivada de un vector o de un punto	53
16. Líneas alabeadas	55
17. Tangente a una línea en un punto	57

	Págs.
§ 2. Longitud de una línea	60
18. Longitud de un arco. Diferencial relativa.....	60
§ 3. Plano osculador y curvatura de una línea.....	63
19. Fórmula de Taylor para un vector o para un punto variable	63
20. Plano osculador a una línea en un punto	64
21. Triedro fundamental. Concavidad	66
22. Curvatura	69
23. Segunda curvatura o torsión	70
24. Fórmulas de Frenet	72
25. Significado geométrico del signo de la torsión.....	73
26. La curvatura, la torsión, los cosenos, directores de los tres vectores fundamentales expresados mediante las coordenadas del punto	75
27. Círculo osculador de una línea alabeada o plana.....	78
28. Caso de las líneas planas	80
§ 4. Singularidades puntuales y tangenciales de una línea.....	81
29. Puntos singulares de una línea	81
§ 5. Complementos y ejercicios	86

CAPÍTULO III

Integrales definidas e indefinidas

§ 1. Conceptos fundamentales. Integral de Riemann	97
30. Cómo el concepto de integral definida nace del concepto de área	97
31. Concepto de integral definida. Teorema de Darboux ..	101
32. Condición de integrabilidad de Riemann	105
33. Definición de integral desde a y b , incluso si $a \leq b$. Primeras consecuencias	107
§ 2. Propiedades fundamentales. Clases de funciones integrales....	108
34. Propiedades elementales de las integrales definidas ...	108
35. Teorema de la media	112
36. Extensión del teorema de la media	113
37. Clases importantes de funciones integrables	115
§ 3. Integrales indefinidas	115
38. Integrales definidas como funciones de los extremos de integración	116
39. Integrales indefinidas y funciones primitivas de las funciones continuas	118
§ 4. Integrales generalizadas	120
40. Integrales con extremos infinitos	120
41. Integrales de funciones con puntos singulares	123

	Págs.
42. Criterios suficientes para la integrabilidad de una función en un intervalo infinito o en un intervalo en el que la función tenga puntos singulares	126
43. Indicación sobre la extensión del concepto de integral definida e indefinida al campo complejo	129
§ 5. Aplicaciones geométricas del cálculo integral. Longitud de un arco	131
44. Lenguaje infinitesimal abreviado	131
45. Integral definida que expresa la longitud de un arco de línea	132
46. Continuación	135
47. Conclusión	136
48. Límite de la razón de un arco a su cuerda	139
§ 6. Concepto de área de una superficie plana y su cálculo	140
49. Conceptos preliminares	140
50. Cálculo del área de una superficie convexa	142
51. Cálculo de las áreas no convexas	145
52. Áreas de coordenadas polares	146
§ 7. Complementos y ejercicios	148

CAPÍTULO IV

Métodos de integración

§ 1. Reglas de integración. Nueva expresión del resto de la fórmula de Taylor	181
53. Reglas de integración por suma, por partes, por sustitución	181
54. Regla de integración por series	182
55. Nueva deducción de la fórmula de Taylor. Resto en forma de integral definida	184
§ 2. Cálculo aproximado de las integrales definidas	187
56. Método de Poncelet	187
57. Disgresión sobre las fórmulas de interpolación parabólica	190
58. Continuación	192
59. Método de Cavalieri (1639). Simpson (1743)	193
§ 3. Cálculo mecánico de las integrales definidas e indefinidas ...	198
60. Cálculo mecánico de las integrales definidas. Planímetros o integradores	198
61. Cálculo numérico de las integrales definidas. Intégrafos.	200
§ 4. Integración de las funciones racionales	201
62. Reflexiones sobre el alcance de la operación de integración	201
63. Integración de las funciones racionales en el campo complejo	203

	<u>Págs.</u>
64. Integración de las funciones racionales en el campo real.	206
65. Algunos ejemplos de integración de funciones racionales.	210
§ 5. Integración de algunas funciones irracionales	213
66. Integrales abelianas	213
67. Integrales de diferenciales binómicas	218
§ 6. Integrales de algunas funciones trascendentes	220
68. Ejemplos de integración de funciones trascendentes ...	220
§ 7. Complementos y ejercicios	224

CAPÍTULO V

Derivadas y diferenciales de las funciones de diversas variables

§ 1. Derivadas parciales. Primeros teoremas. Fórmula de Taylor.	254
69. Derivadas parciales primeras	254
70. Derivadas parciales sucesivas	255
71. Teorema del valor medio para las funciones de diversas variables	256
72. Diferenciales totales	257
73. Derivación de las funciones compuestas	260
74. Condiciones suficientes para la invertibilidad del orden de las derivaciones	262
75. Fórmula de Taylor para las funciones de diversas variables	265
§ 2. Funciones implícitas de una variable. Aplicaciones geométricas	270
76. Funciones implícitas de una variable	270
77. Aplicaciones. Representación de una línea plana mediante una ecuación del tipo $f(x, y)$	274
§ 3. Funciones implícitas de diversas variables. Independencia funcional	275
78. Funciones implícitas de diversas variables	275
79. Continuación	277
80. Dependencia e independencia funcional	280
§ 4. Plano tangente a una superficie y aplicaciones	283
81. Plano tangente a una superficie	283
82. Puntos elípticos, hiperbólicos, parabólicos de una superficie	285
§ 5. Máximos y mínimos	290
83. Máximos y mínimos de las funciones de varias variables.	290
§ 6. Envoltentes de curvas planas	292
84. Envoltentes de curvas planas	292

	<u>Págs.</u>
§ 7. Funciones homogéneas	297
85. Funciones homogéneas	297
§ 8. Complementos y ejercicios	299

CAPÍTULO VI

Integrales curvilíneas y de campo

§ 1. Integrales curvilíneas e integrales dependientes de un parámetro	345
86. Integrales extendidas a curvas planas	345
87. Integral de una función dependiente de un parámetro. Continuidad respecto al parámetro	349
88. Regla de derivación bajo el signo integral	352
§ 2. Integrales dobles, según Riemann	354
89. Integrales dobles o de campo	354
90. Teorema de la media para las integrales dobles	360
91. Reducción de una integral doble a dos integraciones simples	362
§ 3. Diferenciales totales y sus integrales	366
92. Diferenciales totales y sus integrales	366
93. Transformación de una cierta integral doble en una integral curvilínea	369
94. Consecuencias referentes a las integrales curvilíneas de las diferenciales exactas	372
§ 4. Integrales dobles	374
95. Extensión a las funciones de diversas variables	374
96. Cálculo de volúmenes	376
§ 5. Área de una superficie curva	378
97. Cálculo de las áreas de las superficies curvas	378
§ 6. Cambio de variables en las integrales dobles	384
98. Cambio de variables en las integrales dobles	384
§ 7. Complementos y ejercicios	391
ÍNDICE ALFABÉTICO	425