

TESIS DOCTORAL
CARRERA DE DOCTORADO EN FÍSICA

Métodos no inductivos para el sostenimiento de la corriente en toroides compactos e interacción de haces con plasmas.

Hugo Emilio Ferrari

Lic. H. E. Ferrari.
Doctorando

Dr. R. Farengo
Director

Instituto Balseiro
Comisión Nacional de Energía Atómica
Universidad Nacional de Cuyo
Agosto de 2007

A la memoria de mi madre,
Ana María Venche de Ferrari.

Resumen

En esta tesis estudiamos varios métodos de sostenimiento de la corriente y calentamiento del plasma en configuraciones de campo invertido (FRC). En un FRC al igual que en otros toroides compactos no es posible usar métodos inductivos para sostener la corriente una vez que la configuración está formada. Presentamos el estudio en dos partes. En la primera parte, estudiamos un FRC en las condiciones en que funcionaría un reactor de fusión nuclear de combustibles avanzados ($D - {}^3He$), tal como fue propuesto por Momota et al [54]. Este diseño es conocido como proyecto ARTEMIS. Según el diseño la corriente en este reactor será sostenida mediante la inyección de haces neutros (NBI) y mediante los protones generados en las reacciones de fusión. En la segunda parte, estudiamos el problema de formación y sostenimiento de un FRC mediante campos magnéticos rotantes (RMF).

Respecto de la inyección de haces, mostramos que las corrientes generadas por NBI son mucho menores que las estimadas en el proyecto ARTEMIS, también mostramos un procedimiento para estimar parámetros que resultan en eficiencias más altas. Por otra parte, encontramos que los protones de 14.7 MeV generados en las reacciones de fusión de $D-{}^3He$ pueden generar una parte significativa de la corriente y eventualmente sostener el plasma, dependiendo del tipo de equilibrio estudiado. También estudiamos el balance energético en este caso.

Respecto de los RMFs, estudiamos diversos aspectos del modelado de la formación y sostenimiento de FRCs. En particular estudiamos los efectos de la masa finita de los electrones y la viscosidad. Medimos la importancia de los efectos de inercia mediante el cociente de la frecuencia del RMF (ω) y la frecuencia de colisión electrón-ión (ν). En el límite en que este cociente es muy pequeño ($\omega/\nu \rightarrow 0$) recuperamos los resultados de inercia despreciable. Cuando ω/ν aumenta se producen cambios significativos en el valor mínimo necesario para el que el RMF sostenga el FRC y en el tiempo requerido para alcanzar el estado estacionario. Debido a que ν decrece con la temperatura y aumenta con la densidad es de esperar que este efecto sea importante en regímenes de fusión. Respecto de la viscosidad encontramos que, dependiendo de los parámetros del plasma y del RMF, puede también cambiar el valor mínimo necesario para el que el RMF sostenga el FRC y el tiempo requerido para alcanzar el estado estacionario. Además encontramos que la viscosidad y la inercia son efectos sinérgicos, en el sentido de que cuando mayor son los efectos inerciales mayores son los efectos de la viscosidad.

Por último estudiamos el problema de sostener un FRC mediante dos RMF que rotan en sentidos opuestos, conocido como esquema de Clemente. Encontramos que para ciertos parámetros es posible encontrar soluciones estacionarias en las que los electrones rotan con uno de los RMF y los iones rotan con el otro RMF.

Abstract

In this thesis we study methods to sustain the plasma current in field reversed configurations (FRC). In a FRC is not possible to use inductive methods to sustain the current after formation. This thesis is divided in two parts. In the first part, we study a $D\text{-}^3\text{He}$ FRC reactor in a fusion relevant regime, as proposed by Momota et al. [54]. This design is known as the ARTEMIS project. According to the design the current will be sustained by neutral beam injection (NBI) and the protons generated in the nuclear fusion reactions. In the second part, we study the problem of sustaining and forming a FRC by means of a rotating magnetic field (RMF). Regarding to NBI, we show that the current driven by the NBI can not reach the values quoted in the ARTEMIS project and a procedure to search for plasma parameters that result in higher efficiencies is presented. On the other hand, we found that for parameters similar to these proposed in the ARTEMIS [54] conceptual reactor design a significant current (40 – 46 MA) could result, depending on the plasma current induced by the protons which is not calculated. The effect of changing the shape of the plasma equilibrium, is also investigated.

In the second part, the effect of finite electron mass on the formation and sustainment of a Field Reversed Configuration (FRC) by rotating magnetic fields (RMF) is studied. The importance of inertial effects is measured by the ratio between the RMF frequency (ω) and the electron-ion collision frequency (ν). In the limit where this ratio is very small ($\omega/\nu \rightarrow 0$), previous results corresponding to massless electrons are recovered. When ω/ν increases there are significant changes in the value of the minimum external rotating field needed to sustain the FRC and the time required to reach a steady state. Since ν decreases with increasing temperature and decreasing density these effects are expected to become more important as fusion relevant temperatures are approached.

The effect of electron viscosity on the sustainment of a FRC by RMF is also studied. Two models are used, one with uniform viscosity and the other with a viscosity dependent on the magnetic field. For low, uniform viscosity, the non viscous results are recovered. It is found that, depending of the plasma and RMF parameters, the viscosity modifies the penetration time (τ_p) of the RMF, which can be higher or lower than in the non viscous case. A synergistic relationship is found between inertial and viscosity effects, where the inclusion of the former one increases the later one. When the amplitude of the RMF (γ) is lower than the critical value (γ_c) the magnetic field dependent viscosity can enable full penetration of the RMF and when $\gamma \gg \gamma_c$ it reduces τ_p .

Finally we study the problem of sustaining the current in a FRC in by means of two RMFs. We found that a stationary state could be reached depending on the values of the plasma and RMF.

Índice general

1. Introducción	7
1.1. Generalidades	7
1.2. Métodos de confinamiento	11
1.2.1. Confinamiento gravitatorio	11
1.2.2. Confinamiento inercial	12
1.2.3. Confinamiento magnético	12
1.2.4. Fusión fría	13
1.3. Equilibrio magnético	14
1.4. Dispositivos de confinamiento magnético	17
1.4.1. Z pinch	17
1.4.2. θ pinch	17
1.4.3. Tokamaks	18
1.4.4. Toroides compactos	19
1.4.5. Configuración de campo invertido o Field Reversed Configuration	20
1.5. Métodos de formación de FRC's	20
1.6. Métodos de calentamiento.	23
1.7. Métodos de sostenimiento de la corriente para FRC's	23
1.7.1. Inyección de haces neutros	24
1.7.2. Campos magnéticos rotantes	24
1.7.3. Ondas electromagnéticas	25
1.8. Modelos	25
1.9. Aportes de esta tesis	27
2. Haces y partículas	28
2.1. Inyección de haces neutros en plasmas de fusión nuclear	28
2.1.1. Introducción	28
2.1.2. Descripción del código	29
2.1.3. Cálculo del equilibrio del plasma y parámetros del haz	31
2.1.4. Cálculo analítico de la corriente	32
2.1.5. Resultados para el ARTEMIS	36

2.1.6. Análisis	37
2.1.7. Conclusiones	50
2.2. Sostenimiento y calentamiento de un reactor de $D - ^3He$ por los protones de la reacción	51
2.2.1. Código y equilibrio	52
2.2.2. Órbitas de los protones	54
2.2.3. Perfiles de corriente, potencia depositada y balance de energía	62
2.2.4. Resumen y conclusiones	66
3. Campos magnéticos rotantes	67
3.1. Efecto de la masa finita de los electrones	67
3.1.1. Modelos	69
3.1.2. Métodos numéricos y condiciones de borde	71
3.1.3. Resultados	72
3.1.4. Sumario y discusión	85
3.2. Efecto de la viscosidad	86
3.2.1. Modelos	86
3.2.2. Métodos numéricos y condiciones de borde	88
3.2.3. Resultados	89
3.2.4. Resumen y discusión	92
3.3. Método de Clemente	95
3.3.1. Modelos	96
3.3.2. Dependencia temporal	98
3.3.3. El código	100
3.3.4. Resultados	101
3.3.5. Conclusiones	104
4. Conclusiones generales	108
5. Apéndice	111

Capítulo 1

Introducción

1.1. Generalidades

En el mundo actual el bienestar está asociado al consumo de energía. Por supuesto, los países desarrollados son los que más energía consumen. En la Fig. 1.1 mostramos un gráfico de consumo de energía eléctrica en función del producto bruto interno per cápita (PBIC) [1].

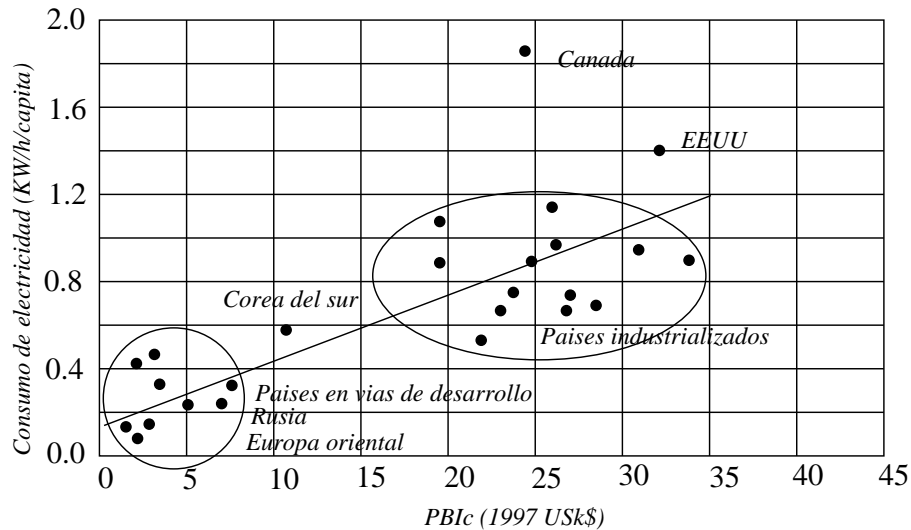


Figura 1.1: Consumo de energía eléctrica per cápita en función del producto bruto interno per cápita (PBIC).

Como vemos a mayor PBIC mayor es el consumo de energía. Se espera que en un futuro cercano, los países del tercer mundo comiencen a tener un aumento importante en su consumo de energía como consecuencia del ingreso

de parte de su población a un estándar de vida más alto. La mayor parte de la energía que se consume en el mundo proviene de los combustibles fósiles. En la tabla 1.1 [2, 3] mostramos las reservas comprobadas de los distintos tipos de combustibles. Como vemos, el agotamiento del petróleo se encuentra en un horizonte cercano, en todo caso la escasez del mismo produce continuos conflictos que no parecen sino agravarse. Por otra parte, existe un cierto consenso en la comunidad científica de que el quemado de combustibles fósiles contribuye al efecto invernadero. Hay un esfuerzo de parte de la comunidad internacional para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero que provienen del quemado de combustibles fósiles. Estas dos razones incentivan la búsqueda de fuentes alternativas de energía.

Combustible	Reservas comprobadas (2001)	Años de consumo a la tasa actual de consumo
Carbón	$0,9 \times 10^{12}$ toneladas	210
Petróleo	$1,0 \times 10^{12}$ barriles	30-40
Gás Natural	$1,5 \times 10^{13} m^3$	60-70
Uranio	$2,0 \times 10^6$ toneladas	40-50 (2400 – 3000)*

*si se emplea tecnología de enriquecimiento.

Cuadro 1.1: Años de uso de distintos tipos de combustible a la tasa de consumo actual.

Las posibles fuentes alternativas de energía son las renovables (hidroeléctrica, solar, eólica, etc), fisión nuclear y finalmente fusión nuclear. Todas estas energías tienen ventajas y desventajas, y es probable que la solución al problema energético sea usar una mezcla de estos tipos de energía. En general las energías renovables tienen una baja densidad de energía o son fluctuantes en el tiempo. Por esta razón se requiere un vasto uso de la tierra y de recursos para producir cantidades apreciables de energía. En la tabla 1.2 [2, 3] mostramos la superficie requerida por distintos tipos de energía renovable para reemplazar una planta generadora de energía típica de 1000 MW.

Respecto de la fisión nuclear, los residuos altamente radiactivos producidos en las plantas de energía nuclear producen una fuerte oposición de la opinión pública a este tipo de energía. Sin embargo, debido al aumento de los precios del petróleo y mejores diseños hay un reverdecimiento del uso de esta energía. Igualmente, a menos que se desarrollen métodos seguros de enriquecimiento las reservas son de unos 50 años.

Método	Superficie necesaria para producir 1000MW
Paneles fotovoltaicos	100 km ²
Molinos de viento	2500 molinos
Biogás	6 × 10 ⁷ cerdos
Bioalcohol	6200 km ² de caña azúcar
	7400 km ² de papas
	16100 km ² de maíz
Bioaceite	24000 km ² de colza
Biomasa	30000 km ² de bosques

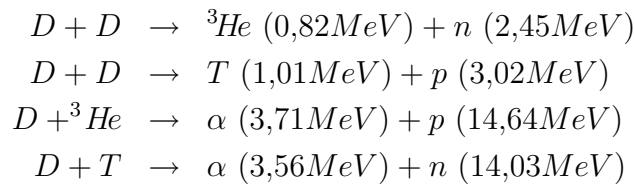
Cuadro 1.2: Ilustración de los límites de la energía renovable.

La fusión nuclear es la menos desarrollada de todas. Por otra parte la fusión parece ser una fuente ideal de energía, ya que es prácticamente inagotable y casi no tiene aparejados problemas ambientales o de seguridad.

A grandes rasgos la fusión consiste en aprovechar la diferencia de energía de unión por nucleón que existe entre los átomos livianos (Hidrógeno, Helio) de la tabla periódica y los medianos (Hierro). Esta es la manera en la que el sol obtiene la energía que recibimos. Esta energía está relacionada con las masas de los nucleones mediante la conocida fórmula de Einstein:

$$E = \Delta mc^2.$$

Existen varias reacciones posibles para obtener fusión nuclear en la tierra. Las más importantes y accesibles son



Para que se produzcan estas reacciones de fusión es necesario que los núcleos se aproximen a distancias nucleares y para esto es necesario alcanzar altas temperaturas (alrededor de 100,000,000⁰C ~ 10 keV para D-T). A estas energías el combustible se ioniza, es decir se convierte en un plasma, y como todo gas tiende a expandirse. En el sol, la gravedad hace posible que el plasma se mantenga confinado. Entendemos por confinado que el plasma se mantiene en un lugar acotado del espacio.

Existen tres parámetros básicos para que la fusión nuclear sea un proceso autosostenido. La temperatura del plasma (T), su densidad (n) y el tiempo de confinamiento de la energía (τ_E). τ_E es a grandes rasgos el tiempo que el plasma tarda en enfriarse sin que medien mecanismos externos para calentarlo. El encendido del reactor o ignición se da cuando no son necesarios métodos externos de calentamiento. Por ejemplo, en un plasma de $D - T$, un reactor llega a ignición cuando las partículas alfa de la reacción aportan suficiente energía al plasma para sostener la temperatura. Suponiendo una densidad uniforme la condición de ignición puede escribirse como:

$$nT\tau_c \geq 5 \times 10^{21} \text{keVs},$$

este producto se conoce como “triple producto de fusión”. En la Fig. 1.2 mostramos valores alcanzados del triple producto de fusión en distintos experimentos a lo largo del tiempo [6]. A medida que se construyen máquinas más grandes el triple producto se acerca hacia las condiciones requeridas en un reactor.

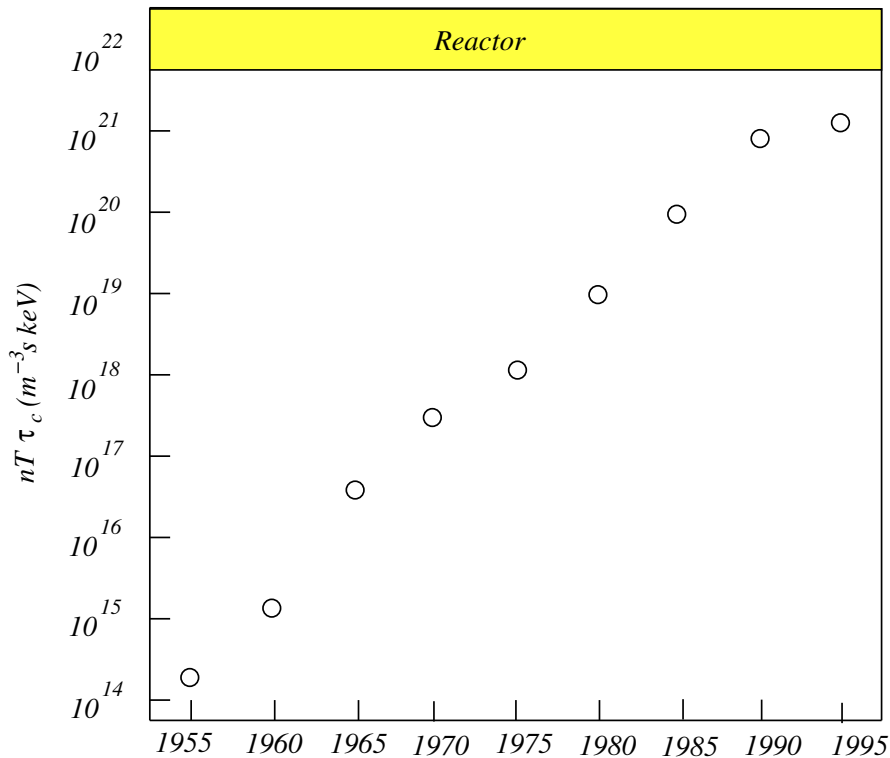


Figura 1.2: Evolución del triple producto de fusión.

Otra forma de medir el avance hacia la fusión es con el factor “Q”, que mide el balance entre la potencia de fusión entregada por el reactor y la potencia

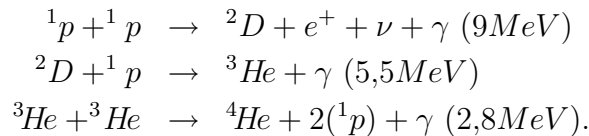
necesaria para formar, calentar y sostener el reactor. $Q = 1$, significa que la potencia entregada al reactor es la misma que la entregada por el reactor, este punto es conocido como “break even”. Un reactor debe tener un $Q \gg 1$, para poder entregar energía. Actualmente existen varios grandes tokamaks en operación, y se han alcanzado todos los parámetros del triple producto de fusión que caracterizan el “break-even” pero no simultáneamente. Los experimentos actuales tratan de llegar a “break even”. ITER [8], un tokamak en construcción, pretende obtener un $Q \geq 10$. En JET (Joint European Torus), uno de los grandes tokamaks en operación se llegó a un Q de 0.67.

1.2. Métodos de confinamiento

Existen tres posibilidades para confinar el plasma, confinamiento gravitatorio, inercial y magnético. Todos estos métodos de confinamiento son capaces de producir fusión nuclear. Existe además una propuesta para generar fusión a “temperatura ambiente”, conocida como fusión fría, que describiremos brevemente.

1.2.1. Confinamiento gravitatorio

El confinamiento gravitatorio es el que hace posible los procesos de fusión en las estrellas, donde el plasma se mantiene confinado por la fuerza gravitatoria. Se calcula que la masa mínima para obtener un plasma de fusión por confinamiento gravitatorio es de unas 75 veces la masa de Júpiter para quemar hidrógeno y unas 13 para quemar deuterio. Es interesante notar que los núcleos más pesados provienen de los procesos de fusión en las estrellas. Actualmente nuestro sol quema hidrógeno. Bethe estableció en 1939, que el proceso de quemado de hidrógeno en las estrellas conocido como ciclo del hidrógeno es:



El resultado final es que 4 protones se transforman en una partícula alfa (más positrones y neutrinos). Este es un proceso muy lento. Una vez que se queme todo el hidrógeno, el sol comenzara a quemar He dando por resultado ${}^{12}_6C$, que mediante capturas de otros nucleos de He , se tranforma en O , Xe y Mg . Esto se llama ciclo del carbono.

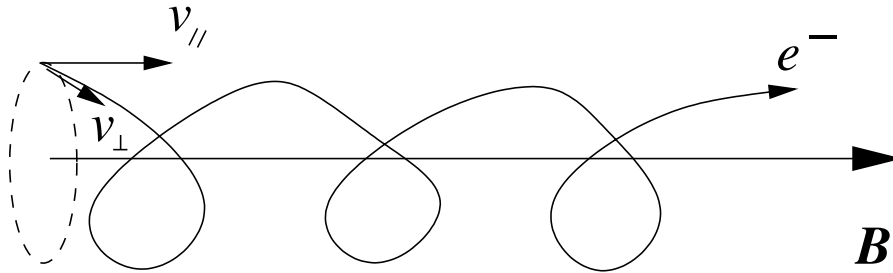


Figura 1.3: Esquema del atrapamiento de una partícula cargada en un campo magnético.

1.2.2. Confinamiento inercial

El confinamiento inercial consiste en aprovechar la inercia del combustible para que la fusión tenga lugar en un breve período de tiempo (al calentarse el plasma tiende a expandirse, la inercia es la que hace que la expansión sea a una velocidad finita). Este es el método por el cual funciona una bomba H (Hidrógeno), donde la energía necesaria para comprimir y calentar el combustible (una esfera de $D - T$) proviene de una explosión nuclear. Una vez que se llega a condiciones de fusión se libera unas 50 veces más energía que en una bomba nuclear en forma descontrolada.

La misma idea se usa en el confinamiento inercial, pero de manera controlada. En este caso, una esfera de $D - T$ de algunos milímetros de diámetro se calienta y comprime con láseres de alta potencia o haces de partículas. En general los láseres de alta potencia utilizados tienen aplicaciones bélicas y mucha de la tecnología utilizada en el confinamiento inercial es clasificada. Esta es una de las razones por la que los países fuera de Estados Unidos se concentran más en el confinamiento magnético.

1.2.3. Confinamiento magnético

Macroscópicamente un plasma es neutro, sin embargo a nivel microscópico está formado por cargas positivas y negativas. El confinamiento por campos electrostáticos se demostró inviable, debido a que los campos deberían ser demasiado grandes. Por otro lado, se pueden usar campos magnéticos en cuyas líneas de campo los electrones e iones del plasma quedan atrapados. En la Fig. 1.3, mostramos un esquema de este atrapamiento. La componente de la velocidad paralela al campo magnético B no es afectada y la componente perpendicular cambia de dirección debido a la fuerza de Lorentz ($q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$). Por lo tanto una primera idea es atrapar partículas en un campo B uniforme.

Un fenómeno importante en el confinamiento magnético es la estricción

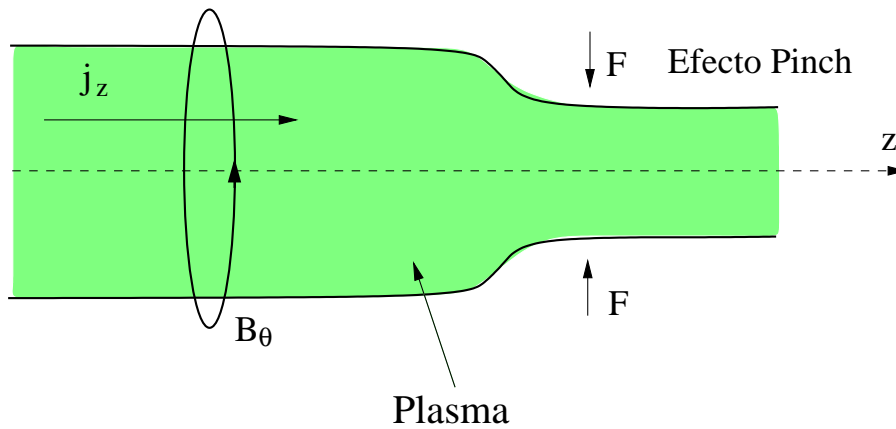


Figura 1.4: Diagrama de la efecto pinch.

o efecto “pinch”. Si tenemos una columna de plasma por la que circula una corriente j el campo magnético B_θ generado por la misma produce una contracción de la columna debido a la fuerza de Lorentz, (ver figura 1.4), que provoca un aumento de densidad y temperatura. Los primeros dispositivos estaban diseñados usando esta idea como columnas lineales. El problema es que así se pierden muchas partículas por los extremos de la columna, ya que si bien las partículas cargadas no pueden viajar en dirección perpendicular al campo (debido a la fuerza de Lorentz) si pueden hacerlo en dirección paralela. De esta manera surge la idea de doblar la columna para formar un pinch de forma toroidal. Esta es una de las razones por la que en general los dispositivos de confinamiento tienen simetría toroidal.

1.2.4. Fusión fría

La idea de la fusión fría es obtener reacciones de fusión a temperaturas y presiones cercanas a las de la tierra. A estas temperaturas la materia no se encuentra ionizada. La probabilidad de fusionar dos núcleos de H a temperatura ambiente (es decir que superen la repulsión coulombiana) es de 1 en 10^{60} s, es decir nula. Sin embargo existen dos propuestas para “acelerar” el proceso. La primera de ellas es la conocida como catalización por muones y consiste en formar moléculas muy compactas de D y T denominadas mesomoléculas muónicas, donde el enlace está dado por un muón. La segunda es conocida como fusión fría, se basa en la catálisis de reacciones de fusión por electrones en celdas electrolíticas.

Los estudios sobre ambas propuestas son pesimistas. En el primer caso, se calcula que para formar un muón se requiere más energía que la liberada en las reacciones que el muón puede catalizar.

En el segundo caso, la idea es catalizar las reacciones de fusión con electrones. Se utiliza la afinidad del paladio con el hidrógeno, y se aumenta la presión sobre los electrodos. Sin embargo los estudios demostraron que la tasa de fusión obtenida , 10^{24} por segundo, no tiene relevancia energética

1.3. Equilibrio magnético

Una cierta configuración de confinamiento magnético se encuentra en equilibrio estático cuando existe un balance entre el gradiente de presión del plasma y la fuerza magnética.

Consideremos al plasma como compuesto por dos fluidos, uno para los electrones y otro para los iones. En ese caso podemos escribir las siguientes ecuaciones de conservación del momento lineal [5]:

$$\begin{aligned} n_e m_e \left(\frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} + \mathbf{v}_e \cdot \nabla \mathbf{v}_e \right) &= -\nabla \cdot \underline{\underline{\mathbf{P}}}_e - n_e e (\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - \mathbf{R}_{ei} - n_e m_e \mathbf{v}_e \nu_{en} \\ n_i m_i \left(\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} + \mathbf{v}_i \cdot \nabla \mathbf{v}_i \right) &= -\nabla \cdot \underline{\underline{\mathbf{P}}}_i + n_i q_i (\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) + \mathbf{R}_{ei} - n_i m_i \mathbf{v}_i \nu_{in} \end{aligned} \quad (1.1)$$

donde q_i es la carga del ión, m_e y m_i son las masas de los electrones e iones respectivamente, \mathbf{v}_e y \mathbf{v}_i son sus velocidades, \mathbf{E} es el campo eléctrico, \mathbf{B} es el campo magnético, $\underline{\underline{\mathbf{P}}}_e$ y $\underline{\underline{\mathbf{P}}}_i$ son los tensores de tensiones de los electrones y de los iones respectivamente, \mathbf{R}_{ei} es la tasa de intercambio de momento entre electrones e iones y ν_{en} y ν_{in} son las frecuencias de transferencia de momento a los neutros de los electrones y los iones respectivamente.

