

ÍNDICE DE MATERIAS

	Págs.
PREFACIO a la adición española	V
PRÓLOGO.....	VII
ADVERTENCIA a la segunda edición	XI

CAPÍTULO I

§ 1. Cálculo combinatorio	1
1. Disposiciones, combinaciones, permutaciones	1
2. Disposiciones con repetición	3
3. Combinaciones con repetición	4
4. Permutaciones con repetición	5
5. Clase de una permutación	6
6. Sustituciones sobre conjuntos de elementos	7
7. Sustituciones cíclicas	10
8. Clase de una sustitución	11
§ 2. Potencia de un binomio o de un polinomio	12
9. Fórmula del binomio	12
10. Potencia de un polinomio	13
§ 3. Complementos y ejercicios	14

CAPÍTULO II

§ 1. Determinantes	22
11. Origen de la teoría de los determinantes	22
12. Primeras definiciones	24
13. Primeros ejemplos	27
14. Primeras propiedades de los determinantes	28
15. Complemento algebraico de un elemento de un determinante. Desarrollo de un determinante según los elementos de una línea	31
16. Matrices rectangulares. Desarrollo de un determinante, según los menores de una matriz	33
17. Producto de dos determinantes	38
18. Determinantes recíprocos	18
19. Nociones sobre determinantes simétricos y hemisimétricos	19
20. Determinantes de potencias	20

	<u>Págs.</u>
§ 2. Complementos y ejercicios	43
§ 3. Ecuaciones y formas lineales	50
21. Resolución de un sistema de n ecuaciones lineales con n incógnitas	50
22. Aplicación de la regla de Cramer a la demostración de una propiedad fundamental de los determinantes recíprocos	52
23. Sistemas de formas algebraicas lineales. Característica de una matriz	52
24. Nociones sobre las sustituciones lineales	57
25. Resolución de un sistema de m ecuaciones lineales con n incógnitas	59
26. Caso de las ecuaciones homogéneas	61
27. Condición para que una matriz tenga una característica dada	62
§ 4. Complementos y ejercicios	64
 CAPÍTULO III Números reales 	
§ 1. Nociones fundamentales	68
28. Las sucesivas extensiones del concepto de número	68
29. Los números reales como razones de magnitudes	70
30. Propiedades de las clases de los valores por defecto y por exceso de la razón de dos magnitudes. Cortaduras en el campo racional	72
31. Ejemplo de un problema aritmético que conduce a las dos clases de una cortadura	73
32. Los números reales como cortaduras del campo racional	74
33. Clases contiguas. Representaciones decimales	75
§ 2. Operaciones con los números reales	77
34. Igualdades y desigualdades	77
35. Suma de dos números reales	78
36. Diferencia de dos números reales	78
37. Producto y cociente de dos números reales	79
38. Potencias y logaritmos	80
39. Los números negativos y el cero en el campo real	81
§ 3. Propiedades del conjunto de los números reales. Postulado de la continuidad	84
40. Conjuntos ordenados, densos, continuos	84
41. Representación geométrica del conjunto de los números reales mediante los puntos de una recta	86
42. Más sobre la definición geométrica del número real	89
§ 4. Complementos y ejercicios	90

	<u>Págs.</u>
 CAPÍTULO IV Números complejos 	
§ 1. Definiciones y operaciones fundamentales	98
43. Definiciones. Operaciones elementales directas	98
44. Condiciones para la anulación de un producto de números complejos	102
45. Norma y módulo de un número complejo. Números complejos conjugados	103
46. Operaciones elementales inversas	103
47. Potencias	105
48. Conclusión	105
§ 2. Representación geométrica y propiedades ulteriores de los números complejos	106
49. Representación geométrica de los números complejos	106
50. Forma trigonométrica de un número complejo	109
51. Módulo y argumento de un producto y de un cociente de números complejos	111
52. Fórmula de DE MOIVRE	112
53. Raíces de un número complejo	112
54. Raíces n -ésimas de un número real y en particular de la unidad	114
§ 3. Complementos y ejercicios	116
 CAPÍTULO V Funciones y límites 	
§ 1. Extremos de un conjunto de números reales	121
55. Extremo superior y extremo inferior de un conjunto de números reales	121
56. Puntos de acumulación de un conjunto	123
57. El teorema de BOLZANO	125
58. Conjunto derivado; límite máximo y límite mínimo de un conjunto dado	125
§ 2. Límites de las funciones	128
59. Concepto general de función	128
60. Límites de una función	130
61. Límites de las sucesiones	133
62. Primeros teoremas sobre los límites	134
63. Operaciones con los límites	135
64. Criterios de comparación de límites	140
65. Límites de algunas funciones elementales	141
66. Un primer límite fundamental: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x}$ para x tendiendo a cero	143
§ 3. Extremos de las funciones	145
67. Extremos de una función en un campo dado. Teorema de WEIERSTRASS	145