El tensor de tensiones puede expresarse en función de coeficientes de viscosidad y derivadas de la velocidad [47]. En general las fuerzas viscosas son pequeñas respecto de las fuerzas magnéticas y pueden despreciarse [4] (veremos que esto no siempre es posible). En el caso en que la distribución es isotrópica y maxwelliana la divergencia del tensor de tensiones se reduce a

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \underline{\underline{\mathbf{P}}}_e &= \nabla P_e \\ \nabla \cdot \underline{\underline{\mathbf{P}}}_i &= \nabla P_i \end{aligned}$$

esto es a los gradientes de las presiones parciales P_e y P_i . Los miembros de la izquierda de las ecuaciones (1.1) representan las fuerzas inerciales del fluido, y el miembro de la derecha está compuesto por la fuerza de Lorentz y las colisiones.

Si consideramos un plasma totalmente ionizado ($\nu_{in,en} = 0$), sumamos las dos ecuaciones y usamos las aproximaciones $m_e \ll m_i$ y $n_e \sim n_i$ obtenemos la ecuación de un fluido.

$$nm_i \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla P \quad (1.2)$$

donde v ($= v_i$) es la velocidad del fluido, J la densidad de corriente, y P la presión total. En una configuración sin flujos el lado izquierdo de la ecuación se anula, y se cumple:

$$\nabla P = \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (1.3)$$

Esta es la condición de equilibrio estático.

El lado izquierdo de la ecuación (1.3) es la fuerza debida a los gradientes de presión, que tienden a expandir el plasma. El lado derecho representa la fuerza que el campo magnético ejerce sobre la corriente del plasma. Esta fuerza se obtiene de la fuerza de Lorentz. Los cambios que se produzcan en la presión del plasma y en su corriente afectarán la forma del equilibrio. Las ecuaciones (1.3) son ecuaciones tridimensionales en derivadas parciales, en general difíciles de resolver. De la ecuación (1.3), junto con $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ y la ley de Ampère ($\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$) se puede derivar ecuación más simple, considerando la simetría azimutal de los equilibrios buscados, que simplifica el cálculo, llamada ecuación de Grad-Shafranov, que presentaremos más adelante.

En general, los equilibrios que interesan en fusión nuclear tienen simetría toroidal y conviene trabajar con un sistema de coordenadas toroidales (r, θ, ψ) que tienen en cuenta esta simetría. En la figura 1.5, mostramos como se definen estas coordenadas. En el caso de los toroides compactos como los que nos interesan en esta tesis, es posible trabajar con coordenadas cilíndricas (r, θ, z) , que simplifican el cálculo.

Observemos que si multiplicamos escalarmente la ecuación (1.3), por \mathbf{J} obtenemos:

$$\mathbf{J} \cdot \nabla P = 0, \quad (1.4)$$

y si la multiplicamos por \mathbf{B} obtenemos:

$$\mathbf{B} \cdot \nabla P = 0. \quad (1.5)$$

Las ecuaciones (1.4) y (1.5), nos dicen que las líneas de corriente y las líneas de campo yacen sobre superficies de presión constante. Veremos que en general, los equilibrios de interés consisten en superficies magnéticas toroidales anidadas. En estos equilibrios se dice que las distintas cantidades (presión, flujo poloidal, etc) son funciones de superficie. Es decir que tienen un valor

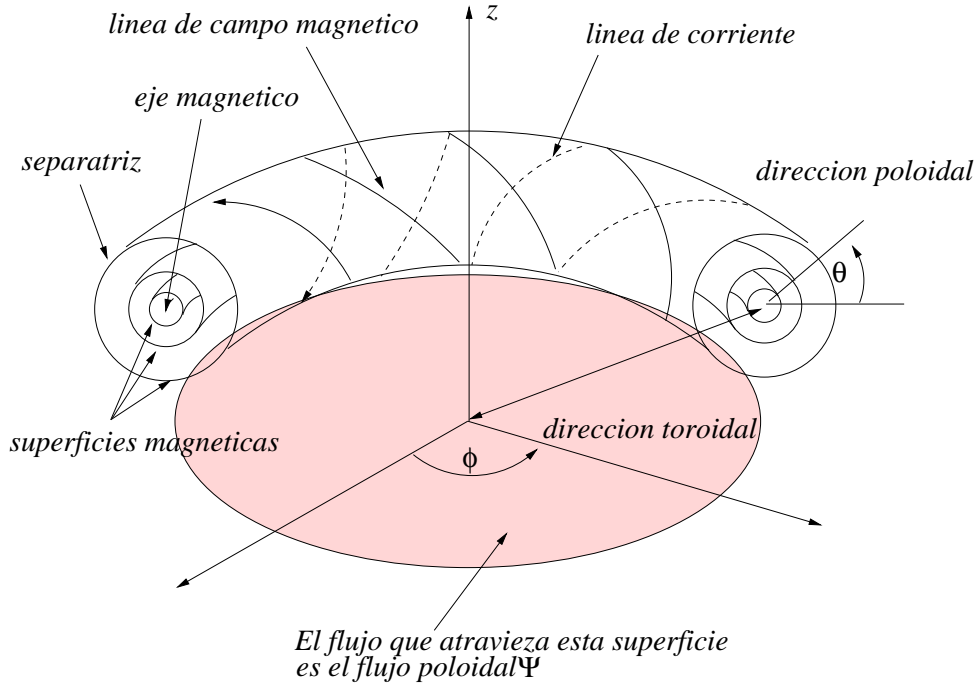


Figura 1.5: Esquema de un equilibrio toroidal. Las líneas de campo y de corriente definen un sistema de superficies toroidales anidadas, con una presión y un flujo poloidal ψ definidos. La superficie magnética más interna se reduce a una circunferencia y se denomina eje magnético. La exterior es llamada separatriz.

definido en cada superficie magnética. El flujo magnético poloidal es una de estas cantidades y se define como:

$$\psi_p = \int 2\pi r B_p dr. \quad (1.6)$$

Las ecuaciones (1.3) admiten infinitas soluciones ya que tenemos 3 ecuaciones y 4 incógnitas.

Una forma de simplificar el cálculo de los equilibrios es proponer dependencias funcionales para la presión ($P(\psi)$), la corriente poloidal ($I_p(\psi)$) y la toroidal ($I_t(\psi)$) del plasma en función del flujo poloidal. Si el sistema es axisimétrico alrededor del eje z se obtiene la ecuación de Grad-Shafranov:

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\mu_0 r^2 \frac{dP}{d\psi} - F \frac{dF}{d\psi}. \quad (1.7)$$

Donde μ_0 es la permeabilidad del vacío y F es una función relacionada con la corriente poloidal total que fluye en el plasma ($F = RB_t$, donde B_t es el campo magnético toroidal). P y F se toman como funciones libres y eligiendo convenientemente estas funciones se obtienen los distintos equilibrios.

En el capítulo 2 utilizaremos esta ecuación para obtener los equilibrios que usaremos.

Finalmente, una cantidad importante de los equilibrios es el parámetro β , que mide la relación entre la presión del plasma y la presión magnética. Este parámetro indica cuan eficientemente se está utilizando el campo magnético para confinar el plasma.

$$\beta = \frac{P}{B^2/(2\mu_0)}. \quad (1.8)$$

En el diseño de un reactor de fusión, la temperatura y densidad se definen buscando una máxima eficiencia en las reacciones de fusión. Esto fija la presión, por lo tanto un β chico implica que necesitaremos campos magnéticos grandes, que en general son costosos de producir.

1.4. Dispositivos de confinamiento magnético

Existen varios dispositivos de confinamiento magnético. Como dijimos antes los primeros son dispositivos lineales como el el z-pinch y el θ -pinch. El z-pinch, consiste en una corriente axial que genera un campo magnético azimutal. El θ -pinch consiste en una corriente azimutal que genera un campo magnético axial.

1.4.1. Z pinch

El z pinch, se forma provocando una descarga en una columna de gas, que puede estar total ó parcialmente ionizada. La descarga genera una corriente axial, y la corriente produce un campo magnético azimutal (como en la Fig. 4.1). El efecto pinch comprime y calienta el plasma. La inestabilidad tipo salchicha rompe rapidamente la configuración [5].

1.4.2. θ pinch

Para producir un θ pinch, se genera una corriente azimutal mediante un campo magnético axial variable. Nuevamente el efecto pinch comprime y calienta el plasma. El θ -pinch es estable pero se presenta el problema de pérdidas por los extremos. En la Fig. 5.1 mostramos un esquema de un θ -pinch.

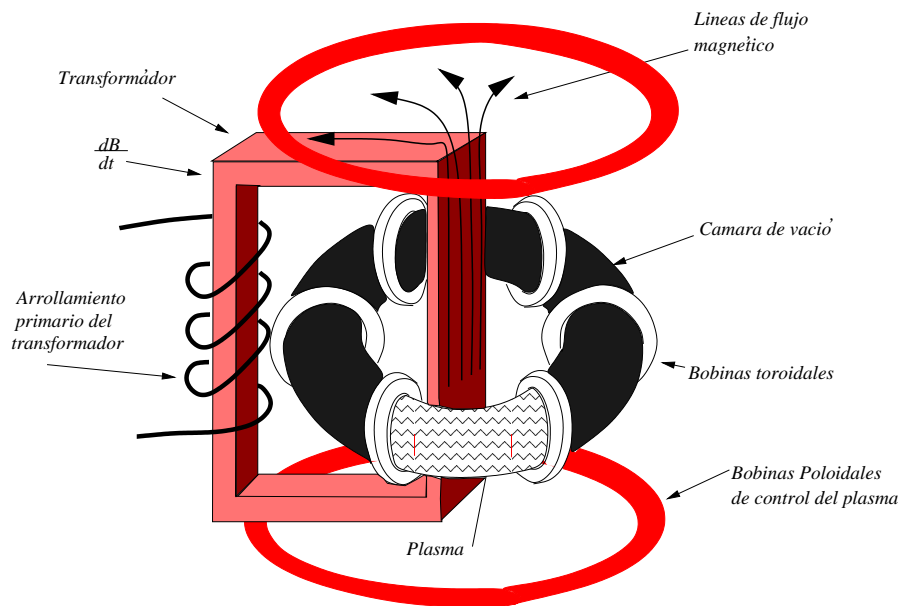


Figura 1.6: Diagrama de un tokamak.

1.4.3. Tokamaks

La primera idea para mejorar el confinamiento fue doblar un θ -pinch, que tiene buena estabilidad, de tal manera que la columna se cierre sobre sí misma y forme un toroide. En ese caso se tendría solo campo toroidal, pero este campo tiene un gradiente radial que produce una separación de carga. El campo eléctrico resultante de la separación de carga produce una deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ (radial) que hace que se pierda el plasma. Se agrega entonces una corriente toroidal (producida por un campo eléctrico toroidal inductivo) que produce la componente poloidal de campo. La suma de ambas componentes de B da un campo helicoidal que evita la separación de carga y la formación del campo eléctrico vertical. El problema es como sostener la corriente toroidal.

En casi todos los tokamaks el campo eléctrico es producido por la variación de flujo magnético en un solenoide que se encuentra en el “agujero” del toroide. Dicho solenoide actúa como primario de un transformador y el plasma como secundario (ver Fig. 1.6.). Esto hace que el calentamiento Ohmico y sostenimiento de la corriente en un tokamak sea de manera pulsada.

El plasma es un excelente conductor, de hecho la resistividad del plasma decae con la temperatura. Esto es ventajoso desde el punto de vista del sostenimiento de la corriente, ya que se necesita poca variación de flujo para sostener la corriente pero marca un límite de hasta donde es posible calentar el plasma mediante métodos inductivos (efecto Joule o calentamiento

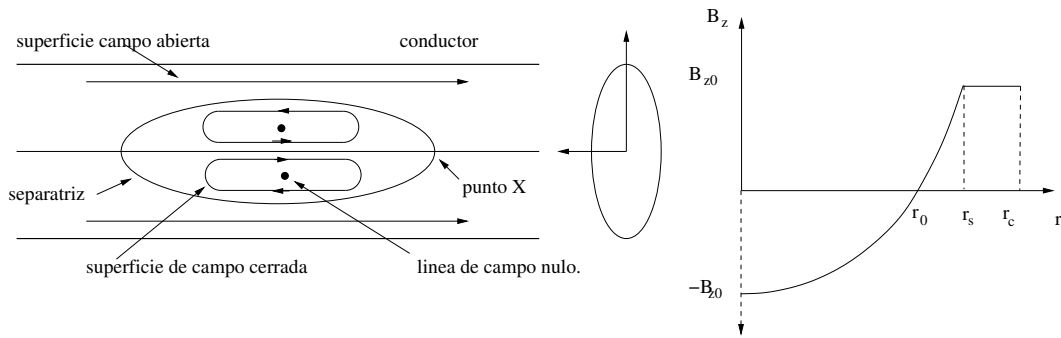


Figura 1.7: Diagrama de un FRC.

óhmico). Esto hace que se necesiten métodos auxiliares de calentamiento y sostenimiento de la corriente algunos de los cuales estudiamos en esta tesis. Por otra parte, estos métodos auxiliares servirían para operar el reactor de manera continua. La operación pulsada es perjudicial para el reactor, debido al estrés magnético y térmico al que son sometidos los materiales.

1.4.4. Toroides compactos

Se llaman toroides compactos o TC a una serie de configuraciones de superficies magnéticas toroidales cerradas en las que no hay bobinas ni otros objetos que concatenen el plasma [7]. Los TC son de construcción más sencilla que los tokamaks. Además son configuraciones que poseen alto β , lo que les permite operar con combustibles avanzados, como por ejemplo $D-^3He$. Estos combustibles avanzados tienen la ventaja de que casi no producen neutrones y además permitirían la conversión directa de la energía cinética de los protones de la reacción en energía eléctrica [54, 55]. Esto no es posible en tokamaks (que son de bajo β) debido a las pérdidas por radiación de sincrotrón. En los TC, el agujero central pasa a ser una línea. Geométricamente se dice que los TC tienen relación de aspecto ($\epsilon = \text{radio del toroide}/\text{radio del plasma}$) chica ($\epsilon \sim 1$), al contrario de los tokamaks que tiene relación de aspecto grande.

El spheromak es un TC, donde el campo toroidal es del orden del campo poloidal. En el Field Reversed Mirror, el campo toroidal es mucho mayor que el campo poloidal y finalmente, la configuración de campo invertido o Field Reversed Configuration (FRC) no tiene campo toroidal.

1.4.5. Configuración de campo invertido o Field Reversed Configuration

El FRC es una configuración de campo magnético prolada (alargada en la dirección del campo) formada sin campo toroidal [7]. Los FRC's son configuraciones de alto β . La corriente toroidal del plasma invierte el campo externo. En la Fig 1.7 mostramos un esquema de un FRC. A la izquierda mostramos un corte longitudinal del FRC. El FRC tiene simetría axial. En la figura se muestra el eje nulo o eje magnético donde el campo se anula ($r = r_0$). La separatriz (r_s), que es la última superficie magnética cuyas líneas se cierran sin atravesar las paredes del recipiente y separa la región de líneas abiertas de la región de líneas cerradas, y el radio del conductor r_c . La mayor parte del plasma esta confinada dentro de la separatriz. Existe otro punto de campo nulo, conocido como punto x en los extremos de la separatriz. A la derecha mostramos la dependencia radial de la componente z del campo magnético. Fuera de la separatriz el campo vale B_{z0} y es aproximadamente constante. En el centro del plasma el campo se invierte y vale $-B_{z0}$.

Los primeros FRC fueron producidos experimentalmente invirtiendo el campo magnético en un theta-pinch [9, 10]. Actualmente hay otros métodos de formación independientes del θ -pinch, que describiremos más adelante.

1.5. Métodos de formación de FRC's

El primer método utilizado para formar un FRC fue invirtiendo el campo de un θ -pinch [9, 10]. En la Fig. 1.8, mostramos un esquema de este método. Primero, se llena el tubo de descarga con un gas neutro y se aplica un campo magnético mediante las bobinas de campo externo. Luego se ioniza el gas, lo que congela el campo en el plasma. Segundo, se invierte la corriente en las bobinas de campo, lo que genera un campo eléctrico inductivo muy fuerte que reorganiza las líneas de campo. Tercero, las líneas se reconectan al final de las bobinas del θ -pinch, y se forma una configuración cerrada. Cuarto, la tensión magnética hace que la configuración se contraiga axialmente hasta que se alcanza el equilibrio.

También es posible formar un FRC a partir de campos magnéticos rotantes o RMF (Rotating Magnetic Field). Siguiendo experimentos pioneros de Thonemann [11], Hugrass et al [14, 15, 13, 30] demostraron que es posible formar y sostener la corriente con un RMF. En la Fig 1.9, mostramos un esquema de este dispositivo. En la figura tenemos una columna de plasma inmersa en un campo magnético axial B_z . Sobre la columna, aplicamos un campo magnético transversal B_w , que rota alrededor eje z . Eligiendo ade-

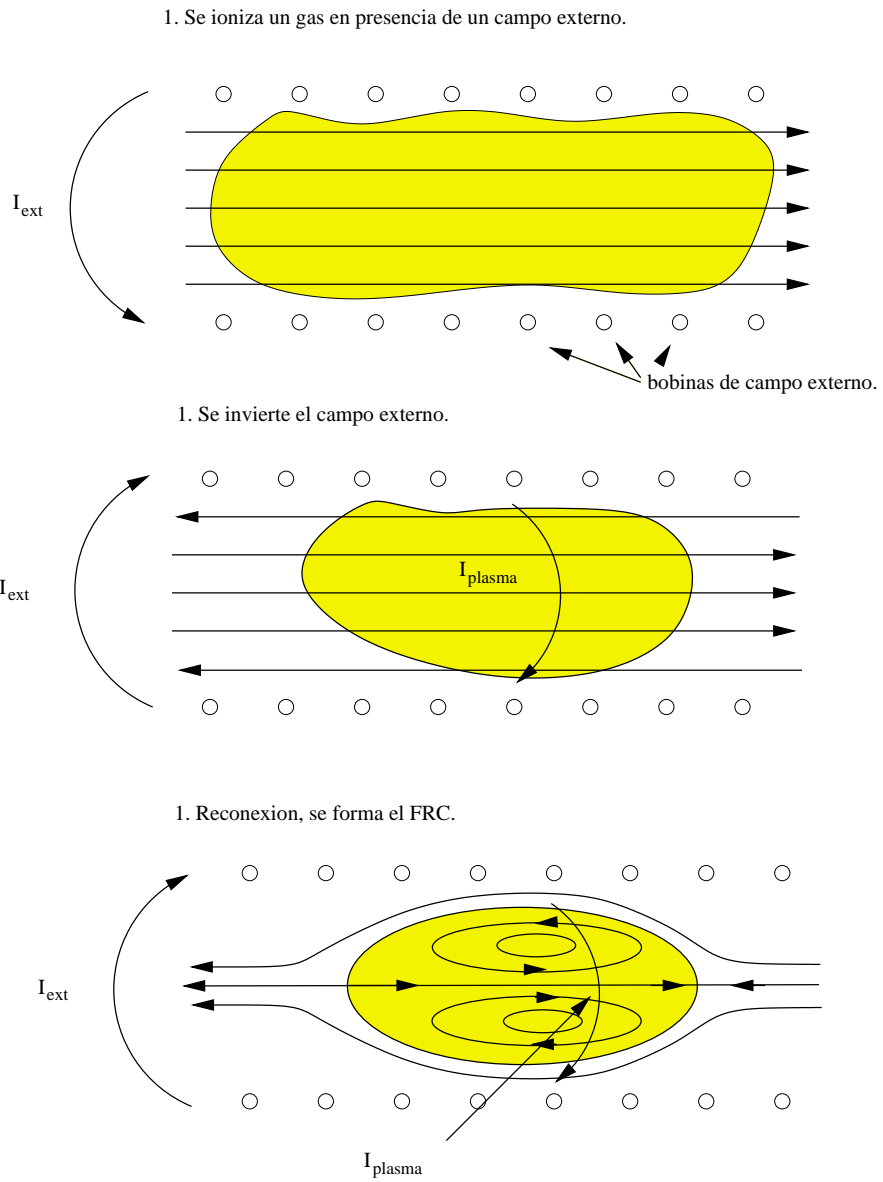


Figura 1.8: Formación de un FRC invirtiendo un θ -pinch.

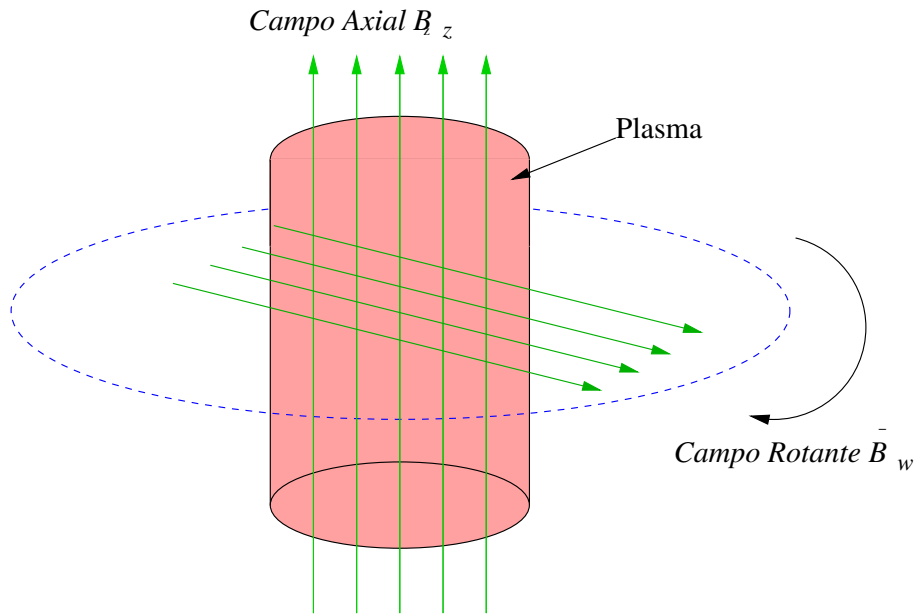


Figura 1.9: Formación de un FRC con un RMF.

cuadramente los parámetros, el campo B_w penetra en la columna de plasma arrastrando a los electrones. Clásicamente un campo variable solo puede penetrar una distancia del orden de la longitud clásica de penetración (unos pocos centímetros para los experimentos considerados). Sin embargo, hay que considerar que si los electrones rotan con el campo B_w , van a “ver” un campo estático que si puede penetrar en el plasma.

Finalmente, otro método de formación de un FRC es mediante la coalescencia de dos spheromaks que poseen campos toroidales opuestos [22, 23, 24, 25, 26]. Se forman dos esferomak enfrentados y se los hace chocar. Luego de un proceso de reconexión magnética se forma el FRC.

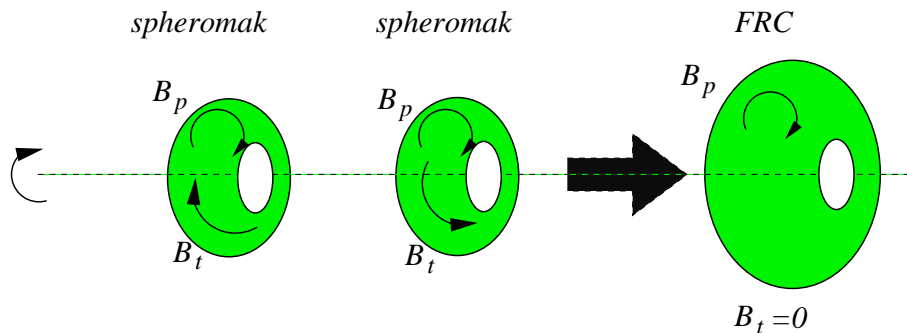


Figura 1.10: Formación de un FRC mezclando dos spheromaks.

1.6. Métodos de calentamiento.

La forma en que se calienta el plasma en un FRC depende del método de formación. Si se usa un θ -pinch gran parte del calentamiento se debe a la compresión rápida del plasma y el resto a disipación Ohmica [7]. Cuando se usa un RMF solo hay disipación Ohmica y no se alcanzan altas temperaturas. Cuando se usan dos spheromaks la energía magnética asociada al campo toroidal se disipa en forma de calor. La temperatura iónica del FRC es mayor que la de los spheromak, se supone que esto se debe a la conversión de energía magnética en térmica [22].

En un tokamak el plasma se calienta inicialmente mediante métodos inductivos, es decir calentamiento ohmico. La idea en un reactor es que al llegar a regímenes de fusión, la energía de las reacciones sostendrán el plasma caliente. Aun así, se estima que serán necesarios métodos adicionales no inductivos para llegar a regímenes de fusión [8, 6].

Los métodos de calentamiento son similares a los de sostenimiento de la corriente, usados en regímenes de parámetros adecuados. Se pueden usar ondas electromagnéticas, excitando alguna de las muchas frecuencias de resonancia del plasma. También, se pueden usar haces neutros, que se ionizan dentro del plasma y depositan su energía en el mismo. Finalmente, se pueden usar RMF, para calentar un plasma, aunque la eficiencia de este proceso parece ser baja.

1.7. Métodos de sostenimiento de la corriente para FRC's

El objetivo de esta tesis es estudiar métodos no inductivos de sostenimiento de la corriente en FRC's. Estos métodos no son exclusivos de FRC, ya que pueden ser aplicados a otras configuraciones de campo, incluyendo tokamaks [6, 28, 29]. En el caso de los tokamaks, se puede inducir un campo eléctrico toroidal variando el flujo magnético a través del agujero del toroide. Esto no es posible en los TC, ya que el agujero desaparece. Por otra parte, la generación de corriente mediante campos eléctricos variables inducidos produce una operación pulsada del reactor. Este método tiene varias desventajas, como por ejemplo la interrupción de la potencia de salida y fatiga de materiales producida por el ciclado térmico [6].

1.7.1. Inyección de haces neutros

La inyección de haces neutros o NBI (Neutral Beam Injection) para generar corriente fue propuesta por Ohkawa [27]. La idea es inyectar un haz de átomos en el plasma con una energía cinética mayor que la energía térmica de los iones del plasma. Estos átomos de alta velocidad penetran en el plasma, ya que no poseen carga eléctrica. En el plasma, se ionizan y producen una corriente de iones rápidos alrededor del plasma. A medida que interactúan con el plasma, el momento inicial del haz se transfiere a las especies del plasma, que se acelerarán en dirección del haz [27]. En particular, los electrones generan una corriente que se opone y cancela parcialmente a la corriente de iones rápidos. El grado de cancelación de la corriente depende de la carga de los iones rápidos eZ_f , de la carga efectiva de los iones del plasma eZ_{eff} y el número de electrones en órbitas atrapadas.

1.7.2. Campos magnéticos rotantes

El método de los campos magnéticos rotantes consiste en aplicar un RMF a una columna de plasma. Al contrario de los métodos de ondas electromagnéticas de radio frecuencia, el método de RMF da una velocidad relativa a todos los electrones del plasma respecto de los iones del plasma. Hay toda una serie de experimentos que muestran que los RMF son capaces de sostener corriente azimutal [11, 14, 12, 16, 17, 18, 19]

Por otra parte, existen toda una serie de calculos analíticos y numéricos [14, 20, 36] que describen como penetra un RMF en una columna de plasma y de cuáles son los parámetros del plasma y del RMF consistentes con penetración completa [30, 15, 38]. Básicamente, se necesita que el parámetro $\gamma = eB_\omega/m_e\nu_{ei}$ (donde B_ω es la intensidad del RMF aplicado), que mide la relación entre la intensidad del RMF y las colisiones, sea mayor que el parámetro de penetración $\lambda = a/\delta$ (donde a es el radio del plasma y δ es la longitud clásica de penetración).