	<u>Págs.</u>
68. Límites de las funciones monótonas	146
69. Un segundo límite fundamental: el número e	147
70. Logaritmos naturales	149
71. Un tercer límite fundamental	150
72. Límite máximo; límite mínimo; oscilación de una función de un punto	151
73. Criterio general de convergencia	152
§ 4. Funciones continuas	155
74. Concepto de función continua. Primeras propiedades ...	155
75. Teorema de existencia de los ceros de una función continua, que cambia de signo	157
76. Teorema de existencia del máximo y del mínimo de una función continua en un intervalo cerrado	157
77. Teorema de la continuidad uniforme	158
§ 5. Funciones de varias variables y límites correspondientes ...	159
78. Funciones de dos o más variables reales	159
79. Propiedades de los conjuntos de puntos en el plano ...	161
80. Límites	161
81. Continuidad de las funciones de varias variables	163
§ 6. Nociones sobre las funciones y sus límites en el campo complejo	164
82. Límites de las funciones de variable compleja	164
83. Extremos del módulo de una función de una variable compleja	165
§ 7. Complementos y ejercicios	166

CAPÍTULO VI

Derivadas y diferenciales de las funciones de una variable

§ 1. Derivadas	184
84. Velocidad media y velocidad en un instante dado	184
85. Tangente a una curva en un punto y su relación con la noción de derivada	185
86. Derivada primera y derivadas sucesivas de una función	190
87. Reglas de derivación	192
88. Derivación de las funciones de funciones	195
89. Funciones inversas. Regla de derivación correspondiente	197
90. Derivadas de funciones elementales	199
§ 2. Infinitésimos e infinitos. Diferenciales	203
91. Infinitésimos	203
92. Infinitos	208
93. Diferenciales primeras	209
94. Diferenciales sucesivas	212
§ 3. Teoremas fundamentales sobre las derivadas	214
95. Comportamiento de las derivadas en un punto de máximo o de mínimo	214

	<u>Págs.</u>
96. Teorema de ROLLE	214
97. Teoremas de los incrementos finitos y del valor medio	216
98. Regla de DE L'HOSPITAL, (1696)	219
§ 4. Ceros y extremantes de las funciones de una variable	225
99. Ceros múltiples de una función o raíces múltiples de una ecuación	225
100. Máximos y mínimos de las funciones de una variable	227
§ 5. Aplicaciones geométricas a contactos entre curvas planas ...	229
101. Contactos de dos curvas planas	229
102. Círculo osculador a una curva plana en un punto	231
§ 6. Fórmula de Taylor	233
103. Fórmula de TAYLOR con el resto de LAGRANGE	233
104. Fórmula de MACLAURIN	235
§ 7. Indicaciones de extensión al campo complejo	236
105. Derivada de una función de variable compleja	236
§ 8. Complementos y ejercicios	237

CAPÍTULO VII

Series numéricas y series de Taylor

§ 1. Definiciones y propiedades generales	248
106. Reducidas y suma de una serie numérica	248
107. Primeros ejemplos	249
108. Criterio general de convergencia	252
109. Resto de una serie	252
§ 2. Series de términos positivos	253
110. Generalidades. Criterio de comparación	253
111. Criterio de la raíz (CAUCHY, 1821)	255
112. Criterio de la razón	256
113. Criterio de KUMMER	257
§ 3. Series de términos reales de signos cualesquiera y de términos complejos	258
114. Series de términos de signo alternado	258
115. Convergencia absoluta. Teorema de RIEMANN-DINI	260
116. Teorema de DIRICHLET	263
117. Suma y producto de dos series	266
§ 4. Series de Taylor	268
118. Condiciones para la desarrollabilidad de una función en serie de TAYLOR	268
119. Desarrollos en serie de e^x , $\sin x$, $\cos x$	269
§ 5. Complementos y ejercicios	272