Para entender el mecanismo del RMF, consideremos una columna de plasma orientada en dirección z compuesta de iones y electrones. Vamos a asumir que los iones están fijos y uniformemente distribuidos, y que los electrones pueden tratarse como un fluido de inercia y viscosidad despreciable. En ese caso podemos escribir la ley de Ohm generalizada como:

$$\mathbf{E} - \frac{1}{n_e e}(\mathbf{j} \times \mathbf{B}) = \eta \mathbf{j},$$

donde n_e y η son la densidad y resistividad electrónica, y \mathbf{E} y \mathbf{B} son los campos eléctrico y magnético respectivamente. El RMF se aplica en el plano

perpendicular a z . En este caso, si hay una componente j_z de la densidad de corriente, debido al efecto Hall ($\mathbf{j} \times \mathbf{B}$), habrá una corriente en dirección azimutal. La simetría azimutal del problema impide que la corriente se cancele, como si sucedería en el caso plano debido al campo electrostático que se generaría por separación de carga. Clásicamente, el campo oscilante penetrará una longitud δ en la columna de plasma. Ya que el RMF induce un campo oscilante E_z que a su vez induce una corriente j_z de apantallamiento. Sin embargo, si los electrones comienzan a rotar, verán una frecuencia menor del campo, lo que aumentará la penetración del mismo y así sucesivamente hasta llegar a la sincronía, que es cuando los electrones rotan con la misma frecuencia que la del RMF. Este es un efecto no lineal y Hugrass [12] mostró que se necesita un valor mínimo de γ para que el campo penetre. Milroy mostró [36] que el valor mínimo de γ para que el RMF penetre totalmente en la columna de plasma puede escribirse como

$$\gamma_c = 1,12\lambda \left[1 + 0,12(\lambda - 6,5)^{6,5} \right]. \quad (1.9)$$

En el marco de los campos rotantes, existe la propuesta de usar dos RMF rotando en sentidos opuestos para sostener la corriente en estado estacionario. Uno de los RMF arrastraría a los electrones y el segundo RMF arrastraría a los iones. Este esquema de sostenimiento se lo conoce como esquema de Clemente [31, 32, 33, 34].

1.7.3. Ondas electromagnéticas

La idea es excitar con ondas electromagnéticas (radiofrecuencia), algún subgrupo de la distribución de electrones, dando como resultado que este grupo aumenta su velocidad respecto del resto. Es decir, produce una distorsión en la función de distribución que deja de ser maxwelliana. Básicamente la onda interactúa con aquellas partículas cuya velocidad es igual a la velocidad de fase de la onda. Este método es muy usado en tokamaks [28], pero no es claro que pueda aplicarse a FRC's. En la Fig. 1.11, mostramos el esquema de alguna de las ondas y aparatos utilizados. Estas ondas se pueden introducir mediante un arreglo de guías de ondas en fase, un arreglo de espiras o con una guía de onda en forma de cuerno [29].

1.8. Modelos

Para estudiar la generación y sostenimiento de la corriente en plasmas utilizamos dos modelos para el plasma y su interacción con partículas y ondas electromagnéticas. En el capítulo 2 utilizaremos una descripción tipo

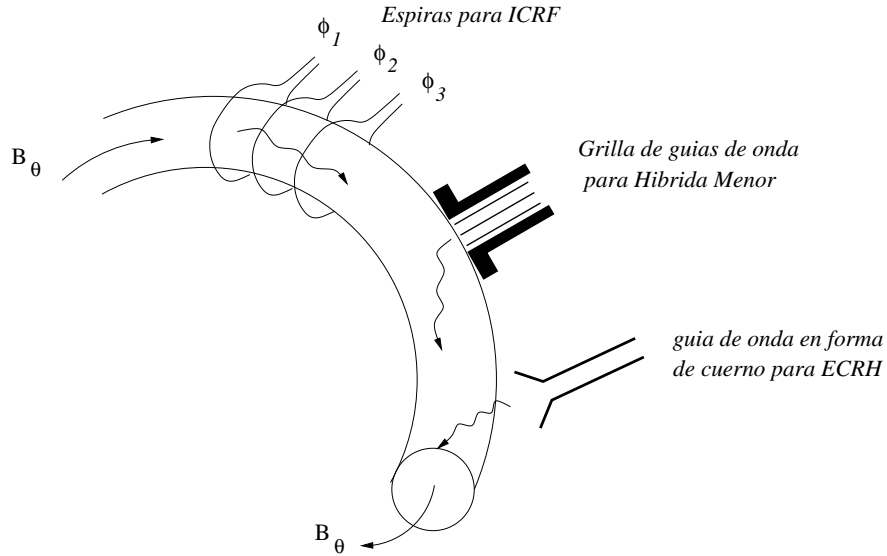


Figura 1.11: Distintos aparatos para inyectar ondas de radio frecuencia en un plasma con campo toroidal B_θ . La grilla de frecuencia híbrida inferior es un arreglo de guías de ondas. Se muestra que el ICRH (ion cyclotron resonance heating) es un arreglo de espiras y el ECRH (electron-cyclotron resonance heating) es una guía de onda en forma de cuerno que se apunta tangencialmente al toroide.

movimiento browniano para el movimiento de las partículas de un haz o de los productos de las reacciones de fusión en el plasma [58]. En este caso, consideramos que la partícula se mueve en el campo magnético del plasma (obtenido a partir de un equilibrio como el que se obtiene de resolver la ecuación de Grad-Shafranov), y que además interactúa estocásticamente con el plasma mediante procesos de frenamiento y dispersión. Este movimiento lo describimos mediante la siguiente ecuación estocástica:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{M} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nu \mathbf{v} + \underline{\underline{\mathbf{D}}}. \mathbf{v}, \quad (1.10)$$

donde \mathbf{v} y M son la velocidad y la masa de la partícula, \mathbf{B} es el campo magnético, ν y $\underline{\underline{\mathbf{D}}}$ son los coeficiente de frenamiento y difusión respectivamente, de una partícula browniana que se mueve en el espacio de velocidades, extraídos de [58].

En el caso de un RMF aplicado a un plasma (cáp. 3), utilizamos el modelos de 2 fluidos presentado en la sección 1.3, que junto con las ecuaciones de Maxwell, permiten una descripción del plasma y su interacción con RMF, como mostraremos en el capítulo 3.

1.9. Aportes de esta tesis

En esta tesis estudiamos tres métodos de sostenimiento de la corriente. El uso de haces neutros [43, 50], el autosostenimiento por productos de reacciones nucleares [44] y el método de campos rotantes o RMF [45, 48, 49, 46].

En el caso de los NBI, mostramos que la corriente depende fuertemente de la geometría del campo magnético para ciertos parámetros del plasma [43]. En particular estudiamos el caso del ARTEMIS, un diseño conceptual de reactor de fusión de $D-^3He$ [54]. Hasta el presente se asumía que todas las partículas ionizadas generaban corriente positiva. Por el contrario, mostramos que hay zonas de ionización donde las partículas generan corriente negativa respecto de la corriente del plasma. Esto cambia sustancialmente la corriente total. Además mostramos un procedimiento para estimar parámetros óptimos de NBI.

También estudiamos la corriente generada por los protones en un reactor de fusión de $D-^3He$ en una configuración tipo FRC [44]. Encontramos que la corriente generada es muy sensible al equilibrio considerado. Además, mostramos que la dispersión juega un papel importante en la distribución de corriente.

Respecto de los RMF encontramos que la inercia tiene efectos importantes en la eficiencia de los RMF en FRC's cuando ω/ν es grande [45]. Además, encontramos que la viscosidad también juega un papel importante cuando ω/ν es grande [48]. Finalmente, en el esquema de Clemente, mostramos que para describir la evolución del sistema en el caso no viscoso es necesario introducir un modelo que contemple la componente radial de la velocidad y las corrientes. En el caso viscoso, encontramos soluciones estacionarias al esquema de Clemente, pero con parámetros poco realistas. Mostramos que con estos parámetros es posible arrancar todo el sistema desde el reposo, es decir formar el FRC y llegar a un estado estacionario [49].

Capítulo 2

Haces y partículas

2.1. Inyección de haces neutros en plasmas de fusión nuclear

En este capítulo estudiamos el uso de NBI para sostener una fracción de la corriente del plasma en un reactor basado en una configuración tipo FRC operando con la reacción $D - ^3He$. Los parámetros del plasma y del haz son semejantes a los propuestos por el proyecto ARTEMIS, que consiste en el diseño conceptual de un reactor de 1000 MW [54]. Para el estudio adaptamos un código de Monte Carlo previamente usado para estudiar NBI en FRCs de tamaño medio [51, 53, 52]. Un análisis simple muestra que la corriente generada no alcanza los valores necesarios para sostener el ARTEMIS. Mostramos un procedimiento para buscar parámetros que mejoran la eficiencia.

2.1.1. Introducción

Los tokamaks estandares, como ITER, no pueden funcionar con combustibles avanzados que producen menos neutrones. En cambio los FRC, debido a su alto β , son candidatos ideales para quemar estos combustibles (i. e. $D - ^3He$). Existen varios diseños conceptuales de estos reactores avanzados (ARTEMIS [54], RUBI [63], SAFFIRE [65]).

En el ARTEMIS se necesita una corriente semilla de 50 MA para sostener el estado estacionario. Se supone que la mayor parte de la corriente (42 MA, 84%) será proporcionada por los protones resultantes de las reacciones de fusión de $D - ^3He$, y que el resto deberá producirse con inyección de haces neutros (NBI).

En esta sección estudiamos la factibilidad de sostener parte de la corriente en el ARTEMIS con NBI. Para esto usamos un código tipo Monte-Carlo

previamente utilizado para estudiar NBI en FRCs y Spheromaks [51, 53, 52]. El código integra las ecuaciones de movimiento de partículas individuales incluyendo colisiones. Calculamos las órbitas exactas, ya que la alta energía de las partículas da como resultado un radio de Larmor del orden del tamaño del plasma, lo que impide el uso de órbitas promediadas respecto de la rotación alrededor de las líneas de campo magnético (giro-averaging). El plasma consiste en iones de deuterio y helio y electrones, y suponemos que está en equilibrio MHD; el haz está compuesto por átomos de D . No es necesario calcular un equilibrio autoconsistente debido a que la corriente del haz es mucho menor que la corriente total del plasma (~ 200 MA).

Suponemos que la corriente del haz no es cancelada por el plasma [56]. Según Berk [56], solo puede aparecer una corriente que cancele la del haz si el plasma adquiere rotación debido a la deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ producida por un campo eléctrico radial. Si existe algún mecanismo de viscosidad electrónica el campo eléctrico puede ser cortocircuitado. Esta viscosidad puede provenir de inestabilidades tipo Kelvin-Helmholtz [57] o rompiendo la simetría acimutal con bobinas externas [66]. Adicionalmente se puede usar un RMF para acelerar los electrones en dirección contraria a los iones del plasma [53].

En este estudio no calculamos el efecto del NBI sobre el plasma y por lo tanto no podemos determinar la corriente total resultante en el FRC. Para calcular este efecto deberíamos resolver cuatro ecuaciones tipo Fokker-Planck, una para los iones del haz, dos para los iones del plasma (D y ${}^3\text{He}$) y una para los electrones. Alternativamente, se podría usar un código de transporte para el plasma con términos fuente de momento y energía debidos al haz.

La conclusión principal es que usando los parámetros propuestos en el ARTEMIS se obtiene una corriente mucho menor que la necesaria para sostener el plasma según [54]. Proponemos un procedimiento para buscar los parámetros del plasma y del haz que resultan en una mayor corriente del haz, el que requiere mucho menos tiempo de cómputo.

La estructura de esta sección es la siguiente. En 2.2 y 2.3 describimos el código y los parámetros del haz y del plasma respectivamente. En 2.4 presentamos un análisis teórico. En 2.5 mostramos los resultados obtenidos para el ARTEMIS. La 2.6 describe el procedimiento empleado para buscar parámetros que resulten en eficiencias más altas y la 2.7 contiene las conclusiones.

2.1.2. Descripción del código

Modificamos un código previamente usado para calcular NBI en FRCs y spheromaks [51, 52, 53]. El código realiza un cálculo tipo Monte-Carlo para un conjunto de partículas inyectadas en una configuración tipo FRC, que

se encuentra en equilibrio MHD. Las partículas son inyectadas neutras y el código calcula su ionización, frenamiento y termalización. A diferencia del tokamak, el FRC no tiene un campo toroidal fuerte, esto impide el uso de “giro-averaging” para calcular las órbitas. Por lo tanto, resolvemos la ecuaciones de movimiento completas de las partículas (ec. 1.11) con un esquema de tipo leap-frog. Introducimos el efecto de las colisiones Coulombianas mediante un operador de colisiones de Fokker-Planck [58]. En cada corrida seguimos la evolución de 20000 a 50000 macropartículas, y cada una de las cuales representa muchos iones del haz.

Para la ionización incluimos los procesos de:

- (a) Ionización por colisiones Coulombianas con iones y por intercambio de carga: para la sección eficaz de ionización desde el estado fundamental (incluyendo intercambio de carga) usamos una expresión empírica [67]. Para el D y el 3He en estados excitados usamos la ley de escala clásica de la ref. [68], mejorada en la región de altas energías para reproducir los datos de pérdida de electrónica del estado fundamental.
- (b) Excitación por colisiones Coulombianas con iones: usamos una ley de escala predicha por la teoría de acoplamiento próximo en la aproximación dipolar (DACC) [69] extendida a la zona de altas energías para excitación desde el estado fundamental usando la primera aproximación de Born. Para estados de excitación superiores usamos una fórmula semiempírica [70].
- (c) Ionización y Excitación por colisiones Coulombianas con electrones: usamos secciones eficaces basadas en datos experimentales, extendiendo los datos a altas energías mediante la aproximación de Born para los estados $1s$ y $2s$, y mediante fórmulas semiempíricas para estados de excitación superiores.

Suponemos que la velocidad (módulo y dirección) de las partículas del haz neutro no cambia cuando se ionizan. Esta aproximación se sustenta en las siguientes razones. Primero, la energía del proceso de ionización es despreciable comparada con la energía de las partículas neutras. Segundo, el cambio de momento asociado a la ionización de la partícula neutra también es despreciable ($\delta E \sim \vec{v}\delta\vec{p}$). Tercero, la ionización por intercambio de carga es el proceso menos probable y cuarto la sección eficaz que corresponde a deflexiones de gran ángulo es muy pequeña.

2.1.3. Cálculo del equilibrio del plasma y parámetros del haz

El equilibrio usado es solución de la ecuación de Grad-Shafranov, obtenida con un método semimplícito ADI [72].

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\mu_0 r^2 \frac{dP}{d\psi}. \quad (2.1)$$

Donde μ_0 es la permeabilidad del vacío, ψ es el flujo poloidal y P es la presión del plasma. Para resolver (2.1) es necesario suponer una cierta dependencia funcional de la presión del plasma respecto del flujo poloidal. En este caso utilizamos:

$$P(\psi) = G_0 \left[\frac{\psi}{\psi_0} - \frac{C}{2} \left(\frac{\psi}{\psi_0} \right)^2 \right] \quad (2.2)$$

donde G_0 es una constante, ψ_0 es el flujo en el eje magnético y C un parámetro que permite determinar la forma del perfil de equilibrio (hollowness parameter) [59]. Para $C > 0$ obtenemos un equilibrio hueco (hollow equilibrium), y para $C < 0$ obtenemos un equilibrio picado (peaked equilibrium) (ejemplos en la ref. [51]). La ecuación la resolvemos dentro de la separatriz, que es una superficie cilíndrica de radio r_s y altura $2z_s$ (de $-z_s$ a z_s). La condición de contorno en la separatriz es $Y = 0$.

En el ARTEMIS se supone que las temperaturas de los iones y electrones son uniformes e iguales a $87,5 \text{ keV}$. Hay poca información experimental sobre los perfiles de temperaturas en FRCs pero los datos existentes soportan la hipótesis de temperatura uniforme. Debido a que no hay información sobre los coeficientes de transporte para electrones e iones, ni de las tasas de calentamiento (debido mayormente a los productos de fusión) en el régimen propuesto para el ARTEMIS, es muy difícil asegurar si la hipótesis de igual temperatura es válida. En este estudio dejamos la temperatura iónica fija y estudiamos el efecto de cambiar en la temperatura electrónica (ver más adelante).

El campo magnético externo está fijo $B_e = 6,7 \text{ T}$ y resolvemos la ecuación (2.1) dentro de la separatriz. Aproximamos el plasma del ARTEMIS por un cilindro de un radio $r_s = 1,12 \text{ m}$ y longitud $2z_s = 17 \text{ m}$ (Fig. 2.1). En la Fig. 2.1, dibujamos esquemáticamente, la separatriz (que es la superficie magnética que separa las superficies cerradas de campo de las abiertas. En nuestro caso es un cilindro de radio r_s y largo $2z_s$) y el eje magnético (r_0 , que es la línea donde el campo magnético se anula y es donde la densidad del plasma es máxima. Para un FRC con $z_s \gg r_s$ se puede demostrar que

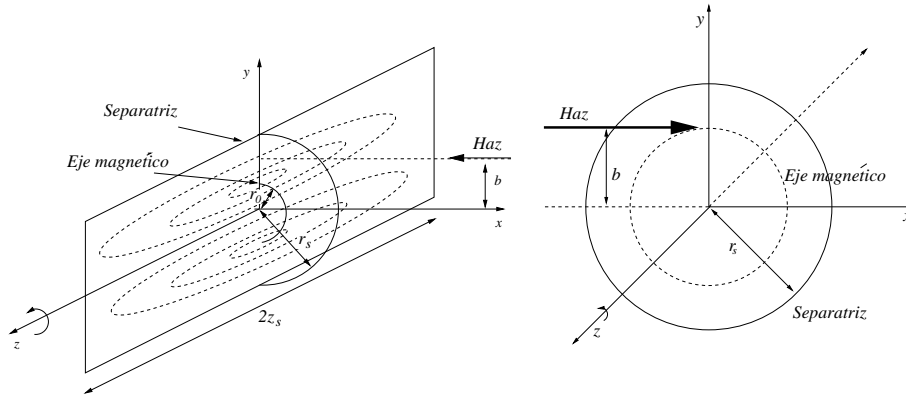


Figura 2.1: Geometría de inyección del haz. A la izquierda esquema con el FRC inclinado. A la derecha una vista desde el eje z .

$r_0 = r_s/\sqrt{2}$ [7]). Fijamos $\psi = 0$ en la separatriz y calculamos G_0 pidiendo que $B_z(r_s, 0) = B_e$ (B_z es la componente z del campo magnético). El máximo de la densidad electrónica resulta $n_p = 7,3 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$. El plasma está compuesto por $f_D = 0,5$ y $f_{He} = 0,25$, donde $f_D = n_D/n_e$, $f_{He} = n_{He}/n_e$, n_e es la densidad electrónica, n_D es la densidad del deuterio y n_{He} es la densidad del helio.

Inyectamos el haz de deuterio en $z = 0$, con diferentes valores del parámetro del impacto b (coordenada y). En la Fig. 2.1 mostramos la geometría de inyección, y en las Figs. 2.2 and 2.3 mostramos los perfiles radiales de B_z y la densidad de electrones, en $z = 0$, del equilibrio calculado con $C = -10$. En el ARTEMIS se propone usar un haz de deuterio de 1 MeV de energía y una corriente de 5A y nosotros estudiamos el efecto de cambiar estos parámetros.

2.1.4. Cálculo analítico de la corriente

La corriente máxima que puede ser generada por el haz puede ser estimada considerando un plasma sin campo magnético con densidad uniforme y usando la aproximación dieléctrica para modelar el efecto del plasma en el frenamiento del haz (ver Apéndice A de la ref. [51]).

Supongamos que inyectamos un haz de partículas de D de carga e , masa m , corriente I_N y energía inicial E_N en un plasma homogéneo compuesto por deuterio y helio 3. Los iones del haz viajarán en el plasma una distancia L antes de termalizarse dada por:

$$L = \int dx = \int \frac{dE}{dE/dx} = m \int_{\sqrt{2T_i/m_i}}^{v_0} \frac{v}{F(v)} dv \quad (2.3)$$

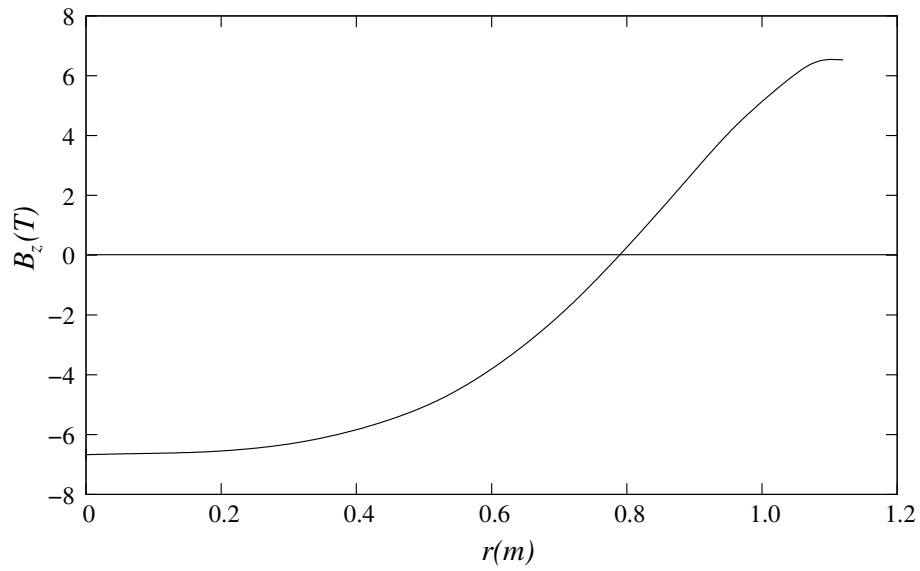


Figura 2.2: Componente z del campo magnético en $z = 0$.

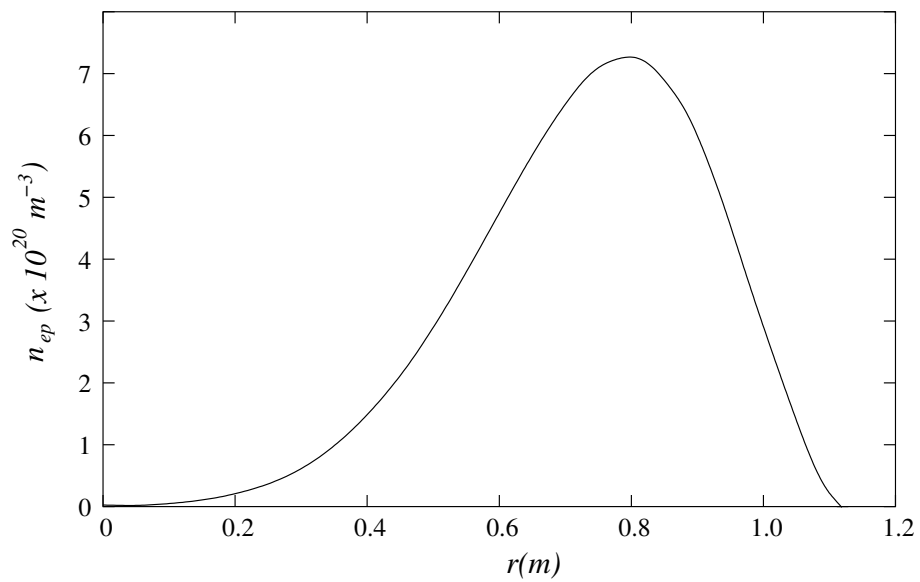


Figura 2.3: a) Densidad de electrones en $z = 0$.

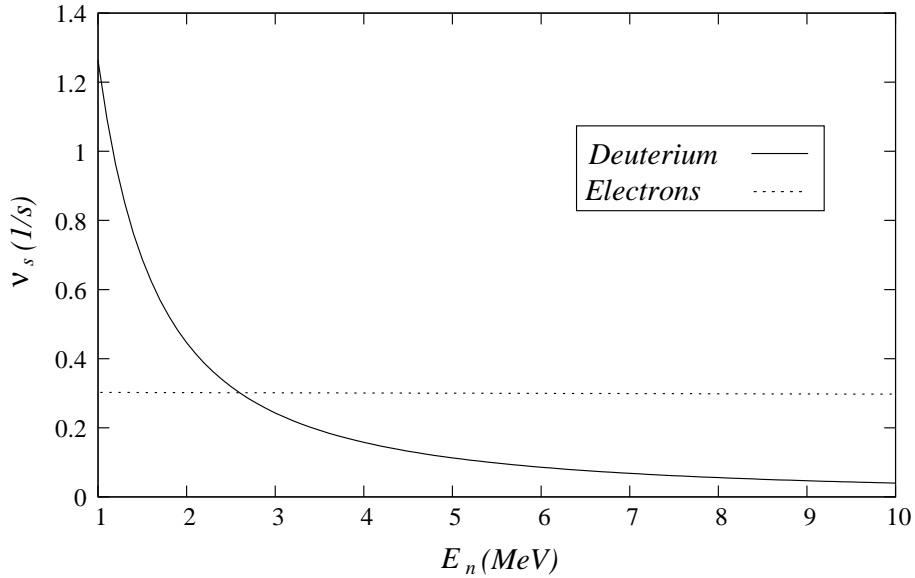


Figura 2.4: frecuencia de colisión para electrones y D, para $n = 3 \times 10^{20}$ y $T = 87,5$ keV.

donde $v_0 = \sqrt{2E_N/m}$ es la energía inicial de las partículas haz y $F(v)$ es la fuerza que actúa sobre ellas. Para un plasma homogéneo, la fuerza $F(v)$ se puede aproximar como [58]:

$$F(v) = \frac{4\pi e^4}{m} \ln \Lambda \left[n_e \frac{m}{T_e} G \left(\frac{u}{\sqrt{2T_e/m_e}} \right) + n_D \frac{m + m_D}{T_i} G \left(\frac{u}{\sqrt{2T_i/m_i}} \right) + n_{He} \frac{m + m_{He}}{T_{He}} Z_{He}^2 G \left(\frac{u}{\sqrt{2T_{He}/m_{He}}} \right) \right] \quad (2.4)$$

donde m_D , m_{He} y m_e son las masas del deuterio, del helio y del electrón; n_e , n_D y n_{He} son las densidades de electrones, deuterio y helio respectivamente del plasma; e es la carga del electrón, Z_{He} es el número atómico del helio, T_e , T_i y T_{He} son las temperaturas de los electrones, del deuterio y del helio. La función G está relacionada con la función error ϕ , de la siguiente manera:

$$G(x) = \frac{\phi(x) - x\phi'(x)}{2x^2}.$$

Usamos temperaturas iguales para ambas especies, como se usa en el diseño del ARTEMIS. Podemos considerar que el haz es equivalente a un cable de largo L que transporta una corriente I_N . Si el haz está restringido a moverse en un círculo de radio r , su corriente se multiplica por $L/(2\pi r)$. Si tomamos

como radio r_0 , la corriente resulta:

$$I_{est} = \frac{L}{2\pi r_0} I_N.$$

Calculando L de 2.3 y 2.4, obtenemos:

$$I_{est} = \frac{m^2}{4\pi e^4 l n \Lambda} \left\{ \int_{\sqrt{2T_i/m}}^{\sqrt{2E_N/m}} \left[n_e \frac{m}{T_e} G\left(\frac{u}{\sqrt{2T_e/m_e}}\right) + n_D \frac{m + m_D}{T_i} G\left(\frac{u}{\sqrt{2T_i/m_i}}\right) + n_{He} \frac{m + m_{He}}{T_{He}} Z_{He}^2 G\left(\frac{u}{\sqrt{2T_{He}/m_{He}}}\right) \right]^{-1} du \right\} \frac{I_N}{2\pi r_0}, \quad (2.5)$$

La I_{est} que resulta de usar la ecuación (2.5) con los parámetros del ARTEMIS, es de 1,3 MA, que es mucho menor que el valor reportado por ref. [54] (8 MA).

También calculamos la corriente generada por el haz resolviendo la ecuación de frenamiento:

$$\frac{du}{dt} = -\nu_s u, \quad (2.6)$$

donde la frecuencia de frenado ν_s , que es función de la velocidad del haz y de los parámetros del plasma, la sacamos del formulario para plasmas de la ref. [60]. Con la ecuación (2.6), obtenemos una corriente de 1,2 MA, semejante al valor obtenido con la ecuación (2.5). Si usamos una frecuencia de colisión independiente de la velocidad (calculada con la velocidad inicial del haz en la fórmula dada por [60]) obtenemos un corriente generada por el haz mucho mayor (6 MA) aunque incorrecta. Esto puede explicar el valor dado por [54].

En la Fig. 2.4 mostramos la frecuencia de colisión de frenado obtenida de [60], con los parámetros del ARTEMIS, para un haz de deuterio que colisiona con un plasma de deuterio (ν_s^D) y electrones (ν_s^e). Como se puede ver de la figura, ν_s^D es mayor que ν_s^e para energías menores que 2,5 MeV. Las colisiones con los iones serán el proceso dominante para energías bajas del haz como nuestro caso (notar que la energía térmica de los iones del plasma es de $\sim 87,5$ keV). Para energías del haz mayores, las colisiones con los electrones serán el proceso dominante, y la frecuencia de colisión podrá ser considerada constante. En el caso de la reacción $D - T$ esto no ocurre porque se trabaja con temperaturas mucho más bajas (~ 10 keV).

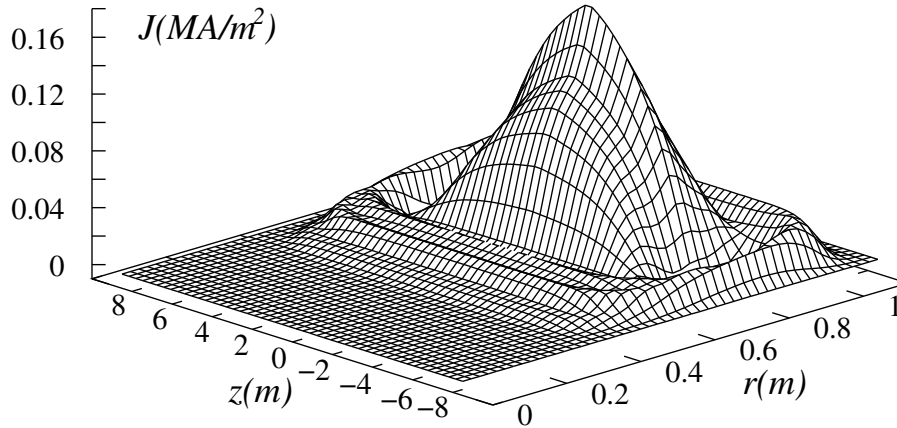


Figura 2.5: Densidad de corriente J para los parámetros del ARTEMIS.

Mostraremos más adelante que la baja energía propuesta para el haz del diseño del ARTEMIS resultará en eficiencias muy bajas debido a que la frecuencia de colisión de frenado es muy grande (mostrada en la fig. 2.4) y a que las trayectorias resultantes de los iones son pobres (ver más adelante). Analizamos también el efecto de incrementar la energía del haz pero debemos tener en cuenta que la tecnología presente no permite la producción eficiente de haces de energías mucho mayores a 1 MeV. Para concluir esta sección queremos hacer notar que la energía crítica del haz (E_{bc}), que está definida como la energía que deben tener los iones que naciendo en el eje magnético con velocidad puramente tangencial alcanzan la separatriz con velocidad puramente tangencial, (ver [53]), es de 49 MeV. Esta energía está más allá de los límites de los datos de ionización que encontramos en la literatura (10 MeV [68]).

2.1.5. Resultados para el ARTEMIS

La corriente calculada con el código descrito en 2.12 para $b = 0,8$ m es de $0,32$ MA para un equilibrio tipo “peaked” ($C = -10$). Esta corriente es muy baja para sostener el plasma de acuerdo a [54]. Para un equilibrio tipo “hollow” la corriente calculada es aún menor que en el caso “peaked”. En la Fig. 2.5, mostramos la densidad de corriente generada por el haz J . La dispersión del haz en la dirección axial se debe a las colisiones. Como puede verse, la corriente generada por el haz tiene un máximo absoluto en el eje magnético y un máximo relativo más pequeño alrededor de él, que parece estar localizado en una superficie de flujo. Con estos parámetros 43% de las partículas generan corriente positiva (es decir que rotan en el sentido de la

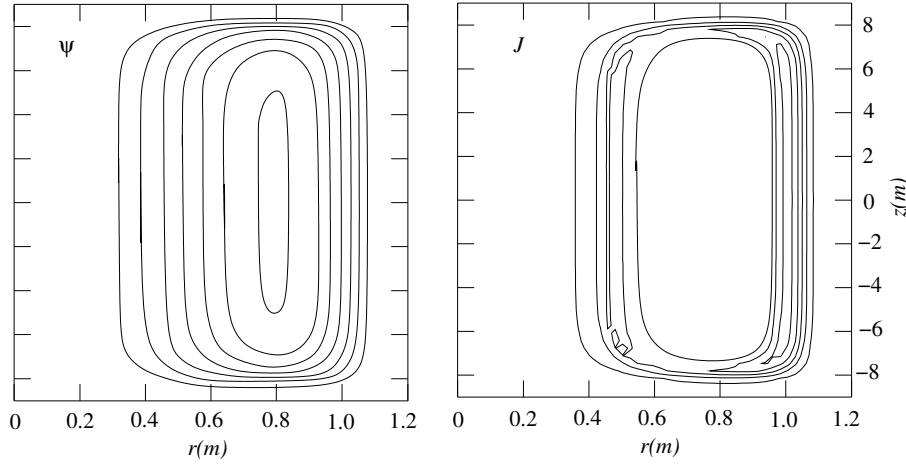


Figura 2.6: Curvas de nivel para las superficies de flujo (izquierda) y curvas de nivel de la densidad de corriente en la zona cercana al máximo relativo (derecha).

corriente del plasma, ver Figs. 2.7 y 2.8), con una corriente promedio por macropartícula (definida como el cociente de la “corriente positiva” total y el número de macropartículas que generan corriente positiva) de 46 A, y 57% de las macropartículas generan “corriente negativa” total (que rotan en el sentido opuesto a la corriente del plasma), con una corriente promedio de $-6,6$ A.

En la Fig. 2.6 mostramos los contornos de flujo magnético y densidad de corriente (mostrado solo en la región del máximo relativo). Como mostraremos más tarde, el máximo más chico se debe a las partículas que rotan en sentido opuesto a la corriente del plasma.

Como mencionamos antes, el haz colisiona mayormente con los iones debido a su baja energía (comparada con la temperatura del plasma). Esto se refleja en la energía depositada, la cual es un orden de magnitud mayor en los iones (89% de la energía depositada) que en los electrones (11% de la energía depositada).

En la ref. [51], se muestra que para las energías del haz y las temperaturas del plasma consideradas en ese trabajo, el calculo teórico de la corriente usando (2.5) concuerda razonablemente con los resultados. En la sección que sigue daremos una explicación de las discrepancias observadas en nuestro caso (entre el valor estimado $1,3$ MA y el valor numérico $0,32$ MA)

2.1.6. Análisis

Hay tres razones que explican por qué la corriente calculada con el código es menor que el valor obtenido usando la ecuación (2.5). La primera es que

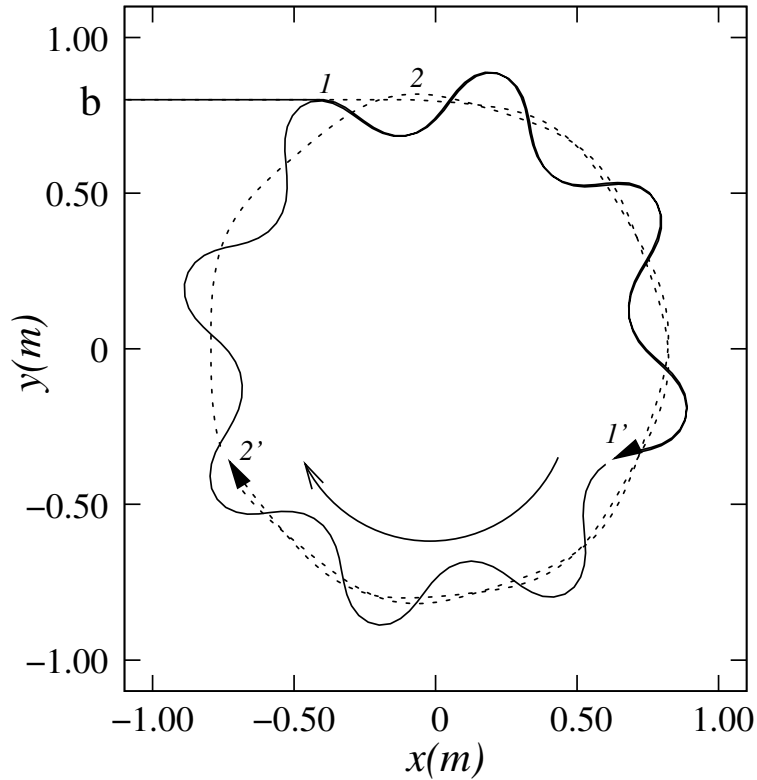


Figura 2.7: Trayectorias de partículas de D para diferentes posiciones de ionización. Caso con generación positiva de corriente. La partícula 1 (línea llena) se ioniza en $x = -0,40 \text{ m}$ ($r = 0,894 \text{ m}$). La partícula 2 (línea a trazos) se ioniza en $x = -0,10 \text{ m}$ ($r = 0,806 \text{ m}$). La posición final de las partículas se indica con $1'$ and $2'$.

una parte de las partículas ionizadas, aproximadamente 18 % para el equilibrio “peaked” y “62 %” para el equilibrio “hollow”, se pierde a través de los extremos del FRC antes de termalizarse. La contribución de estas partículas a la corriente total es menor que la considerada en la ecuación 2.5, donde se supone que todas las partículas llegan a termalizarse. Las pérdidas a través de los extremos pueden reducirse agregando espejos magnéticos pero hay que considerar que la estructura del campo magnético resultante debe ser compatible con los conversores directos de energía que se usan en el diseño del ARTEMIS [54, 64]. La segunda se debe a la estructura particular del campo magnético de los FRCs. Las partículas ionizadas cerca de la separatriz terminan rotando alrededor del eje del FRC en el sentido contrario al de la corriente. La tercera se debe a la baja energía propuesta para el haz (comparada con la crítica), por esto muchas partículas tienen órbitas con grandes oscilaciones radiales y velocidad acimutal pequeña, mientras que en

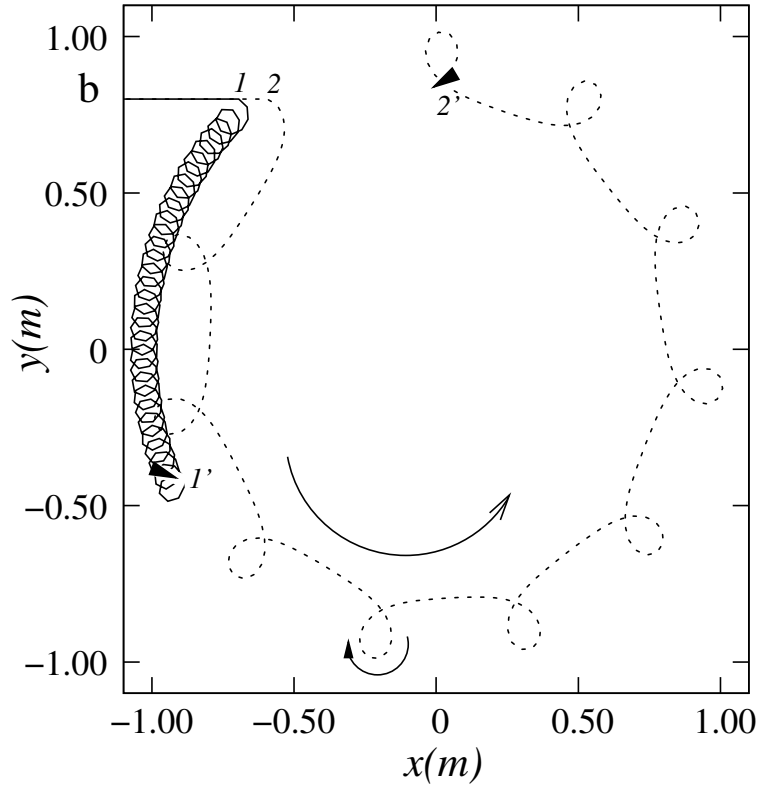


Figura 2.8: Trayectorias de partículas para diferentes posiciones de ionización. Caso con generación negativa de corriente. La partícula 1 (línea llena) se ioniza en $x = -0,70 m$ ($r = 1,063 m$). La partícula 2 (línea a trazos) se ioniza en $x = -0,60 m$ ($r = 1,00 m$). La posición final de las partículas se indica con $1'$ and $2'$.

la ecuación (2.5) se supone que las órbitas son circulares.

Para valores grandes del parámetro de impacto (i. e. $b = 1,0 m$) o valores muy grandes de la energía del haz (i. e. $E_n = E_{bc}$) hay pérdidas adicionales debido a que una fracción de las partículas inyectadas cruza el FRC sin ionizarse; para $b = 0,8 m$ (eje magnético) y $E_n = 1 \text{ MeV}$ las pérdidas por no ionización son despreciables.

Para explicar por qué hay partículas que generan “corriente negativa” es importante notar que en un FRC las órbitas son complejas [61]. Las órbitas pueden clasificarse en órbitas tipo betatron, órbitas tipo figura 8, etc. En las Figs. 2.7 y 2.8 mostramos diferentes tipos de trayectorias para partículas de 1 MeV ionizadas en distintas posiciones sin incluir colisiones (“corriente positiva” en Fig. 2.7 y “corriente negativa” en Fig. 2.8). Las flechas indican el sentido de la corriente. La posición de ionización se indica con los números 1, 2, y la posición final de las partículas se indica con los números $1'$,

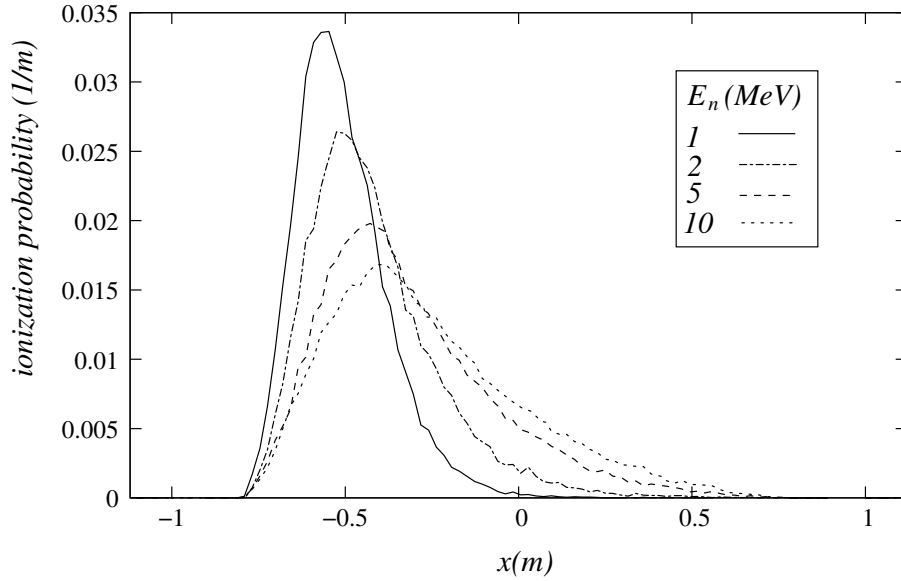


Figura 2.9: Probabilidad de ionización para diferentes energías del haz de átomos de D .

2'. Notar que a pesar de que todas las partículas graficadas evolucionan el mismo tiempo (mucho menor que el tiempo de termalización), las partículas que generan “corriente positiva” “viajan” una distancia mayor que las partículas que generan “corriente negativa”. Para una energía fija, la generación “positiva” ó “negativa” de corriente depende solo de la posición de ionización, debido que se conserva el momento canónico P_θ .

La expresión “partículas que generan corriente negativa” se refiere a partículas tales que la corriente total generada por esa partícula hasta su termalización es negativa. Debido a la naturaleza complicada de las órbitas, las partículas que generan “corriente negativa” pueden generar corriente positiva en partes de la órbita (ver la flecha en la vuelta exterior de la partícula 2 en la parte inferior de la Fig. 2.8). Este es probablemente el origen del pequeño máximo en la densidad de corriente que mostramos en la Fig. 2.5.

Cada corrida completa de 20000 macropartículas con colisiones lleva alrededor de 20 días en una PC con un procesador de 64 bits. Debido a que muchos de los efectos que reducen la eficiencia en la producción de corriente por el haz no dependen de las colisiones coulombianas empleamos más abajo un procedimiento para analizar la importancia de estos efectos, y para buscar parámetros del plasma que resulten en una eficiencia mayor, sin emplear mucho tiempo de cálculo.

Calculamos la probabilidad de que un haz de partículas se ionice en una posición dada dentro del plasma, y las órbitas de un ion que nace en cada

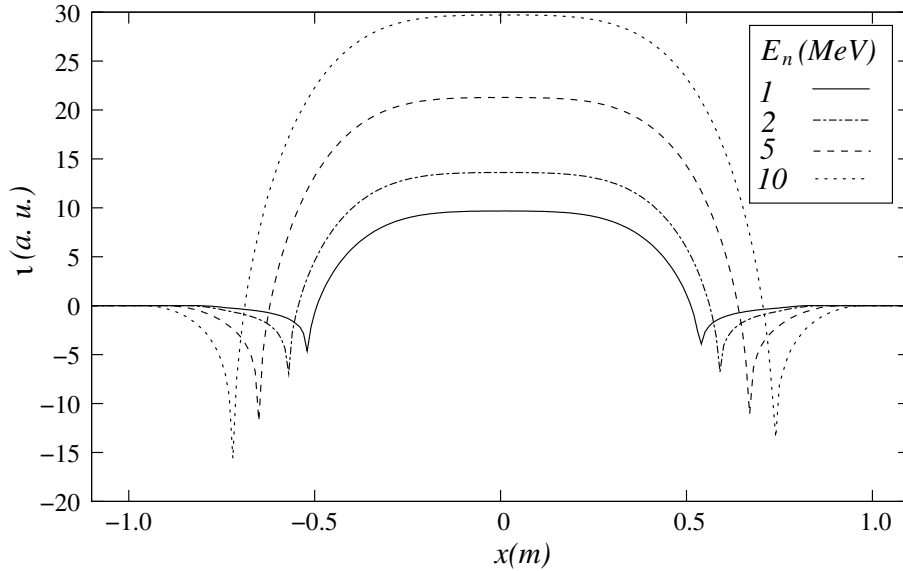


Figura 2.10: Densidad de corriente relativa ν para diferentes energías sin considerar colisiones después de la ionización.

una de estas posiciones sin incluir colisiones. Es claro que la distribución de las posiciones donde las partículas se ionizan y las órbitas resultantes, dependen de los parámetros del haz y del plasma. En la Fig. 2.9 mostramos la probabilidad de ionización en función de la coordenada x (ver Fig. 2.1), para diferentes energías, $b = 0,8 m$ y los otros parámetros como en la 2.1.5. Como se puede ver, la probabilidad de ionización, es diferente de cero en el borde del plasma ($a = 1,12 m$, para $b = 0,8 m$ el borde está en $x = -0,78 m$). El máximo de la probabilidad se acerca al eje magnético ($y = 0,79 m$, $x = 0 m$) y el ancho de la probabilidad aumenta a medida que la energía del haz aumenta. Si consideramos que el máximo de la probabilidad es la distancia de penetración del haz obtenemos $0,2 m$ para $E_n = 1 MeV$. Los cálculos analíticos hechos por Janev [68], predicen una distancia de penetración de $0,08 m$ en un plasma homogéneo, sin campo, para un haz de $1 MeV$. Nuestra distancia de penetración es mayor pero nuestro perfil de densidad no es homogéneo, como se puede ver de la Fig. 2.3.

Para calcular la probabilidad de ionización de la Fig. 2.9 utilizamos 50000 partículas, y puede verse que las áreas bajo las curvas son ligeramente diferentes. Esto significa que hay partículas que no se ionizan. Por ejemplo, para un haz de energía de $E_n = 10 MeV$, $3,75\%$ no se ionizan. En la Fig. 2.10 mostramos la corriente ν generada por partículas individuales en función de la posición de ionización para diferentes energías del haz y $b = 0,8 m$ sin considerar las colisiones después de la ionización. Es importante resaltar que

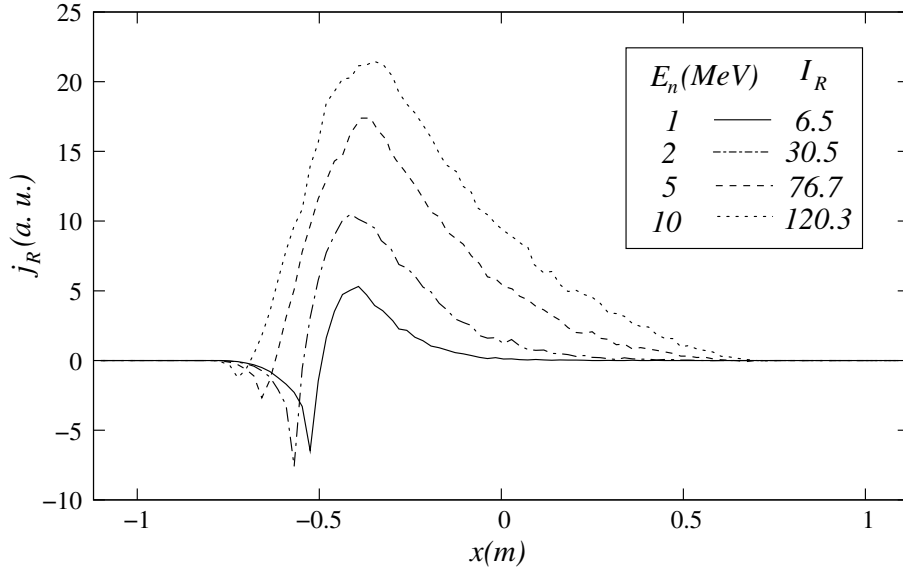


Figura 2.11: Densidad de corriente de referencia j_R para diferentes valores de la energía del haz E_N , indicada en la figura en MeV. También se indica el valor de I_R .

en un plasma no colisionante, las partículas no se detendrán a menos que choquen contra las paredes del contenedor. La corriente se calcula fijando un tiempo máximo de corrida, los valores absolutos son irrelevantes para el análisis que sigue, y usaremos unidades arbitrarias (u. a). La simetría de ι se debe a la conservación del momento canónico, $P_\theta = mrv_\theta + e\psi$. Una corriente positiva significa que la partícula está rotando en el mismo sentido de la corriente del plasma (o sea en el sentido en que sostiene la corriente del plasma). Esto significa que una partícula inyectada con $E_n = 1$ MeV, $b = 0,8$ m e ionizada en una posición con $x > -0,5$ m generará corriente positiva.

Si multiplicamos la corriente ι calculada como indicamos antes (Fig. 2.10) por la probabilidad de ionización (Fig. 2.9) obtenemos la densidad de corriente que será generada en ausencia de colisiones. Llamamos a esta corriente, “densidad de corriente de referencia” (j_R). Debido a que calcular j_R toma solo 10 minutos estudiamos el efecto de cambiar los distintos parámetros en j_R y en la corriente total sin colisiones I_R . La validez de este procedimiento fue confirmada comparando los resultados obtenidos con corridas completas para algunos de los parámetros. Esto significa que si determinado conjunto de valores de los parámetros resulta en una I_R mayor que la obtenida con otros conjuntos de valores, la corriente “real” obtenida incluyendo colisiones también será mayor.

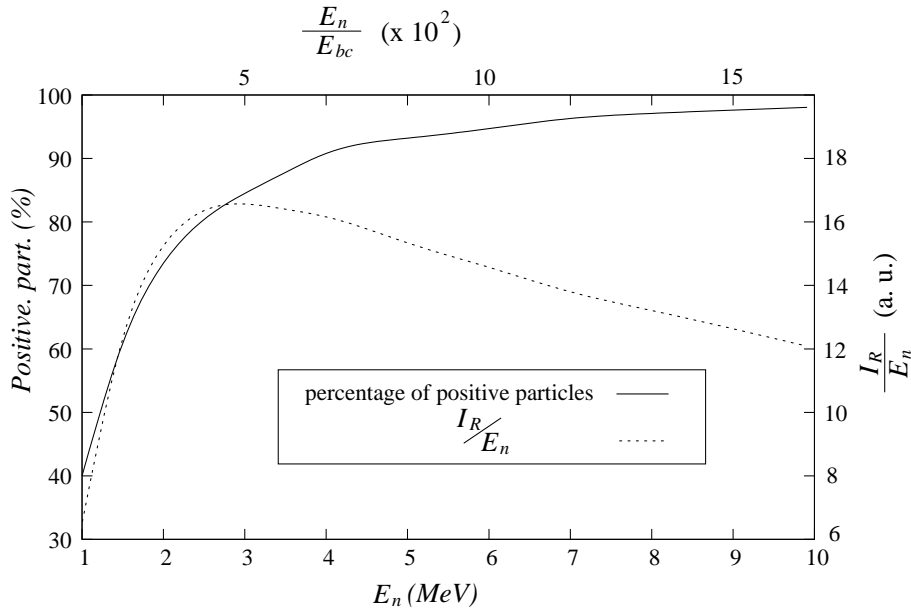


Figura 2.12: Porcentaje de partículas ionizadas que generan corriente positiva (línea llena) y cociente I_R/I_N (línea a trazos) en función de la energía del haz.

En la Fig. 2.11, mostramos j_R como función de x y la corriente total referencia I_R ($I_R = \int_{-a}^a j_R dx$) para diferentes valores de la energía del haz (E_n) y $b = 0,8 m$. Para $E_n = 1$ MeV hay más partículas que generan “corriente negativa” (60 %) que “corriente positiva” (40 %), pero en promedio las partículas de “corriente positiva” generan más corriente (5,2 u. a.) por macropartícula que las de “corriente negativa” (1,3 u. a.). Queremos notar que en el caso estudiado en la ref. [51], donde la estimación analítica coincide con el valor numérico, todas las partículas ionizadas producen una corriente positiva.