CAPÍTULO VIII		Págs.
Nociones preliminares relativas a las integrales		
§ 1. La integración como operación inversa de la derivación		288
120. Integrales indefinidas y definidas		288
121. Integrales indefinidas inmediatas		289
122. Integración por suma		290
123. Integración por partes		291
124. Integración por sustitución		292
125. Relación entre el concepto de integral y el concepto de área		294
§ 2. Ejercicios		295
CAPÍTULO IX		
§ 1. Generalidades sobre las funciones algebraicas		298
126. Funciones algebraicas		298
127. Polinomios en una o varias variables. Principios de identidad		300
128. División de dos polinomios de una variable. Divisibilidad		302
§ 2. Teoría de la divisibilidad para polinomios de varias variables ..		306
129. Máximo común divisor de dos o más polinomios. Ceros simples o múltiples comunes		306
130. Una propiedad fundamental del máximo común divisor		308
131. Mínimo común múltiplo		311
132. Factores primos de un polinomio de una variable		312
§ 3. Teoría de la divisibilidad para polinomios de varias variables ..		314
133. Campos de racionalidad		314
134. Nociones de reducibilidad y de irreducibilidad		315
135. Condición para la anulación de un producto de polinomios		316
136. Teoremas fundamentales sobre la divisibilidad de polinomios de varias variables		317
137. Descomposición de un polinomio de varias variables en factores primos		321
138. Máximo común divisor de dos o más polinomios de cuantas variables se quiera		322
139. Expresión del máximo común divisor de dos polinomios de varias variables mediante combinación lineal de dichos polinomios		325
140. Digresión sobre los conceptos de «genérico» y «particular» en el dominio del Álgebra		326
141. Resultante de dos polinomios en $r > 1$ variables, respecto a una de las variables		328
142. Procedimiento general de eliminación para un sistema de varias ecuaciones algebraicas con r variables		333
143. Mínimo común múltiplo de varios polinomios en r variables		336

	Págs.
§ 4. Propiedades generales de las funciones algebraicas	337
144. Sucesiones de operaciones algebraicas	337
145. Continuidad de las funciones algebraicas	339
146. Ceros e infinitos de las funciones racionales	343
147. Espacio complejo de r dimensiones. Hipersuperficies y funciones racionales del punto de una hipersuperficie ..	346
§ 5. El teorema fundamental del Álgebra y las funciones simétricas de las raíces de una ecuación	348
148. El teorema fundamental	348
149. El teorema de las funciones simétricas	350
150. Funciones simétricas simples	352
151. Funciones simétricas múltiples	354
§ 6. Resultante de dos polinomios en una variable	355
152. Cálculo de la resultante con el método de las funciones simétricas	355
153. Métodos de EULER (1748) y de SYLVESTER (1878)	358
154. Discriminante de un polinomio en una variable	361
155. Ulterior determinación del teorema de la continuidad de las funciones algebraicas	363
§ 7. El teorema de Bézout	364
156. Soluciones comunes a una ecuación algebraica de grado n en dos variables x, y y a una ecuación lineal en x, y . Orden de una curva algebraica plana	364
157. Soluciones comunes a dos ecuaciones en dos variables ..	368
§ 8. Resolución de las ecuaciones de 3.º y de 4.º grado	372
158. Resolución de las ecuaciones de 3.º grado	373
159. Resolución de las ecuaciones de 4.º grado	375
160. Noticias sobre la resolución algebraica de las ecuaciones de grado superior. El teorema de RUFFINI-ABEL	376
§ 9. Aproximación de las raíces reales de una ecuación	377
161. Método de RUFFINI-HORNER	377
162. Método de NEWTON-FOURIER	379
163. Indicaciones sobre la separación de las raíces	383
164. Determinación de las raíces racionales de una ecuación algebraica con coeficientes racionales	384
165. Raíces complejas de una ecuación algebraica	385
§ 10. ÍNDICE ANALÍTICO. Complementos y ejercicios	386