Hay cuatro efectos diferentes que afectan j_R cuando la energía del haz aumenta. El primero es que más partículas generan “corriente positiva” cuando E_n aumenta. Esto puede verse en la Fig. 2.12, donde mostramos el porcentaje de partículas inyectadas que generan “corriente positiva” como función la energía del haz (también indicada como una fracción de E_{bc}). Como puede verse, para energías mayores que 4 MeV, más del 90 % de las partículas generan corriente positiva. Esto se debe a una mayor penetración del haz (recordar que las partículas ionizadas cerca de la separatriz generan “corriente negativa”). El segundo es que la velocidad de las partículas aumenta como la raíz cuadrada de la energía. Para órbitas que tienen la misma forma, mayor velocidad significa mayor corriente. El tercero es que hay más partículas que no se ionizan a medida que la energía aumenta. Esta fracción aumenta casi linealmente desde 2MeV (0,08 %) a 10MeV (3,75 %). Finalmente, las órbitas

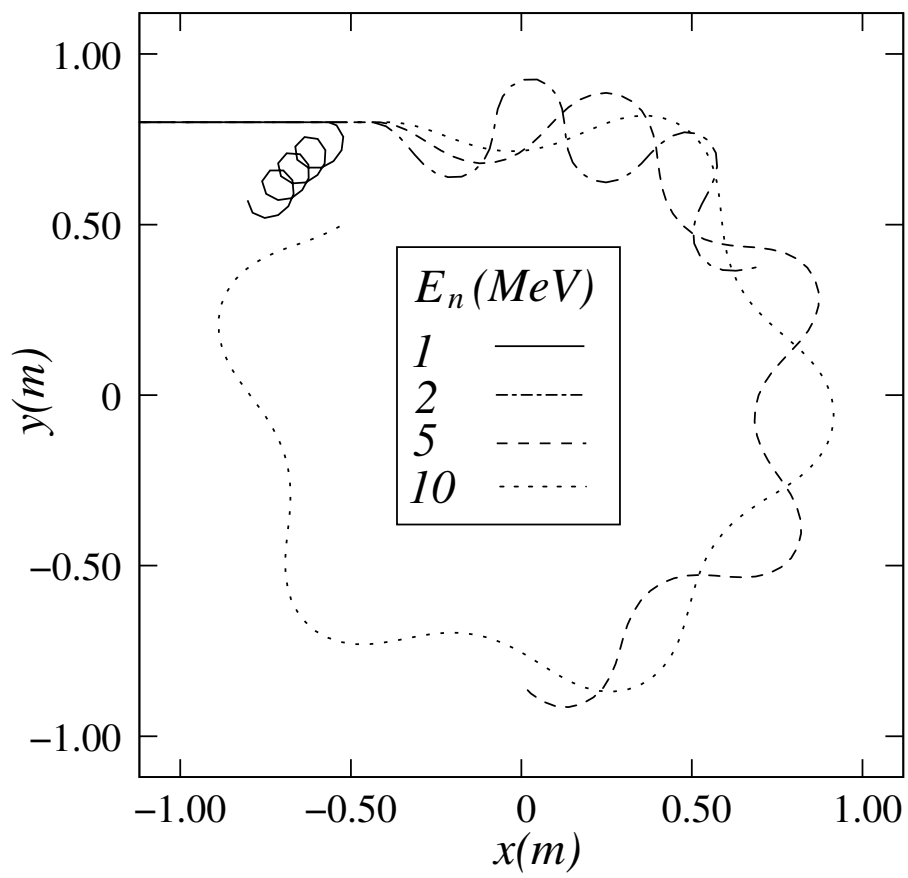


Figura 2.13: Trayectorias de las partículas (D) ionizadas en el máximo de la probabilidad de ionización para diferentes energías.

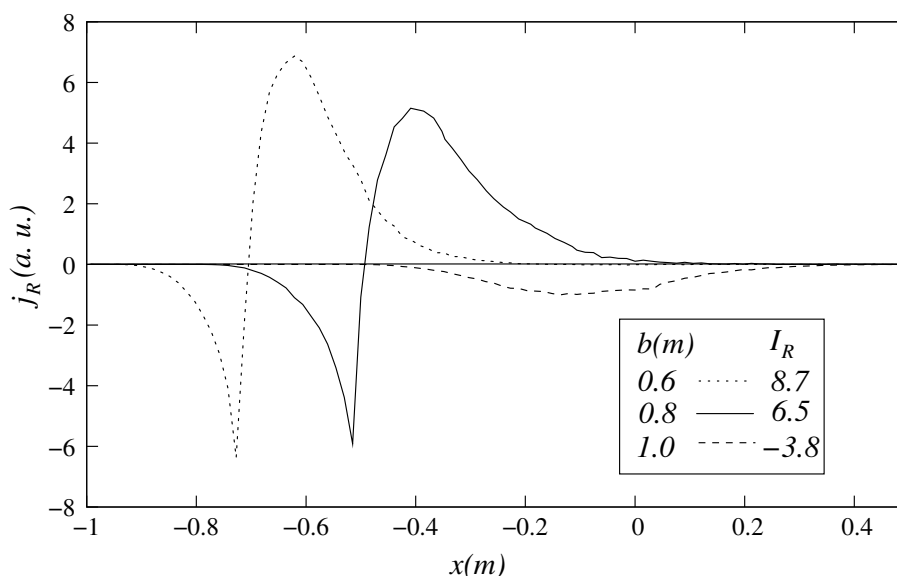


Figura 2.14: Densidad de corriente de referencia j_R para distintos parámetros de impacto b .

mejoran con la energía del haz. En la Fig. 2.13 mostramos las trayectorias de partículas con distintas energías ionizadas en el máximo de su probabilidad de ionización, todas las trayectorias evolucionaron el mismo tiempo. Podemos ver que a medida que la energía aumenta la componente radial de la velocidad se vuelve, relativamente, cada vez menos importante. Para $E_n = 1$ MeV un partícula ionizada en el máximo de su probabilidad de ionización genera corriente negativa. Por supuesto, aumentar la energía del haz tiene una ventaja adicional, que es que el frenamiento (ó la frecuencia de colisión de frenado) disminuye al aumentar E_n , como puede verse de la Fig. 2.4, pero esto no es tomado en cuenta en el presente análisis sin colisiones. También mostramos en la Fig. 2.12 el cociente I_R/E_n . Como se puede ver este cociente tiene un máximo en $E_n = 2,9$ MeV. Para una corriente de partículas neutras del haz fija, este cociente mide la eficiencia de la generación de corriente (corriente/potencia). Este máximo existe debido la competencia de los cuatro efectos mencionado más arriba.

En la Fig. 2.14, mostramos j_R para diferentes parámetros de impacto ($E_n = 1$ MeV). También se indica el valor de la corriente total. Como en la figura previa, hay partículas que genera corriente negativa. Para $b = 1$ m casi todas las partículas generan “corriente negativa”. Queremos notar que el máximo de I_R se obtiene para un parámetro de impacto menor que el radio del eje magnético ($r_{mag} \sim 0,8$ m). En la Fig. 2.15, mostramos la corriente total de referencia I_R como función de b .

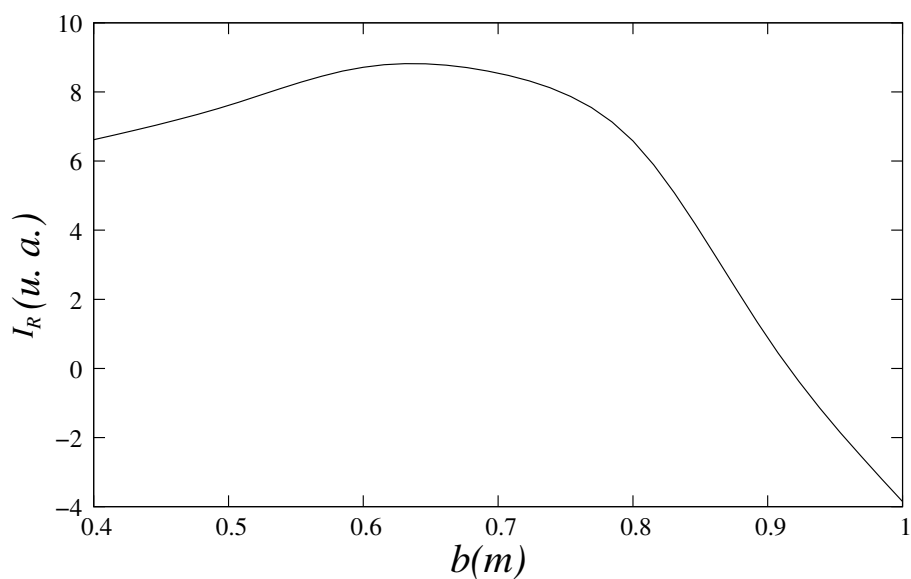


Figura 2.15: Corriente total de referencia I_R en función del parámetro de impacto b .

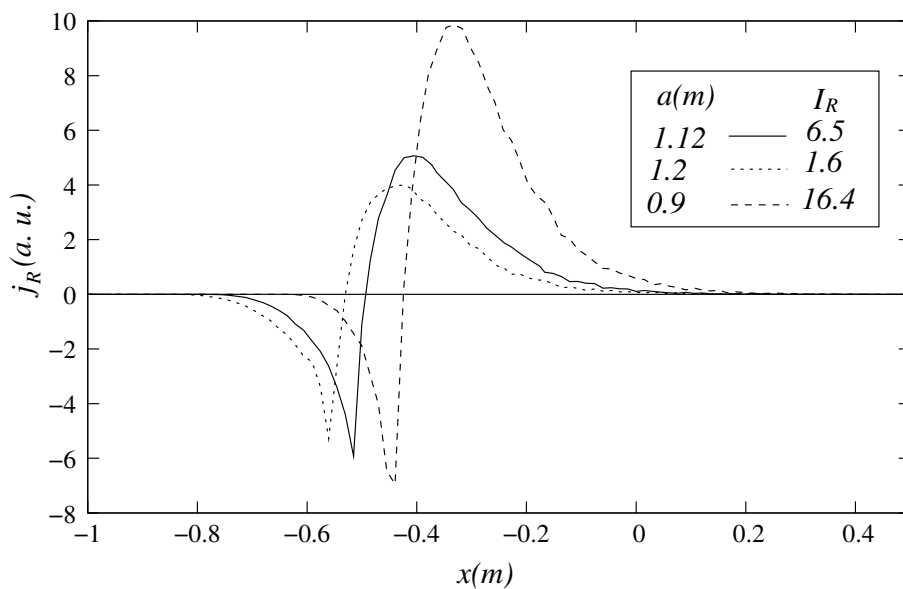


Figura 2.16: Densidad de corriente de referencia j_R para distintos valores del radio del plasma indicado en la figura en m . El parámetro de impacto (b) se eligió igual al radio del eje magnético. También se indica el valor de I_R .

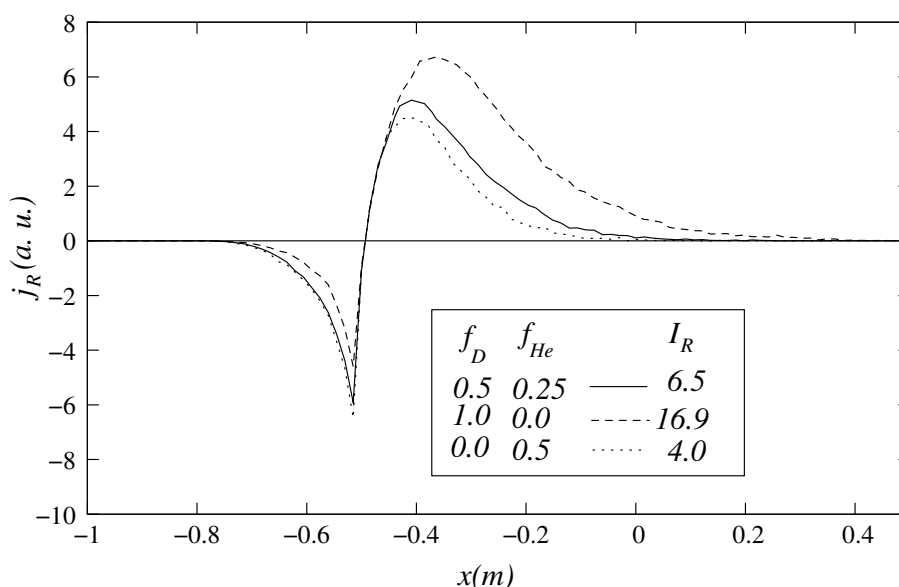


Figura 2.17: Densidad de corriente de referencia j_R para distintas composiciones del plasma. También se indica el valor de I_R

En la Fig. 2.16, mostramos j_R para diferentes radios de la separatriz ($r_s = a$) y los otros parámetros iguales que antes, excepto b que se eligió igual al radio del eje magnético. La densidad n fue recalculada usando la ecuación (2.1). Notar que para $a = 0,90$ m, el eje magnético está en $r = 0,64$ m y para $a = 1,20$ m, el eje magnético está en $r = 0,85$ m. Además mostramos los valores de I_R . E_{bc} aumenta con a^2 [53], pero más importante, el haz penetra más cerca del eje magnético para radios más chicos, lo que permite que más partículas generen “corriente positiva” (57% para $a = 0,9$ m y 40% para $a = 1,12$ m) y más corriente positiva en promedio por macropartícula (7,2 u. a.).

En la Fig. 2.17 mostramos lo que sucede para distintas fracciones de las especies. I_R aumenta cuando la fracción de deuterio aumenta. Una mayor corriente se obtiene para D puro, que para He ($f_{He} = 0,5$) debido a que una menor densidad es obtenida con la ecuación (2.1) para D puro ($n_p = 6,4 \times 10^{20} m^{-3}$) que para He puro ($8,4 \times 10^{20} m^{-3}$) permitiendo una mayor penetración del haz. Sin embargo, no es posible operar con D puro ó con He puro.

En la Fig. 2.18 cambiamos la forma del equilibrio cambiando el parámetro de forma C [59], del equilibrio. Hay dos efectos que explican la diferencia en I_R . El primero tiene que ver con los cambios en el máximo de la densidad, $n_p = 7,8 \times 10^{20} m^{-3}$ para $C = 0,1$ y $n_p = 8,7 \times 10^{20} m^{-3}$ para $C = 0,8$. El

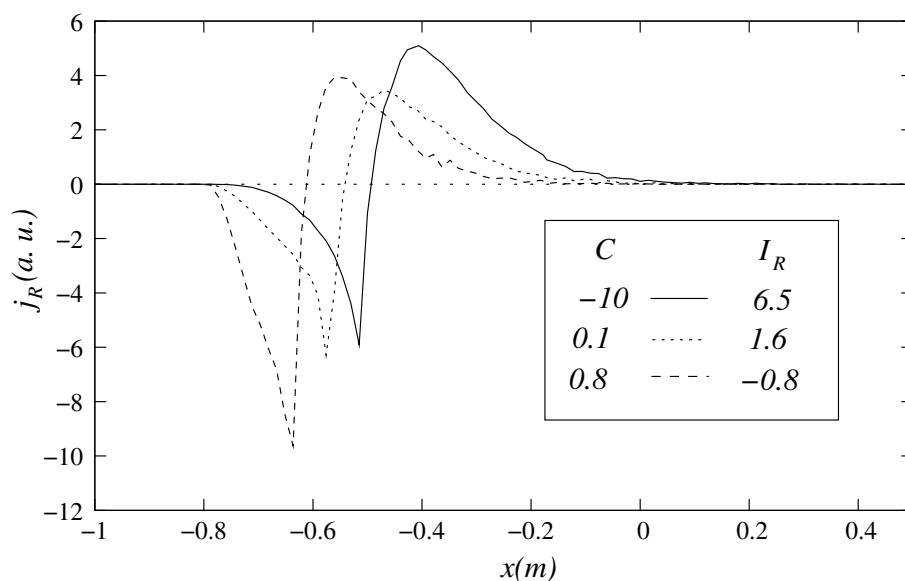


Figura 2.18: Densidad de corriente de referencia j_R para distintos valores de C . También se indica el valor de I_R

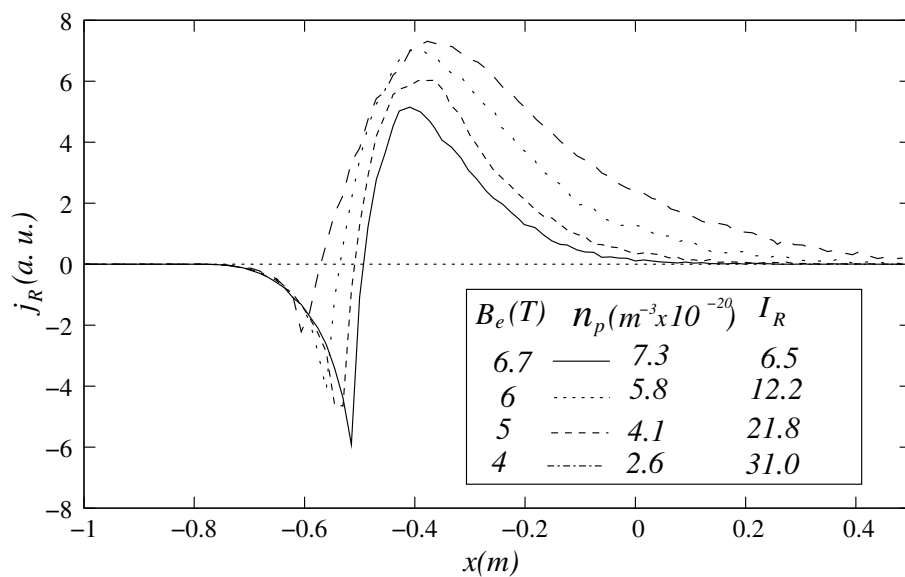


Figura 2.19: Densidad de corriente de referencia j_R para distintos valores del campo magnético externo B_e indicado en la figura en Teslas. El máximo de densidad (n_p) en $10^{20} m^{-3}$ e I_R también se indican en la figura.

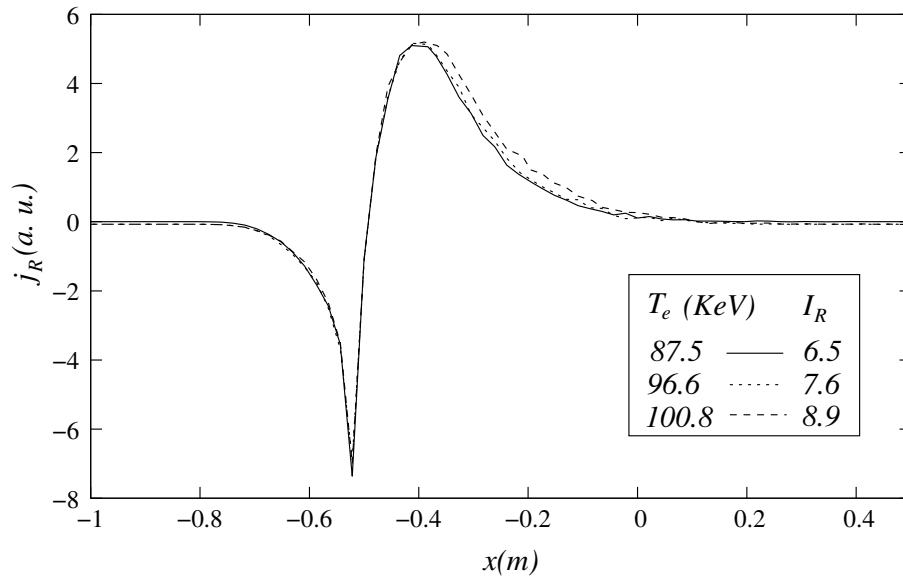


Figura 2.20: Densidad de corriente de referencia j_R para distintos valores de la temperatura electrónica T_e .

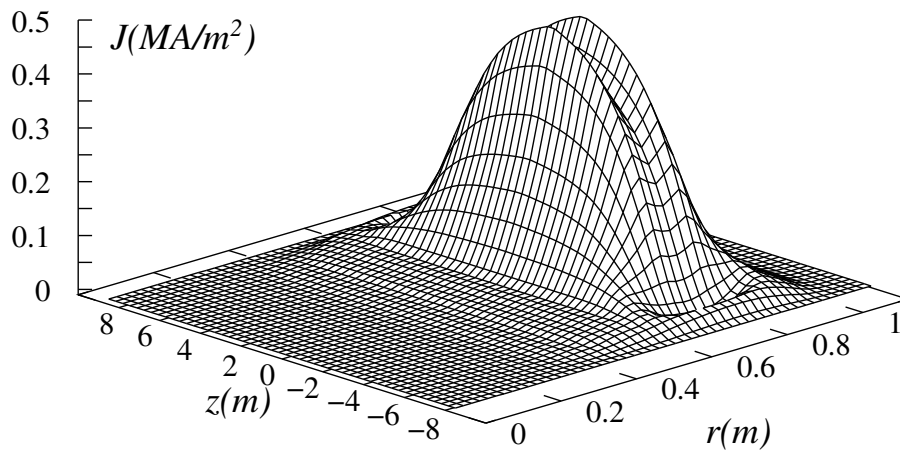


Figura 2.21: Densidad de corriente del haz J para los nuevos parámetros propuestos.

segundo es que la forma del perfil de densidad hace que a menor valor de C el máximo de la probabilidad de ionización cae más cerca del eje magnético lo que hace que más partículas generen “corriente positiva”. En la Fig. 2.19, mostramos j_R , y la corriente total, para diferentes valores del campo magnético externo B_e . Cuando B_e decrece I_R crece pero la densidad también decrece. Hay que considerar que cuando disminuimos la densidad se reduce la potencia producida por fusión.

En la Fig. 2.20, mostramos j_R para distintas temperaturas electrónicas. Para un B_e fijo, cuando T_e aumenta n_p disminuye. Una menor n_p permite una mayor penetración del haz, lo que aumenta I_R . La sección eficaz de ionización varía con T_e , T_i y T_{He} debido a los promedios maxwellianos implicados en su cálculo [68]. La dependencia con T_i puede ser ignorada cuando $E_n > T_i$ [68], que es nuestro caso. Se encuentra una dependencia débil con T_e , despreciable frente a la dependencia con la densidad.

Luego de examinar los resultados previos proponemos una solución de compromiso para aumentar la generación de corriente del haz mediante un cambio pequeño en los parámetros propuestos por Momota et al [54]. Proponemos un plasma de $a = 1,06 m$, un campo magnético externo de $6,4 T$ y una energía del haz de $1,2 MeV$. Con estos parámetros obtuvimos una corriente de $0,95 MA$, significativamente mayor que la obtenida con los parámetros propuestos para el ARTEMIS. Esto se debe a que con estos parámetros, hay más partículas que generan “corriente positiva” (67%), y que la “corriente positiva” promedio por macropartícula (99A) es mayor que en el caso del ARTEMIS (Fig. 2.5). (El resto de las partículas (33%) generan “corriente negativa”, con una “corriente negativa” promedio por macropartícula de $-9,8 A$). En la Fig. 2.21, mostramos la densidad de corriente J generada con este nuevo juego de parámetros.

2.1.7. Conclusiones

Estudiamos la generación de corriente mediante NBI en un reactor de $D - ^3He$ similar al propuesto para el diseño del ARTEMIS [54]. Los parámetros propuestos para el diseño del ARTEMIS ($I_b = 5 A$, $E_N = 1 MeV$) son inadecuados para generar los $8 MA$ necesarios para sostener el plasma. Un hallazgo importante de nuestro estudio es la existencia de macropartículas que producen “corriente negativa” y que reducen la eficiencia de la producción de corriente. Estas partículas no fueron encontradas en estudios previos de NBI en FRC [51, 53].

Desarrollamos un procedimiento que requiere recursos computacionales modestos para explicar los resultados obtenidos con los parámetros del ARTEMIS y buscar mejores parámetros del plasma y del haz que resultan en

una mayor eficiencia en la generación de corriente.

La manera más fácil de aumentar la corriente generada por el haz es aumentar la energía del haz o la corriente. Estudios previos a bajas energías muestran que la generación de corriente por el haz es casi proporcional a la corriente neutra inyectada. Aumentar la energía del haz reduce la fracción de iones de “corriente negativa” y mejora la forma de las órbitas. Por supuesto, aumentar la energía del haz y/o la corriente aumenta la potencia inyectada y, más aún, hay limitaciones tecnológicas para los valores de energía y de corriente del haz que pueden ser empleados. La reducción de la densidad y/o del radio del plasma también aumenta la eficiencia de generación de corriente pero reduce la potencia de fusión. Exploramos una solución de compromiso, con parámetros similares a los propuestos por Momota et al [54], que resulta en un factor tres de aumento de corriente. Manteniendo los parámetros alternativos propuestos se necesitaría una corriente neutra I_N total de unos 40 A, probablemente distribuida en varios haces a lo largo del FRC, para producir los 8 MA propuestos en el proyecto ARTEMIS. La potencia total inyectada será de 48 MW. Se necesitan más estudios de la propuesta del ARTEMIS para evaluar la factibilidad del método.

2.2. Sostenimiento y calentamiento de un reactor de $D - {}^3\text{He}$ por los protones de la reacción

En esta sección estudiamos la dinámica de los protones producidos en las reacciones nucleares de fusión de $D - {}^3\text{He}$ en un reactor basado en una configuración tipo FRC y calculamos la corriente resultante y la potencia depositada.

Como dijimos en el capítulo anterior, en el diseño del reactor de combustibles avanzados $D - {}^3\text{He}$ ARTEMIS [54] se necesitan 50 MA para sostener la configuración del reactor. La mayor parte de esta corriente (42 MA) provendrá de los productos de la reacción de fusión $D - {}^3\text{He}$, esto es protones de 14,7 MeV, y el resto (8 MA) de la inyección de haces neutros [54, 45].

La posibilidad de que los protones produzcan la mayor parte de la corriente está basada en el trabajo de Berk et al. [56]. Berk estudia el problema desde dos enfoques. En el primero, hace un estudio semianalítico considerando que no hay colisiones y que las partículas cumplen con la condición de ergodicidad, en el sentido de que ellas recorren todo el espacio de fases accesible. Esto le permite resolver la ecuación de Fokker Planck y obtener perfiles

de corriente. En el segundo, estudia las órbitas de un grupo de partículas incluyendo el frenamiento pero no la difusión en el espacio de velocidades, y encuentra que si bien la condición de ergodicidad no se cumple, hay un razonable acuerdo entre los dos métodos.

En esta subsección calculamos la corriente generada y la potencia depositada en el plasma por los productos de fusión (protones de 14,7 MeV) en las condiciones del ARTEMIS. Además estudiamos el efecto de la difusión D ignorado en [56].

En 2.2.1 describimos el código y los equilibrios utilizados. En 2.2.2 mostramos las órbitas de los protones. En 2.2.3 los perfiles de corriente y la potencia depositada y en 2.2.4 las conclusiones de la sección.

2.2.1. Código y equilibrio

Utilizamos una versión convenientemente modificada del código descrito en la sección 2.1 [43, 44]. El paquete que sigue las trayectorias de las partículas es el mismo pero en este caso no hay ionización y reemplazamos el haz por una fuente isótropa de protones de 14,7 MeV distribuida dentro del plasma. La intensidad de esta fuente $I(r_i, z_j)$ es:

$$\delta I(r_i, z_j) = qn_{He}n_D \langle \sigma v \rangle \delta V_{ij} \quad (2.7)$$

donde $\langle \sigma v \rangle$ es la reactividad que para $T \sim 87,5$ keV es del orden $10^{21} m^3/s$ [5], y δV_{ij} es el tamaño del elemento de volumen correspondiente al nodo localizado en (r_i, z_j) . Para simular el efecto de una fuente de protones isotrópica distribuimos los protones producidos en cada nodo en un número grande de direcciones, que cubren los 4π radianes. Cuando incluimos la difusión en el espacio de velocidades (pitch angle scattering) consideramos 26 direcciones y 15 macropartículas por dirección para simular la naturaleza estocástica de las órbitas de los protones. Definimos estas direcciones considerando un cubo centrado en el nodo y vectores unidad que apuntan hacia los puntos del cubo cuyas coordenadas se indican en la tabla 2.1. Pesamos cada dirección de acuerdo al ángulo sólido que sustentan, que son similares pero no iguales. La suma de los ángulos sólidos da 4π . Cuando sólo consideramos el frenamiento (ver ec. 1.11) se necesita sólo una partícula por dirección pero necesitamos más direcciones para suavizar las soluciones. En este caso usamos 100 direcciones por nodo. Todos los resultados que mostramos a continuación consideran 100 nodos (10 en la dirección radial y 10 en el semiplano $z > 0$).

Cuando en la ecuación (1.11), usamos D = 0, la ecuación resultante es determinista y basta con una partícula por dirección para determinar la corriente generada por una fuente en un punto dado en el interior del FRC.

#	x	y	z	#	x	y	z	#	x	y	z
1	1	0	0	10	1	-1	-1	19	1	1	0
2	-1	0	0	11	-1	1	1	20	1	-1	0
3	0	1	1	12	-1	1	-1	21	-1	-1	0
4	0	-1	-1	13	-1	-1	1	22	-1	1	0
5	0	0	0	14	-1	-1	-1	23	1	0	1
6	0	0	0	15	1	1	1	24	1	0	-1
7	1	1	1	16	0	1	-1	25	-1	0	1
8	1	1	1	17	0	-1	-1	26	-1	0	-1
9	1	-1	-1	18	0	-1	1				

Cuadro 2.1: Coordenadas de los puntos en un cubo elemental que usamos para calcular las 26 direcciones.

Cuando consideramos los dos términos de colisión, calculamos $\underline{\underline{D}}$ mediante un cálculo tipo Monte-Carlo.

Usamos tres equilibrios diferentes. Dos son soluciones de la ecuación de Grad-Shafranov (1.7). Una es un equilibrio tipo peaked con $C = -10,0$, y lo llamaremos E1. La segunda es un equilibrio tipo hollow con $C = 0,5$ y lo llamaremos E2. El tercero es el equilibrio usado por Berk et al. [56], que llamaremos E3. Todos estos equilibrios fueron calculados con los parámetros del ARTEMIS (ver sección 2.1). En todos los casos usamos $r_s = 1,12$ m, $z_s = 8,5$ m, el campo magnético externo es $B_e = 6,7$ T, la temperatura $T = 87,5$ keV, $f_D = 0,5$ y $f_{He} = 0,25$, los perfiles de densidad y campo magnético resultan diferentes. En la Fig. 2.22 mostramos la distribución espacial de la intensidad de la fuente en el plano r, z para el equilibrio tipo E1.

En la tabla 2.2 mostramos las diferentes cantidades que caracterizan los equilibrios usados. Donde $n_a = 1/V \int n_e dV$ la densidad electrónica promedio,

	n_a ($10^{20} m^{-3}$)	N_e ($\times 10^{22}$)	P_p^{gen} (MW)	P_α (MW)	E_t (MJ)	β
E1	3.2	2.2	336.5	83.8	823.5	0.56
E2	5.5	3.8	766.8	190.9	1427	0.84
E3	3.1	2.15	330.1	82.2	792.9	0.55

Cuadro 2.2: Parámetros de los equilibrios.

V es el volumen del plasma ($69.76 m^3$), N_e es el numero total de electrones del plasma, $P_p^{gen} = E_p < \sigma v > \int n_D n_{He} dV$ y $P_\alpha = E_\alpha < \sigma v > \int n_D n_{He} dV$ son la potencia de fusión que se llevan los protones y las partículas α respec-

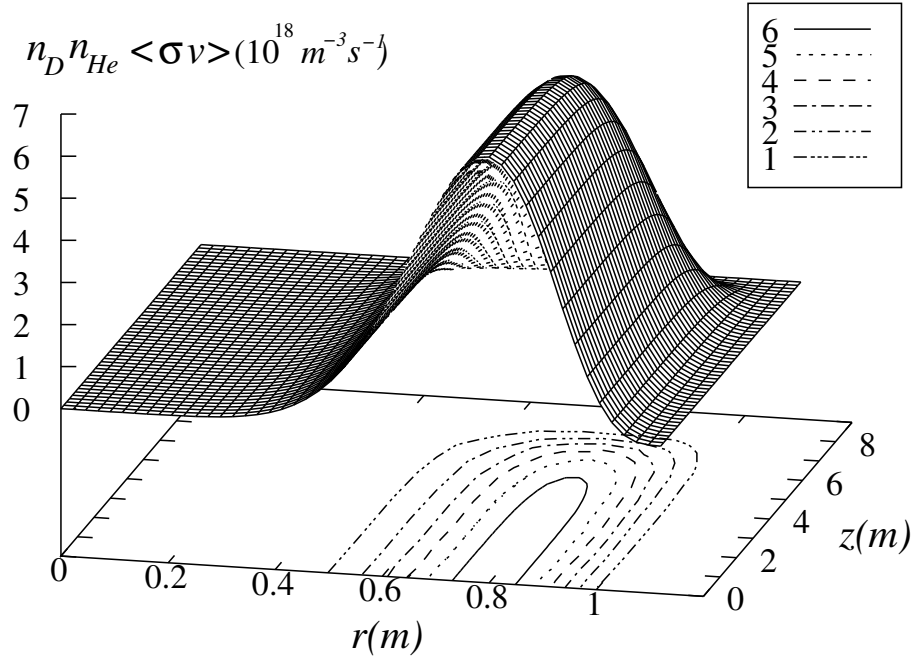


Figura 2.22: Distribución espacial de la intensidad de la fuente para el equilibrio tipo E1.

tivamente, $E_t = \frac{3}{2} k_B T \int (n_e + n_D + n_{He}) dV$ es la energía térmica total del plasma, y el parámetro β lo definimos como:

$$\beta = \frac{1}{V} \frac{\int p dV}{(B_e^2 / 2\mu_0)}.$$

donde p es la presión del plasma.

2.2.2. Órbitas de los protones

Como mostramos en la sección 2.1, en un FRC pueden aparecer una variedad de órbitas; betatrón, figura 8, etc. Entender la dinámica de los protones es crucial para entender los resultados del código. En ausencia de colisiones (y de campo eléctrico) la energía cinética (E_c) y la componente acimutal del momento canónico (P_θ) se conservan. Una vez que fijamos estas dos cantidades, la región del espacio r, z accesible para una partícula con E_c y P_θ dados queda determinada. En la Fig. 2.23 mostramos distintas trayectorias de protones nacidos en $r = 0,8$ m y $z = 0$ m (eje magnético) con velocidad axial nula ($v_{z0} = 0$) y sin colisiones ($\nu = 0$, $\underline{\mathbf{D}} = 0$). Todos los resultados mostrados en esta sección los obtuvimos con un equilibrio tipo E1. Vemos que los protones $a, b, c, d, e, f, g, j, k$ rotan, en promedio, en dirección de las

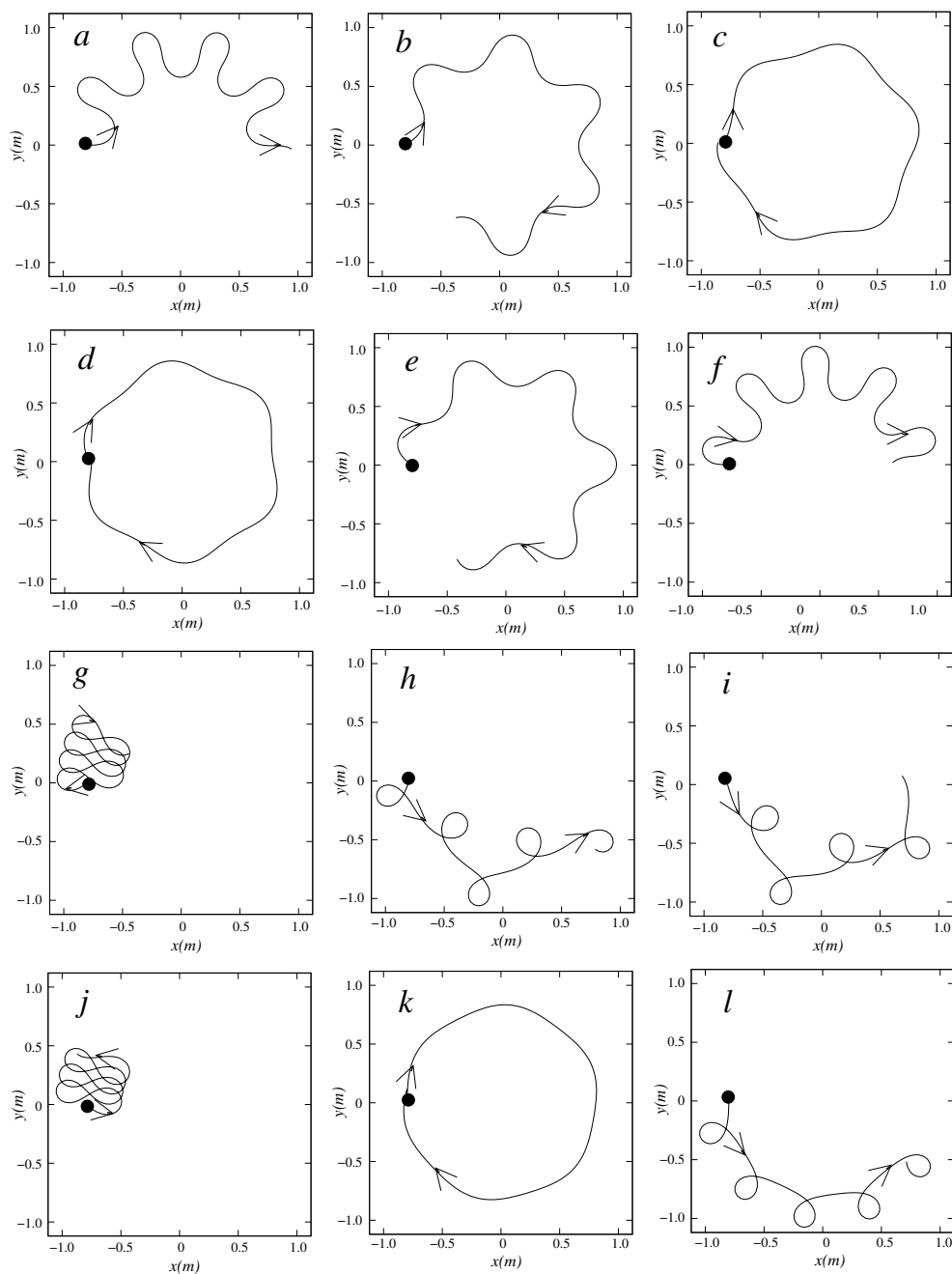


Figura 2.23: Trayectorias de protones nacidos en $r = 0,8$ m y $z = 0$ m (eje magnético) con velocidad axial nula ($v_{z0} = 0$) y sin colisiones ($\nu = 0$, $\underline{\mathbf{D}} = 0$).

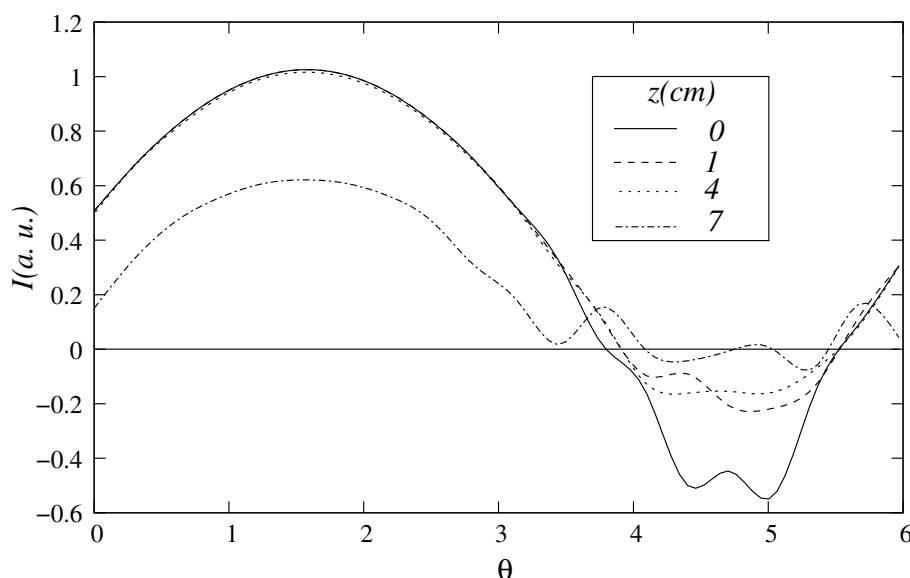


Figura 2.24: Corriente generada por protones nacidos en $r = 0,8$ m y cuatro valores distintos de z como función del ángulo.

agujas del reloj (sentido positivo), mientras que los protones h , i , l rotan en sentido “negativo”. Aquí, positivo significa en la misma dirección que la corriente del plasma, y negativo significa en dirección opuesta a la corriente del plasma. El ángulo entre la dirección inicial de la velocidad y el eje x aumenta en 36° de una partícula a la siguiente (vale 0° para la partícula a), excepto para las partículas k y l que nacen a ángulos de 90° y 180° respectivamente. Todos los protones fueron seguidos durante el mismo tiempo. Es claro que hay más protones que generan corriente “positiva” que “negativa”, al menos para esta condición inicial, y que los protones que generan corriente “positiva” generan más corriente que los que generan corriente “negativa”. Mostraremos más adelante que los protones que generan corriente “negativa” tienden a perderse más rápido que los que generan corriente positiva. Estos fenómenos explican por qué una fuente isótropa puede generar una corriente neta. En la Fig. 2.24 mostramos la corriente generada por protones nacidos en $r = 0,8$ m y cuatro valores distintos de z como función del ángulo (definido como en la Fig. 2.23). Es claro que la mayoría de los protones generan corriente “positiva” y que el máximo de la corriente “positiva” es mayor que el máximo de la corriente “negativa”. Para completar el cuadro de las órbitas, en la Fig. 2.25 mostramos algunas órbitas de protones nacidos en $r = 0,8$ m y $z = 0$ m (eje magnético) con velocidad axial no nula y sin colisiones ($\nu = 0$, $\underline{\mathbf{D}} = 0$).

En la Fig. 2.26 mostramos la corriente generada por protones que nacen en $r = 0,8$ m para tres valores distintos de z para el equilibrio de tipo E1

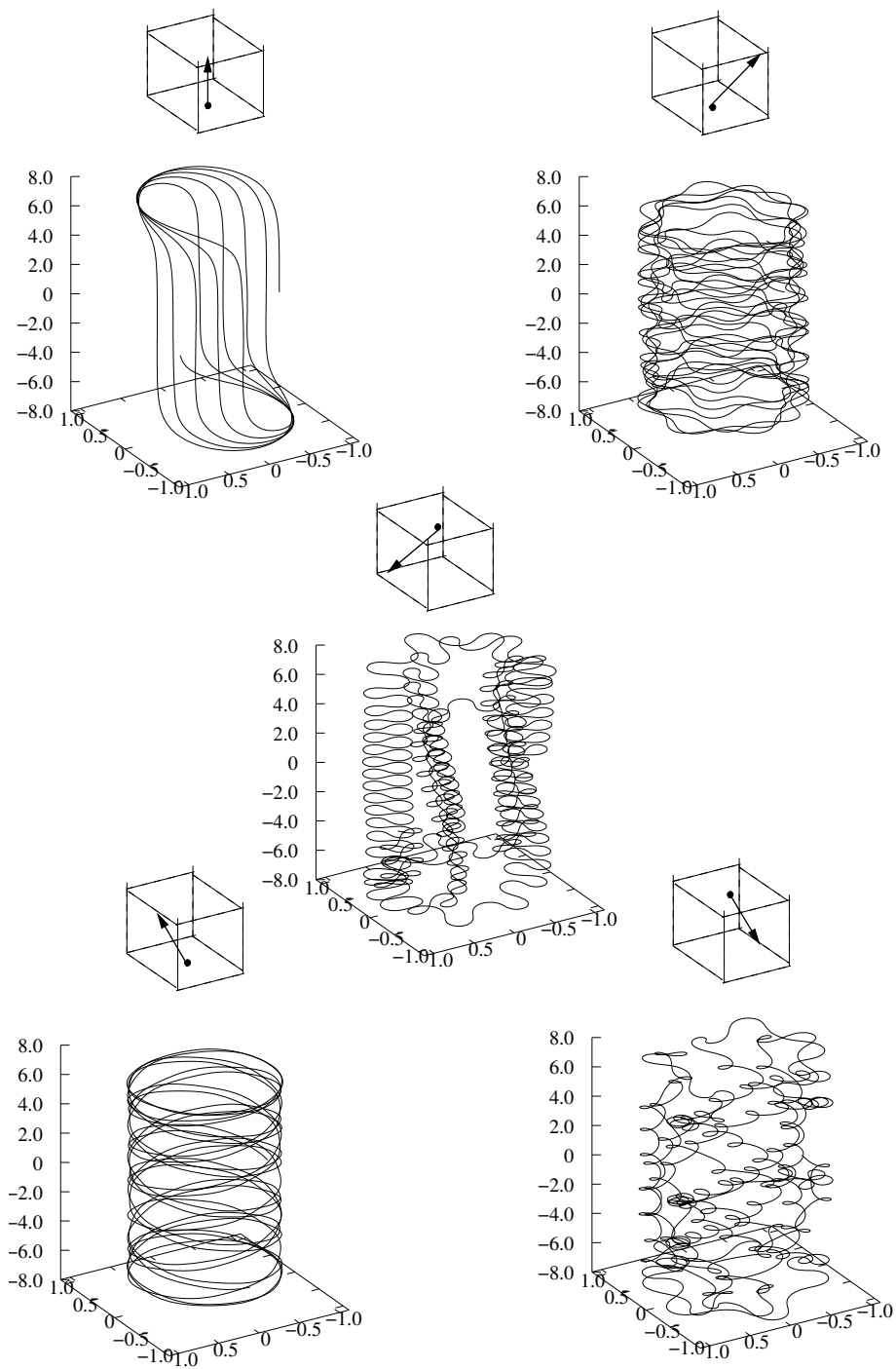


Figura 2.25: órbitas de protones nacidos en nacidos en $r = 0,8$ m y $z = 0$ m (eje magnético) con velocidad axial no nula y sin colisiones ($\nu = 0$, $\underline{\mathbf{D}} = 0$). El “vector” sobre cada figura indica la dirección inicial de la velocidad.

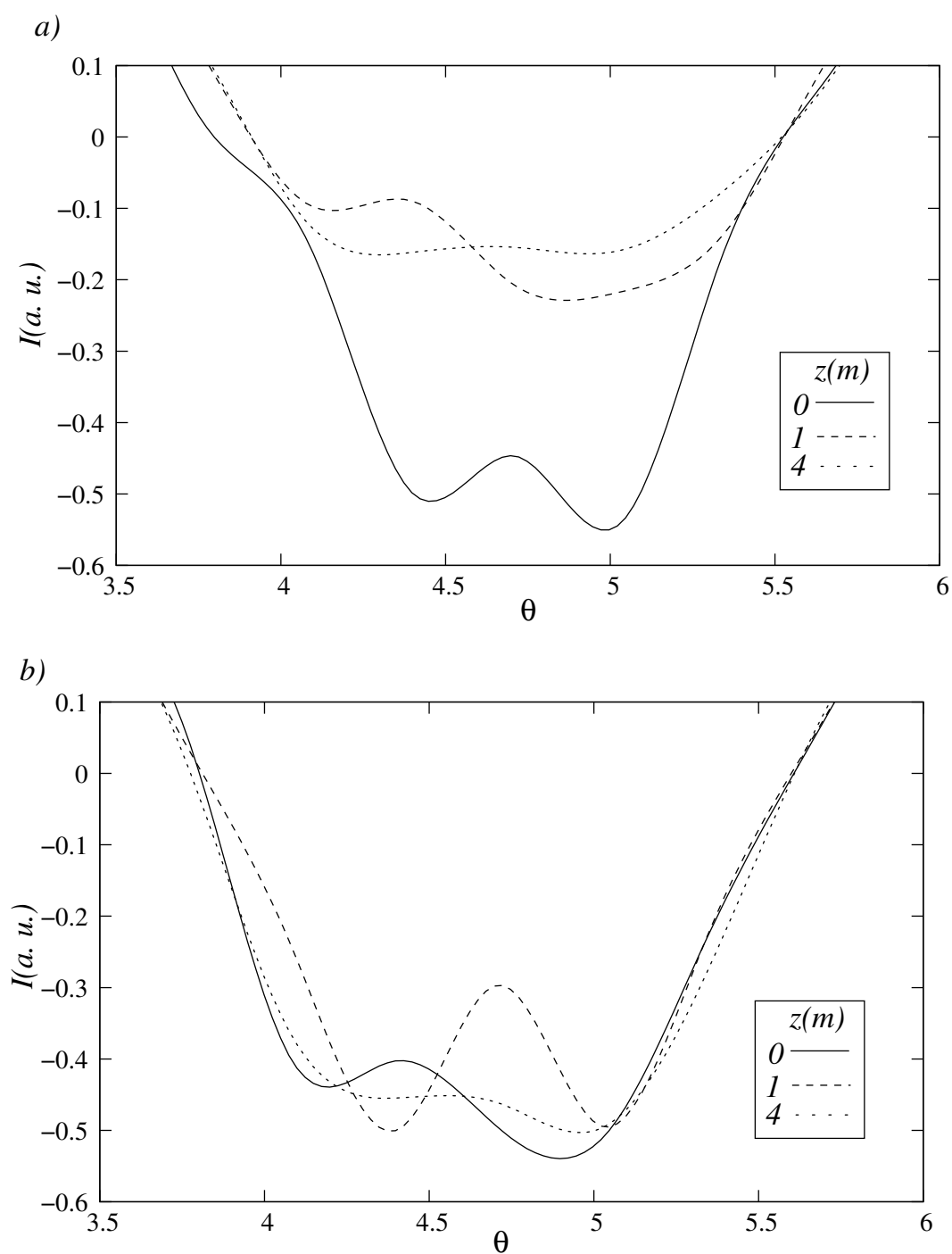


Fig. 4

Figura 2.26: Corriente generada por protones nacidos en $r = 0,8$ m y tres valores distintos de z como función del ángulo para los equilibrios E1 (a) y E2 (b).

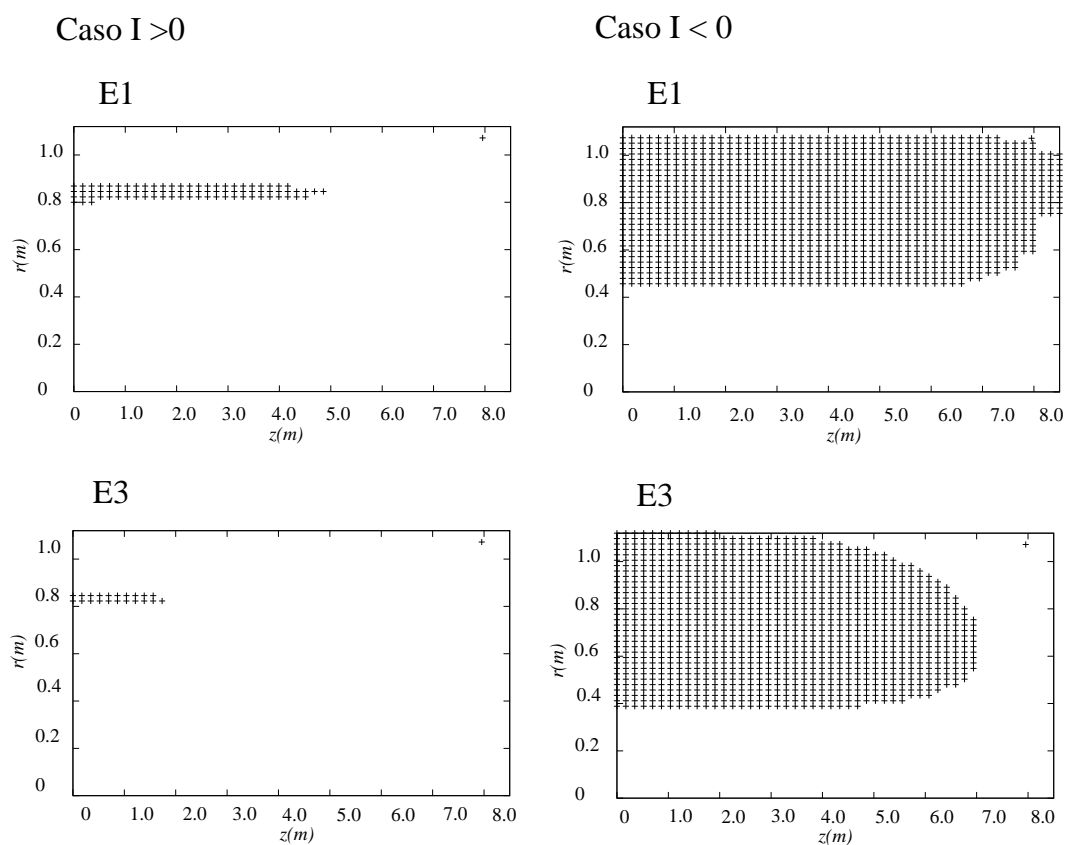


Figura 2.27: Regiones accesibles para partículas que generan corriente “positiva” (partícula k de la Fig. 2.23) y “negativas” (partícula l de la Fig. 2.23) nacidas en $r = 0,8$ m, $z = 0$ m.

(Fig. 2.26a) y E2 (Fig. 2.26b). Mostramos solo la zona con $\theta > \pi$ ya que en la zona $\theta < \pi$ los resultados para ambos equilibrios son prácticamente iguales. Es claro que al menos para las fuentes de protones consideradas hay más corriente negativa para el equilibrio hollow (E2). Mostraremos luego que el equilibrio hollow produce más potencia de fusión pero tiene una menor corriente de protones.

En la Fig. 2.27 mostramos las regiones accesibles para una partícula que genera corriente “positiva” (partícula k de la Fig. 2.23) y “negativa” (partícula l de la Fig. 2.23) nacidas en $r = 0,8\text{m}$, $z = 0\text{m}$, para tres equilibrios distintos. En todos los casos la región accesible es mayor para las partículas negativas que pueden alcanzar la separatriz y perderse.

Para analizar los efectos de las colisiones sobre las partículas positivas y negativas, y el comportamiento diferente que obtenemos según incluyamos o no la difusión ($\underline{\underline{D}}$), mostramos en la Fig. 2.28 gráficos de Poincaré, en el plano r, z , de las partículas k y l de la Fig. 2.23 para el equilibrio E1. Cada punto del gráfico representa una pasada de la partícula por el semiplano definido por $y > 0$, $x = 0$. Las Figs. a, b y c corresponden a una partícula que genera corriente “negativa” y las Figs. d, e y f a una partícula que genera corriente “positiva”. En las Figs. 2.28.a y 2.28.b hay frenamiento ($\nu \neq 0$) pero no hay difusión ($\underline{\underline{D}} = 0$), mientras que en las Figs. 2.28.b, 2.28.c, 2.28.e y 2.28.f incluimos los dos términos. Cuando $\underline{\underline{D}} = 0$ las partículas no exploran toda la región accesible a pesar de que seguimos su evolución hasta que se termalizan y ambas quedan confinadas dentro de la separatriz. Esto fue notado por Berk et al. [56], quien concluyó que la hipótesis ergódica no se satisface en todos los casos. Cuando consideramos $\underline{\underline{D}}$, la partícula que genera corriente “negativa” cubre rápidamente toda la región accesible y se pierde, mientras que la que genera corriente “positiva” se mantiene confinada. Por supuesto, cuando incluimos $\underline{\underline{D}}$ es necesario seguir un número grande de partículas, pero lo que mostramos es una indicación de lo que sucede.

En la Fig. 2.29 mostramos evidencia adicional de que las partículas que generan corriente “negativas” se pierden rápidamente. Esta figura muestra la corriente generada por una fuente en $r = 0,8\text{ m}$, $z = 0$ por partículas cuya velocidad inicial está en cada una de las 26 direcciones consideradas. La línea llena corresponde al caso con $\underline{\underline{D}}$ y la línea de puntos al caso sin $\underline{\underline{D}}$. Es claro que en el caso con $\underline{\underline{D}}$ la corriente negativa es despreciable.

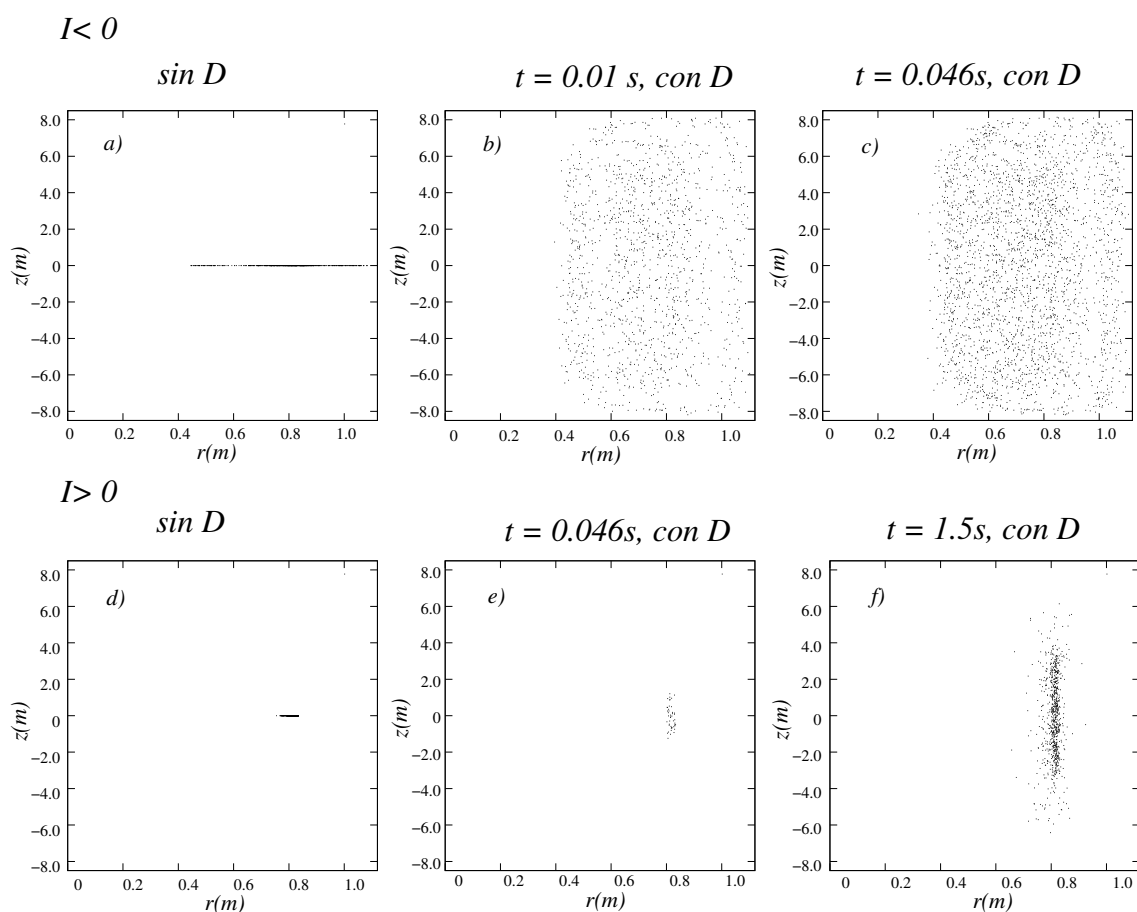


Figura 2.28: Gráficos de Poincaré, en el plano r, z , de las partículas c y j de la Fig. 2.23.

	$I(\text{MA})$	$P_e(\text{MW})$	$P_i (\text{MW})$	$P_t (\text{MW})$	$\tau_E(\text{s})$
E1	39.4	110.8	7.2	201.8	4.1
E2	34.8	92.9	2.9	286.7	5
E3	46.6	141.8	12.1	236.1	3.35
E1*	35.2	104.3	28.3	216.4	3.8
E2*	32.1	75.9	22.9	289.7	4.9
E3*	39.1	129.1	37.7	249	3.18

Cuadro 2.3: Corriente generada, potencia depositada y tiempo de confinamiento. Los casos sin D están indicados con *.

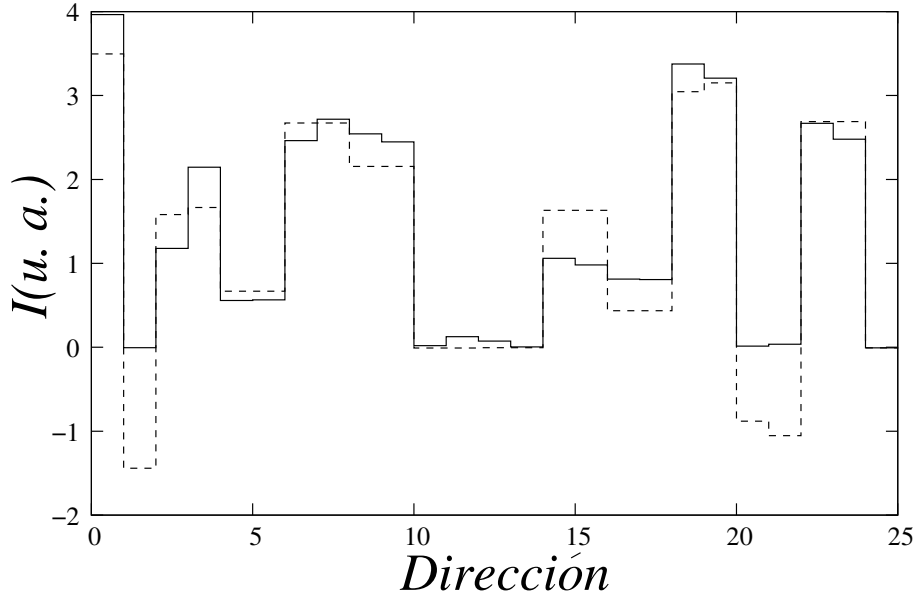


Figura 2.29: Corriente generada en $r = 0,8$ m, $z = 0$ en cada una de las 26 direcciones consideradas

2.2.3. Perfiles de corriente, potencia depositada y balance de energía

En la tabla 2.3 mostramos la corriente de protones de fusión (I), la potencia depositada en los electrones (P_e), en los iones (P_i), la potencia depositada total ($P_t = P_e + P_i + P_\alpha$) y el tiempo global de confinamiento de la energía (τ_E , ver más abajo) obtenidos para los tres equilibrios considerados. En todos los casos mostramos los resultados con y sin D.

En la fig. 2.30 mostramos el perfil 3D de corriente obtenido incluyendo los dos términos de colisión para el equilibrio E1. La corriente total generada por los protones es de 39,4 MA, cercana al valor necesario para el ARTEMIS [54]. La Fig. 2.31 muestra el resultado para el mismo equilibrio sin incluir D. En este caso la corriente total de protones es de 36,6 MA y el gráfico no es muy suave. Estos resultados son consistentes con el análisis de las órbitas que realizamos en la sección anterior, cuando incluimos D los protones que generan corriente negativa se pierden. En la Fig. 2.32 mostramos el perfil radial de la densidad de corriente en $z = 0$ para el caso con D, y también mostramos el perfil de corriente del plasma que corresponden al equilibrio E1. También calculamos la corriente total de protones generada para los otros equilibrios descritos en la subsección 2.2.1. Las corrientes obtenidas son: 34,8 MA (32,1 MA) y 46,6 MA (39,1 MA) para los equilibrios E2 y E3 respectivamente, entre paréntesis indicamos los valores sin D. Comparando

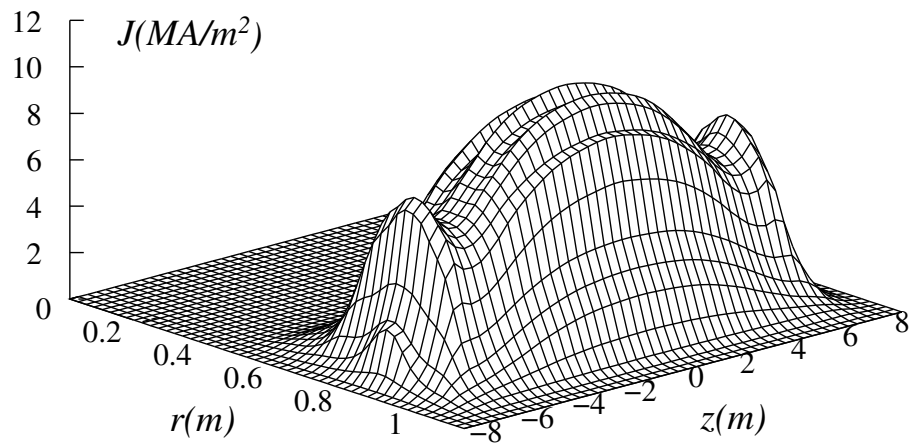


Figura 2.30: Densidad de corriente generada incluyendo los dos términos de colisión para el equilibrio E1.

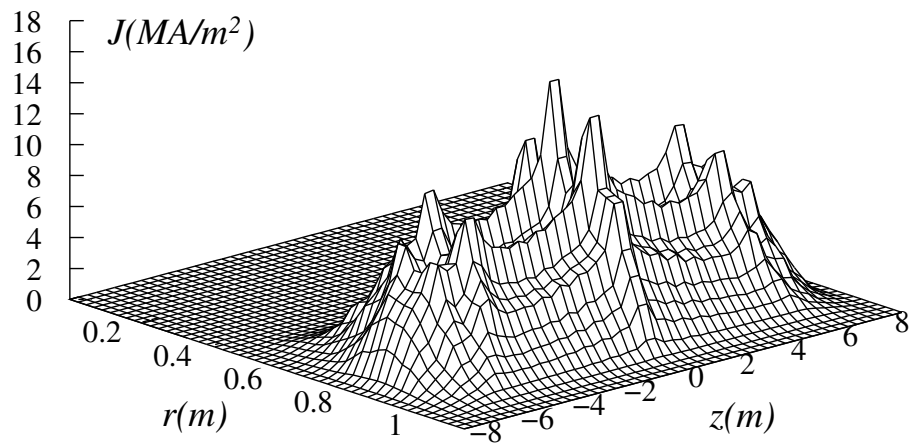


Figura 2.31: Densidad de corriente generada incluyendo frenamiento pero con $\underline{\underline{D}} = 0$ para el equilibrio E1.

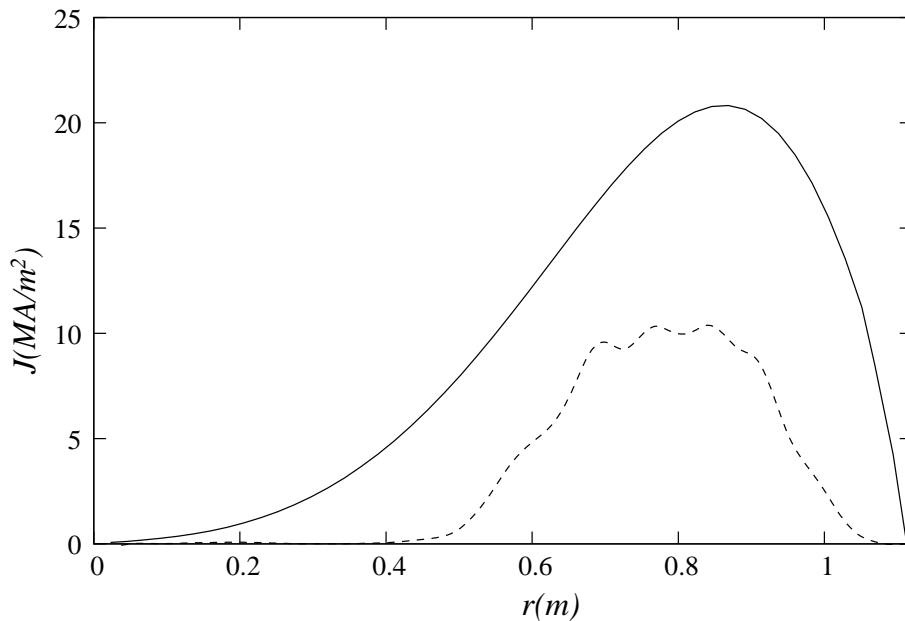


Figura 2.32: Perfil de densidad de corriente generada incluyendo los dos términos de colisiones para el equilibrio E1.

los resultados obtenidos para los tres equilibrios notamos que a pesar de que el equilibrio hollow (E2) produce aproximadamente 2.3 veces más protones de fusión que los otros equilibrios, la corriente resultante de protones es menor. Esto se debe a los dos efectos siguientes:

- i- La fracción de protones perdidos es mayor para el equilibrio E2, como se infiere del valor del cociente entre la potencia depositada y la potencia generada (ver tablas 2.2 y 2.3).
- ii- La fracción de corriente de protones negativa es mayor para el equilibrio E2 como se mostró en 2.2.2

En la Fig. 2.33, mostramos la distribución espacial de la potencia depositada por los protones en el plasma para el equilibrio tipo E1 con D. La potencia total depositada es de 118 MW de los cuales 110,8 MW van a los electrones y 7,2 MW van a los iones. La mayor parte de la potencia de fusión de los protones se deposita en los electrones. Por otra parte es de esperar que la mayor parte de la potencia de fusión que se llevan las α se deposite en los iones debido a que la velocidad de las partículas α (3.71 MeV) es similar de la de los iones del plasma. Si comparamos los resultados obtenidos con y sin D para los tres equilibrios notamos que cuando no incluimos D la potencia de protones que va a los electrones decrece, la potencia que va a los iones aumenta y la potencia total también aumenta.

La energía total depositada es mayor cuando no incluimos D debido a

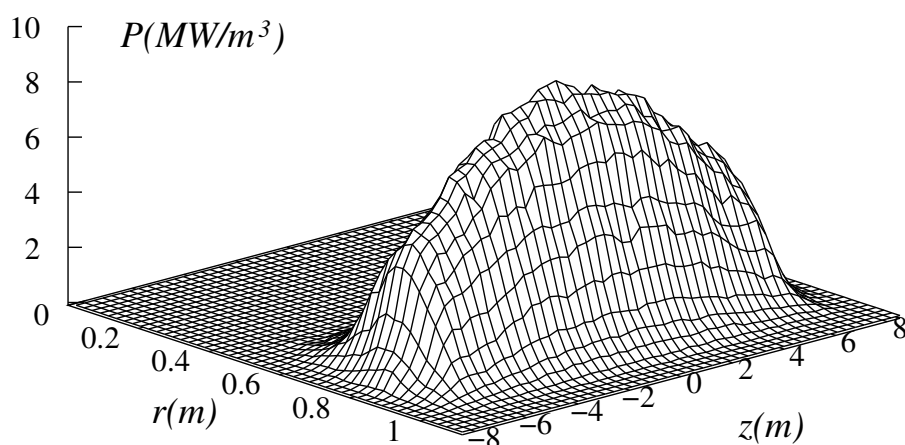


Figura 2.33: Potencia depositada por los protones en el plasma para el equilibrio tipo E1 con D.

que en este caso se pierden menos partículas. Por otro lado, D contribuye al intercambio de energía y su efecto es mayor para los electrones. Resumiendo, cuando incluimos D, la potencia total depositada es menor pero la potencia que va a los electrones aumenta y esto resulta en una reducción grande (en términos relativos) de la potencia que va a los iones. Notar que el menor cambio relativo en la corriente de protones y la potencia total depositada corresponde al equilibrio E2. Este equilibrio tiene las peores propiedades de confinamiento y en consecuencia incluir D no cambia mucho los resultados.

A partir de la potencia depositada por los protones ($P_e + P_i$) podemos hacer un balance global de energía para estimar el tiempo de confinamiento necesario para sostener la temperatura del plasma. Consideramos que las partículas α producidas en la reacción $D-^3He$ depositan toda su energía ($E_\alpha = 3,71$ MeV) en el plasma. Definimos el tiempo global de confinamiento de la energía como:

$$\tau_E = \frac{E_p}{P_t}. \quad (2.8)$$

La potencia de fusión producida por el equilibrio E2 (957.7 MW) es más del doble de la potencia producida con los equilibrios E1 (420.1 MW) y E3 (412.2 MW) (casos con D). Sin embargo, la potencia depositada por los protones en el plasma es de 118 MW para el equilibrio E1, 95.8 MW para el equilibrio E2 y 153.9 MW para E3. Como consecuencia de esto el τ_E requerido para el equilibrio E2 es significativamente mayor que para los otros casos y muestra que un equilibrio que maximice la potencia de fusión puede no ser el más apropiado para confinar los protones.

El equilibrio empleado en el proyecto ARTEMIS tiene un perfil de radial

de densidad con un máximo achatado (la dependencia en z no se muestra) y una potencia de fusión aún mayor que el equilibrio E2. No hay información en la Ref. [54] del método usado para calcular la potencia depositada por los protones de fusión. De acuerdo a nuestros resultados, parece difícil alcanzar simultáneamente una potencia de fusión y una corriente de protones altas y un tiempo de confinamiento de la energía relativamente bajo como el propuesto en la Ref. [54] (2.1 s).

2.2.4. Resumen y conclusiones

Estudiamos la dinámica de los protones generados en la reacción $D - {}^3\text{He}$ y calculamos la corriente resultante y la potencia depositada. Analizamos el efecto de la difusión y la forma de los equilibrios en las órbitas de los protones, la corriente total y la potencia total depositada. Encontramos que la corriente generada y la fracción de la potencia de protones depositada en el plasma son muy sensibles a la forma del equilibrio. La corriente total de protones puede alcanzar los valores requeridos en el proyecto ARTEMIS pero parece difícil alcanzar simultáneamente potencia de fusión alta y buen confinamiento.

A pesar de que los resultados son promisorios es necesario un estudio más profundo de este tema. Debe calcularse el efecto de los protones sobre el plasma para determinar cuánta corriente del plasma inducen. Además deben realizarse cálculos autoconsistentes teniendo en cuenta que la corriente generada es muy sensible al tipo de equilibrio considerado. Finalmente, hay que estudiar la posibilidad de acoplar otros métodos de sostenimiento de la corriente, como ser RMF, para aumentar la corriente y tener un mayor control de los perfiles.

Capítulo 3

Campos magnéticos rotantes

La técnica para sostener la corriente en un plasma conocida como RMF (Rotating Magnetic Field) consiste en aplicar un campo magnético rotante externo a una configuración FRC [15]. Este campo rotante puede ser usado además para formar el FRC y es un método que ha sido extensamente estudiado desde los puntos de vista teórico, numérico y experimental [41, 42, 30, 39, 40]. El RMF transfiere momento a los electrones, los cuales giran sincrónicos con el campo. Por otra parte, los iones, inicialmente en reposo, comienzan a acelerarse por las colisiones con los electrones. En este capítulo estudiamos los efectos de la inercia y la viscosidad electrónica sobre la generación y sostenimiento de la corriente por un RMF y el método propuesto por Clemente [31] para sostener la corriente en estado estacionario aplicando dos RMF que rotan en sentidos opuestos.

A lo largo de este capítulo utilizaremos coordenadas adimensionales, como es habitual en el modelado de estos problemas [36]. A modo de ejemplo, en los experimentos típicos de RMF en FRCs [38], la frecuencia del RMF (ω) es $\sim 0,5 - 1,6 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, el radio del plasma (R) es $\sim 0,2 - 0,4 \text{ m}$, la densidad (n) es $\sim 0,1 - 0,3 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$, la temperatura del plasma es $\sim 40 \text{ eV} - 100 \text{ eV}$, el campo magnético externo (B_{z0}) $\sim 20 - 40 \text{ mT}$ y el campo del RMF (B_ω) es $\sim 5 - 7 \text{ mT}$.

3.1. Efecto de la masa finita de los electrones

Los modelos teóricos usados para estudiar RMF en FRC [14, 36] emplean usualmente la ley de Ohm no lineal sin efectos térmicos, una densidad constante, desprecian los efectos de inercia de los electrones y consideran que los iones del plasma están fijos. Despreciar la inercia de los electrones puede estar justificado en plasmas fríos, donde la frecuencia de colisión es mucho mayor

que la frecuencia del RMF aplicado. Sin embargo, cuando la temperatura aumenta o la densidad es muy baja, los efectos de la inercia de los electrones puede ser importante y deben ser incluidos en los cálculos. En esta sección consideramos el problema de la penetración de un RMF en una columna de plasma y su eficiencia, en términos de la generación de corriente, incluyendo la inercia de los electrones. Los resultados son comparados con el caso donde la inercia de los electrones se desprecia.

Cuando la frecuencia del RMF es comparable a la frecuencia de colisión electrón-ión, aparecen efectos importantes, en el sentido de que el tiempo requerido para llegar a alta eficiencia aumenta y el valor del RMF necesario también aumenta. Por completitud analizamos tres casos:

- i) iones fijos y electrones inicialmente inmóviles;
- ii) iones fijos y electrones inicialmente sincrónicos con el RMF aplicado;
- iii) electrones inicialmente sincrónicos con el RMF e iones rotando como un rígido con igual frecuencia que el RMF pero en el sentido opuesto.

En los tres casos suponemos que los iones no son afectados por las colisiones, de tal manera que los resultados sólo pueden considerarse válidos si el tiempo típico de formación es considerablemente menor que el tiempo típico de aceleración de los iones por colisiones con los electrones, que es del orden de m_i/m_e veces el tiempo de colisión electrón-ion.

Los casos ii) y iii) son de interés en experimentos donde el RMF se aplica a un FRC que existía previamente [42], o en conexión con el esquema propuesto de aplicar dos RMF rotando en sentidos opuestos para sostener la corriente de los electrones e iones en un FRC estacionario, conocido como esquema de Clemente [31]. En este esquema uno de los RMF estará atado a los electrones y el otro a los iones, de tal manera que los torques individuales debidos a las colisiones puedan ser balanceados por los torques pondermotrices debidos a las fuerzas del Lorentz promedio producidas por las corrientes longitudinales en la columna del plasma y el campo magnético transversal.

En lo que sigue obtendremos dos modelos que consideran los efectos inerciales. Las ecuaciones son integradas numéricamente para mostrar que se encuentran desviaciones significativas respecto del caso en el que se ignora la inercia cuando el cociente entre la frecuencia de rotación del RMF (ω) y la frecuencia de colisión electron-ion (ν) es del orden de la unidad o mayor.

La estructura de esta sección es la siguiente. En 3.1.1 introducimos los dos modelos empleados que incluyen los efectos de inercia. En 3.1.2 describimos los códigos numéricos usados para resolver las ecuaciones obtenidas con los dos modelos. 3.1.3 contiene los resultados y presentamos las conclusiones en 3.1.4.

3.1.1. Modelos

Consideramos que un RMF externo se aplica a una columna de plasma infinita de radio R con los electrones inicialmente en reposo o, alternatively, rotando como un rígido con la misma frecuencia que el RMF. Los iones permanecen fijos o rotando rígidamente con la misma frecuencia angular que el RMF y en sentido opuesto. Usamos coordenadas cilíndricas r, θ, z y unidades SI.

Si suponemos que hay invariancia traslacional ($\partial/\partial z \equiv 0$), el RMF puede ser descrito utilizando la componente longitudinal del potencial vector, la cual en ausencia del plasma suponemos que tiene la siguiente dependencia espacial y temporal:

$$A_z = rB_\omega(1 - \exp(-t/t_0)) \cos(\theta - \omega t) \quad (3.1)$$

donde B_ω es la amplitud del RMF en ausencia del plasma, t_0 es el tiempo de subida de las corrientes externas que producen el RMF y ω es la frecuencia de rotación.

Reescribimos la ecuación de momento para los electrones (1.1) como:

$$n_e m_e \left(\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -en_e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \nabla P_e - \nu n_e m_e (\mathbf{v} - \mathbf{U}) \quad (3.2)$$

donde ν es la frecuencia de colisión electrón-ión y $\mathbf{U} = \Omega_i r \hat{e}_\theta$ es la velocidad iónica con Ω_i supuesta constante (puede ser cero) durante el proceso de penetración del RMF.

El primer paso para obtener la ley de Ohm empleada en todos los estudios previos de sostenimiento de la corriente mediante RMF es igualar a cero el miembro izquierdo (LHS) de la ecuación (3.2), pero dejando el término de colisiones en el lado derecho (RHS). Sin embargo, $\partial \mathbf{v} / \partial t$ debe ser del orden de $\omega \mathbf{v}$ mientras que el término convectivo en el LHS debe ser menor al comienzo del proceso y debe aumentar su magnitud progresivamente hasta cancelar parcialmente $\partial \mathbf{v} / \partial t$ cuando se aproxima el estado estacionario. Esto implica que despreciar el LHS de la ec. (3.2) puede ser apropiado si $\omega \ll \nu$. En los experimentos de RMF realizados hasta ahora esa condición parece satisfacerse debido a la baja temperatura, sin embargo, para asegurarse de que la técnica es útil en plasmas de interés en fusión, el caso de ω y ν comparables debe ser cuidadosamente examinados porque al comienzo del proceso los términos de inercia pueden ser importantes. Esta es la meta del presente estudio, donde los resultados están parametrizados en función de ω/ν .

Si despreciamos la corriente de desplazamiento, las correspondientes ecuaciones de Maxwell se escriben como:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 e(n_i \mathbf{U} - n_e \mathbf{v}), \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = e(n_i - n_e)/\epsilon_0, \quad (3.5)$$

donde μ_0 y ϵ_0 son la permeabilidad y permitividad del vacío respectivamente.

Si suponemos que las densidades son uniformes e iguales ($n_i = n_e = n_0$), es posible deducir las siguientes ecuaciones adimensionales acopladas para las componentes longitudinales del potencial vector y el campo magnético, $A = A_z/RB_\omega$ y $B = B_z/B_\omega$, dentro de la columna del plasma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial a}{\partial \tau} &= \frac{\gamma}{2\lambda^2} \frac{1}{x} \left(\frac{\partial B}{\partial \theta} \frac{\partial a}{\partial x} - \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial a}{\partial \theta} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2\lambda^2} \nabla^2 A - \frac{\Omega_i}{\omega} \frac{\partial a}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial b}{\partial \tau} &= \frac{\gamma}{2\lambda^2} \frac{1}{x} \left(\frac{\partial A}{\partial \theta} \frac{\partial \nabla^2 A}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial \nabla^2 A}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{2\lambda^2} \nabla^2 B + \\ &\quad \frac{\gamma}{(2\lambda^2)^2} \frac{\omega}{\nu} \frac{1}{x} \left(\frac{\partial B}{\partial \theta} \frac{\partial \nabla^2 B}{\partial x} - \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial \nabla^2 B}{\partial \theta} \right) - \frac{\Omega_i}{\omega} \frac{\partial b}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde

$$a = A - \frac{1}{2\lambda^2} \frac{\omega}{\nu} \nabla^2 A, \quad b = B - \frac{1}{2\lambda^2} \frac{\omega}{\nu} \nabla^2 B, \quad \tau = \omega t, \quad x = r/R,$$

$$\nabla^2 \equiv \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2},$$

y donde se introdujeron los parámetros usuales

$$\gamma = \frac{B_\omega}{en_0\eta}; \quad \lambda^2 = \frac{R^2\mu_0\omega}{2\eta};$$

siendo η la resistividad ($\eta = m_e\nu/n_0e^2$). En el caso con $\Omega_i = 0$, si despreciamos los términos proporcionales a ω/ν y mantenemos η finita recobramos las ecuaciones utilizadas en la Ref. [14].

Las siguientes ecuaciones adicionales son necesarias para resolver las ecs. (3.6) y (3.7):

$$\nabla^2 A = 2\lambda^2 \frac{\nu}{\omega} (A - a) \quad (3.8)$$

$$\nabla^2 B = 2\lambda^2 \frac{\nu}{\omega} (B - b) \quad (3.9)$$

Fuera de la columna de plasma las eqs. (3.8) y (3.9) se reducen a $\nabla^2 A = \nabla^2 B = 0$, porque $a \equiv A$ y $b \equiv B$. Además, como no hay corrientes es posible fijar $B = \text{constante} = B_0 = B_{z0}/B_\omega$, donde B_{z0} es el campo magnético longitudinal externo, constante. El conjunto de ecs. (3.6-3.9) forman lo que llamamos Modelo 1.

De acuerdo a Hugrass [15], en el estado estacionario A sólo debe tener armónicos impares de $\theta - \tau$, y B sólo debe tener armónicos pares de $\theta - \tau$. En otras palabras, B puede ser desarrollado como:

$$B = \langle B \rangle + \sum_1^{\infty} B_{2m}(r, t) e^{i(2m)(\theta - \tau)},$$

donde $\langle B \rangle \equiv \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} B d\theta$ debe ser el valor dominante en este desarrollo. Podemos obtener un conjunto más simple de ecuaciones aproximadas si retenemos sólo el término $\langle B \rangle$ y despreciamos los armónicos de orden superior. Las ecuaciones resultantes, que forman lo que llamamos Modelo 2, son la ec. (3.6) con $\langle B \rangle$ en lugar de B , la ec. (3.8), y las ecs. (3.7) y (3.9) que se transforman en:

$$\frac{\partial \langle b \rangle}{\partial \tau} = \frac{\gamma}{2\lambda^2} \frac{1}{x} \left\langle \frac{\partial A}{\partial \theta} \frac{\partial \nabla^2 A}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial \nabla^2 A}{\partial \theta} \right\rangle + \frac{1}{2\lambda^2} \nabla^2 \langle B \rangle \quad (3.10)$$

$$\frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} x \frac{\partial}{\partial x} \langle B \rangle = 2\lambda^2 \frac{\nu}{\omega} (\langle B \rangle - \langle b \rangle), \quad (3.11)$$

donde $\langle b \rangle \equiv \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} b d\theta$.

Mostraremos más adelante que los resultados obtenidos con el Modelo 2 son similares a los obtenidos con el Modelo 1, con la ventaja de que el código numérico asociado al Modelo 2 es mucho más rápido y robusto que el asociado al Modelo 1.

3.1.2. Métodos numéricos y condiciones de borde

Desarrollamos dos códigos numéricos para resolver las ecuaciones correspondientes a los Modelos 1 y 2. El Modelo 1 es 2D (x, θ) y el Modelo 2

tiene cantidades 2D (a, A) y cantidades 1D ($\langle b \rangle, \langle B \rangle$). Típicamente usamos 20 nodos para la discretización en θ y para x usamos entre 40 y 200 nodos. Para avanzar las ecuaciones (3.6) y (3.7), o (3.10) en el tiempo usamos un esquema de Lax-Wendroff. Una vez que estas ecuaciones fueron avanzadas en el tiempo, resolvemos las ecuaciones espaciales auxiliares (3.8) y (3.9), ó (3.11) mediante descomposición LU, y el ciclo comienza nuevamente.

Lejos del plasma ($x \gg 1$), fijamos A igual al potencial vector producido por los conductores externos:

$$A(x_b) = x_b(1 - \exp(-\tau/\tau_0)) \cos(\theta - \tau)$$

donde x_b es tomado lo suficientemente grande como para que los resultados sean independientes de su valor exacto (generalmente usamos $x_b = 5$) e introducimos τ_0 para aumentar suavemente la corriente en los conductores externos (generalmente usamos $\tau_0 = 0,3$). El campo magnético ($B = B_0$) es uniforme y constante en el tiempo fuera del plasma ($x > 1$).

En todos los casos usamos como condición inicial: $a = A = 0$ (para todos los valores de x); $b = \langle b \rangle = B = \langle B \rangle = B_0$ para $x > 1$. Cuando los electrones están inicialmente en reposo y los iones están fijos (caso i) $b = \langle b \rangle = B = \langle B \rangle = B_0$ es también inicialmente válido dentro de la columna del plasma ($x \leq 1$). Para iones fijos, y electrones inicialmente sincrónicos con el RMF (caso ii), usamos como valor inicial dentro del plasma:

$$B = \langle B \rangle = B_0 + \frac{\lambda^2}{\gamma}(x^2 - 1); \quad b = \langle b \rangle = B_0 + \frac{\lambda^2}{\gamma}(x^2 - 1 + \frac{2\omega}{\nu\lambda^2}).$$

Finalmente, para iones rotando en sentido opuesto al RMF y electrones inicialmente sincrónicos con el RMF (caso iii), dentro de la columna de plasma los valores iniciales son:

$$B = \langle B \rangle = B_0 + \frac{2\lambda^2}{\gamma}(x^2 - 1); \quad b = \langle b \rangle = B_0 + \frac{2\lambda^2}{\gamma}(x^2 - 1 + \frac{2\omega}{\nu\lambda^2}).$$

Pedimos continuidad de A y B (ó $\langle B \rangle$) en el borde de la columna de plasma.

3.1.3. Resultados

Antes de discutir los resultados es conveniente examinar el significado y rango posible de los parámetros empleados:

- γ es el cociente entre la frecuencia de ciclotrón de los electrones, calculada con la amplitud del RMF, y la frecuencia de colisión electrón ión. Su valor debe ser mayor que la unidad para que los electrones estén magnetizados con el RMF aplicado.

- λ es el cociente entre el radio de la columna del plasma y el valor clásico de la longitud de penetración del campo. Si usamos el valor clásico de la resistividad λ toma un valor grande, que puede ser del orden de 1000 en plasmas de interés en fusión. Por otro lado, la resistividad de los plasmas sostenidos por RMF parece ser grande [38] y no uniforme [36] y es difícil predecir como escala con la temperatura en el caso de interés para fusión. En nuestros cálculos limitamos el valor de λ debido a que aparecen problemas numéricos para λ grande.
- $\gamma/2\lambda^2$ está relacionado con el cociente entre la amplitud del RMF y el diamagnetismo máximo posible, y para que el método sea atractivo debe ser significativamente menor que la unidad.
- ω/ν es menor que la unidad en los experimentos realizados hasta ahora si se emplea la frecuencia de colisión “clásica”. Sin embargo, para estudiar la posibilidad de emplear RMF para sostener la corriente en plasmas de grado reactor, exploramos con el Modelo 2 el régimen con λ hasta 50 y ω/ν hasta 5.

Cuando λ aumenta la longitud de penetración disminuye, aparecen gradientes muy marcados de corriente y debemos aumentar el número de nodos radiales usados en los cálculos. Debido a esto restringimos las corridas con el Modelo 1 a $\lambda = 5$ y $\lambda = 10$ y valores de ω/ν hasta 2. En todas las corridas comparamos los resultados con el caso sin inercia de los electrones ($\omega/\nu \rightarrow 0$) pero no lo mostramos debido a que se superpone con el caso correspondiente al cociente más chico de ω/ν .

En los trabajos previos la eficiencia se define usualmente como el cociente entre el diamagnetismo obtenido ($|B_0 - B(0, \tau)|$) y el diamagnetismo correspondiente a los electrones sincrónicos con el RMF. Esta es una función de γ para un λ dado. Sin embargo debido a que esta definición no proporciona una medida de la eficacia del uso de B_ω (que interviene en la definición de γ), adoptamos una definición diferente de la eficiencia:

$$\varepsilon(\tau) = B_0 - B(0, \tau).$$

Cuando graficamos esta eficiencia en función de γ , para un valor dado de ω/ν y λ , ε presenta un máximo pronunciado cercano al valor que fue definido como el valor crítico de γ , llamado γ_c en los estudios previos (valor al cual la antigua eficiencia es igual a la mitad de su valor máximo posible), que ilustra mejor el diamagnetismo ganado para un B_ω dado. Esta manera de presentar los resultados ilustra mejor el hecho de que cuando aumentamos γ sobre el valor óptimo (que corresponde al máximo de ε), la corriente que puede

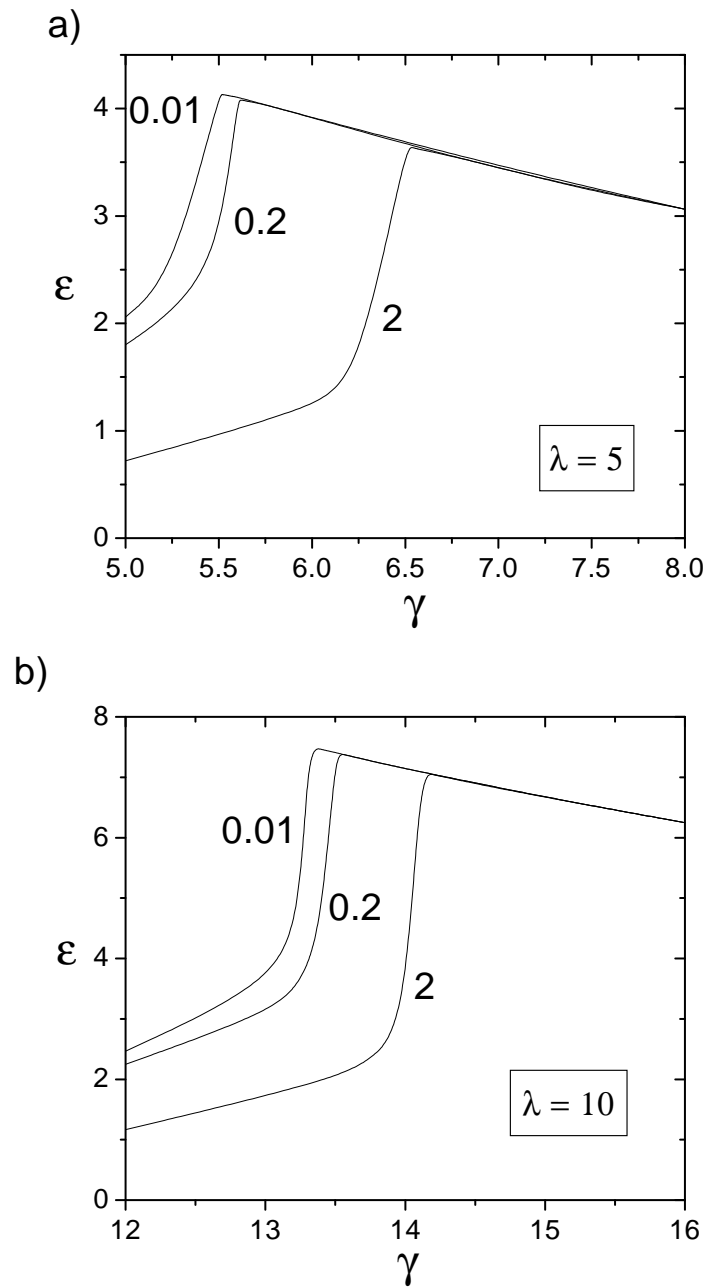


Figura 3.1: Eficiencia en función de γ para el caso de iones fijos y electrones inicialmente en reposo, calculada con el Modelo 1 para distintos valores de ω/ν (indicados en la figura). Caso a) corresponde a $\lambda = 5$ y caso b) a $\lambda = 10$.

sostener el RMF puede ser aumentada aumentando B_ω pero el costo energético del método (la energía inyectada por el RMF depende del cuadrado del B_ω) aumenta más rápido.

En la Fig. 3.1 mostramos el valor estacionario de la eficiencia como función de γ , para distintos valores de ω/ν (indicados en la figura) y para valores seleccionados de λ ($\lambda = 5$ en la Fig.3.1a y $\lambda = 10$ en la Fig.3.1b), cuando los iones están fijos y los electrones están inicialmente en reposo (caso i). Se puede ver que aumentar ω/ν tiene dos consecuencias: el valor máximo de la eficiencia (ε) decrece y el valor necesario de γ (B_ω) para obtener este máximo aumenta. En otras palabras, necesitamos un valor mayor de B_ω para obtener una menor eficiencia (máxima) cuando ω/ν aumenta. Para valores grandes de γ el RMF penetra completamente en el plasma, todos los electrones giran sincrónicos y se obtiene una eficiencia que decrece monótonamente independientemente del valor de ω/ν .

En la Fig. 3.2 mostramos la eficiencia como función del tiempo para valores dados de λ y γ y diferentes valores de ω/ν (indicados en la figura) en el caso de iones fijos y electrones inicialmente en reposo (caso i). Se pueden observar dos situaciones: en las Figs. 3.2a) y 3.2d) los valores de γ son tales que se obtienen menores valores estacionarios de la eficiencia para valores suficientemente altos de ω/ν y el tiempo adimensional requerido para alcanzar el estado estacionario es considerablemente mayor que $\lambda^2/4$, que es el valor que se obtiene para γ grande cuando se desprecia la inercia [14].

En las Figs. 3.2b), 3.2c) y 3.2e) se obtiene el mismo valor estacionario de la eficiencia para diferentes valores de ω/ν pero el tiempo necesario para alcanzar el estado estacionario aumenta significativamente para $\omega/\nu = 2$. Para un valor suficientemente grande de γ (Fig. 3c) y para un valor chico de ω/ν , el tiempo de penetración es del orden de $\lambda^2/4$ y aproximadamente el doble de este valor para $\omega/\nu = 2$.

El incremento en el tiempo de penetración puede tener consecuencias importantes en la formación y el sostenimiento de FRCs por RMF [35]. Si el tiempo de penetración es mayor que el tiempo que tardan los iones para ponerse a rotar debido a las colisiones con los electrones (spin-up), el FRC no se podrá formar o, alternativamente, sostener.

En la Fig. 3.3 mostramos el valor estacionario de la eficiencia como función de γ para diferentes valores de ω/ν y $\lambda = 5$ (Fig. 3.3a) y $\lambda = 10$ (Fig. 3.3b), cuando los iones están fijos y los electrones están inicialmente rotando con el RMF (caso ii). Como se puede apreciar, el comportamiento es similar al mostrado en la Fig. 3.1. Cuando ω/ν aumenta se necesita un valor mayor de γ para obtener la máxima eficiencia y este máximo es menor. Las eficiencias máximas obtenidas, y el valor correspondiente de γ , son similares a los de la Fig. 3.1. También en este caso el tiempo de penetración aumenta con

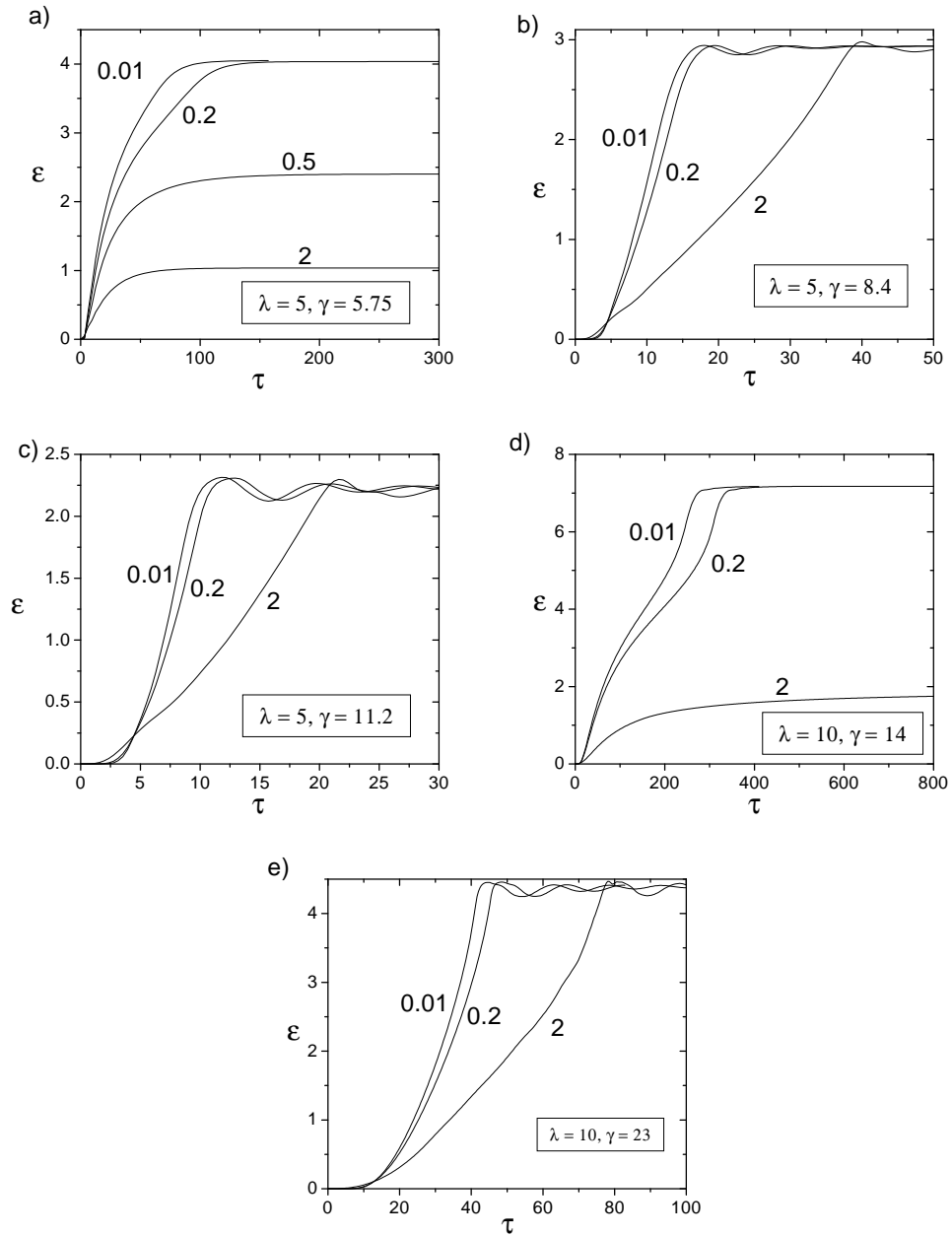


Figura 3.2: Eficiencia en función del tiempo para el caso de iones fijos y electrones inicialmente en reposo, calculada con el Modelo 1 para distintos valores de ω/ν (indicados en la figura). Caso a) corresponde a $\lambda = 5$ y $\gamma = 5,75$; b) a $\lambda = 5$ y $\gamma = 8,4$; c) a $\lambda = 5$ y $\gamma = 11,2$; d) a $\lambda = 10$ y $\gamma = 14$ y e) a $\lambda = 10$ y $\gamma = 23,5$.

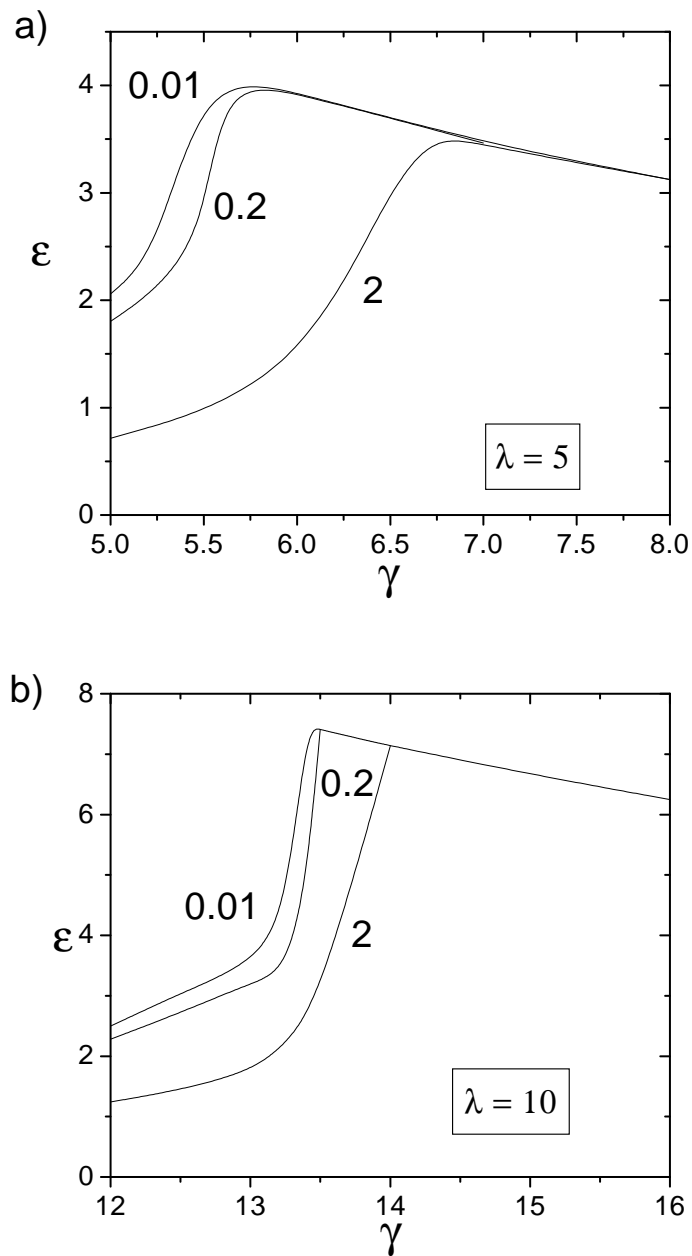


Figura 3.3: Eficiencia en función de γ para el caso de iones fijos y electrones inicialmente sincrónicos con el RMF, calculada con el Modelo 1 para distintos valores de ω/ν (indicados en la figura). Caso a) corresponde a $\lambda = 5$ y caso b) a $\lambda = 10$.

ω/ν y pueden resultar valores menores de la eficiencia asintótica para valores suficientemente grandes de ω/ν , como se puede ver en la Fig. 3.4. Sin embargo, el incremento del tiempo de penetración con ω/ν y el valor asintótico de la eficiencia para valores pequeños de γ son diferentes. Por ejemplo, la Fig. 3.4a muestra que, a diferencia del caso i), para $\omega/\nu = 0,5$ el valor asintótico de ε (del mismo valor que el caso sin inercia) se alcanza después de un tiempo suficientemente largo. Se puede ver un comportamiento similar para $\omega/\nu = 2$ en la Fig. 3.4d cuando la comparamos con la Fig. 3.2d. Esto muestra la posibilidad de reducir el campo del RMF una vez que se alcanzó penetración completa en el caso i), mejorando la eficiencia del método. Las Figs 3.4b,c y e muestran algunas oscilaciones y el tiempo requerido para alcanzar el estado estacionario parece ser menor que en las Figs. 3.2b, c y e. Esto se debe a la diferencia en la condición inicial.

En las Figs. 3.5a y 3.5b mostramos la eficiencia en función de γ para diferentes valores de ω/ν y los mismos valores de λ que en las Figs. 3.3, cuando los electrones están inicialmente rotando con el RMF y los iones rotan con $\Omega_i/\omega = -1$ (caso iii). Como en los casos previos, se necesita un mayor valor de γ para obtener el máximo de la eficiencia cuando ω/ν aumenta, y este máximo es menor cuando ω/ν es mayor. Debido a la contribución de los iones, las eficiencias son mayores que en los casos previos si las comparamos con los casos i) y ii) y el valor óptimo de γ es alrededor de $\sqrt{2}$ mayor. En las Figs, 3.6a a 3.6d, mostramos la eficiencia como función del tiempo para las mismas condiciones que en la Fig. 3.5, y distintos valores de γ , nuevamente se ve el incremento del tiempo de penetración para valores crecientes de ω/ν , el efecto es más evidente para valores grandes de γ .

En las Figs. 3.7a y 3.7b comparamos los Modelos 1 (línea llena) y 2 (línea de puntos), mostrando las eficiencias como función de γ para diferentes valores de ω/ν (indicados en las figuras) y los mismos valores de λ , cuando los iones están fijos, y los electrones están inicialmente quietos (caso i). Como se puede ver los modelos presentan un buen acuerdo, lo que nos da confianza para usar el Modelo 2, que es considerablemente más rápido y numéricamente más estable que el Modelo 1, para explorar valores más grandes de λ y ω/ν .

Como ejemplo, mostramos en la Fig. 3.8 la eficiencia en función de γ para valores de ω/ν hasta 5 con el Modelo 2 para el caso iii). Como mencionamos antes, este caso es de relevancia para el esquema propuesto por Clemente [31] para controlar la aceleración de los iones (spin up) aplicando dos RMF rotando en sentidos opuestos a un FRC ya formado. Es interesante comparar nuestros resultados con los obtenidos por Hugrass y Visentin [32, 33]. Ellos realizaron un análisis numérico simplificado basado en considerar dos escalas de tiempo y hallaron que para un valor de $\omega/\nu \sim 5$ (estos valores pueden ser inferidos a partir de su discusión del parámetro ξ^+) se necesita un valor

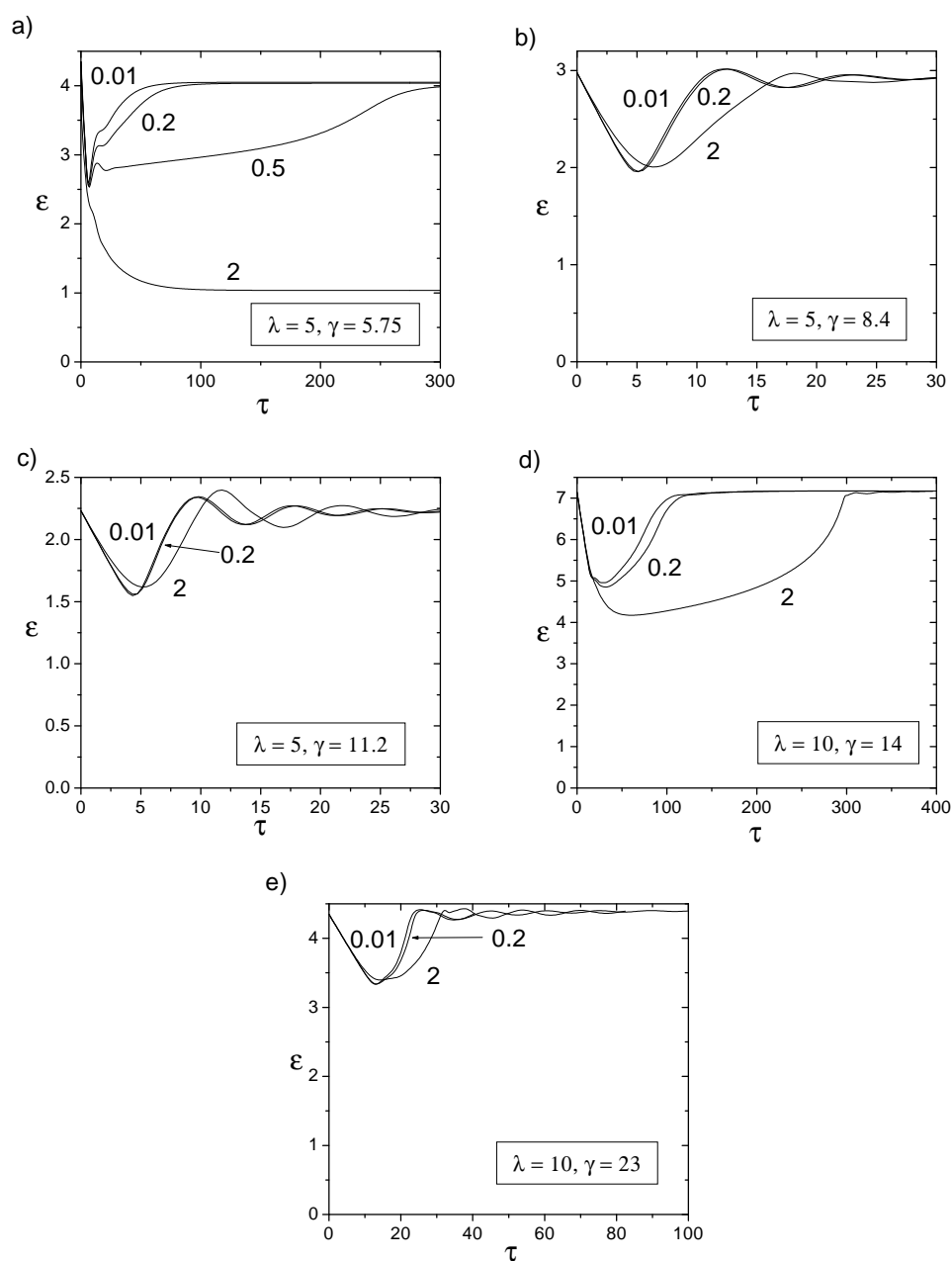


Figura 3.4: Eficiencia en función del tiempo para el caso de iones fijos y electrones inicialmente en sincrónicos con el RMF, calculada con el Modelo 1 para distintos valores de ω/ν (indicados en la figura). Caso a) corresponde a $\lambda = 5$ y $\gamma = 5,75$; b) a $\lambda = 5$ y $\gamma = 8,4$; c) a $\lambda = 5$ y $\gamma = 11,2$; d) a $\lambda = 10$ y $\gamma = 14$ y e) a $\lambda = 10$ y $\gamma = 23,5$.

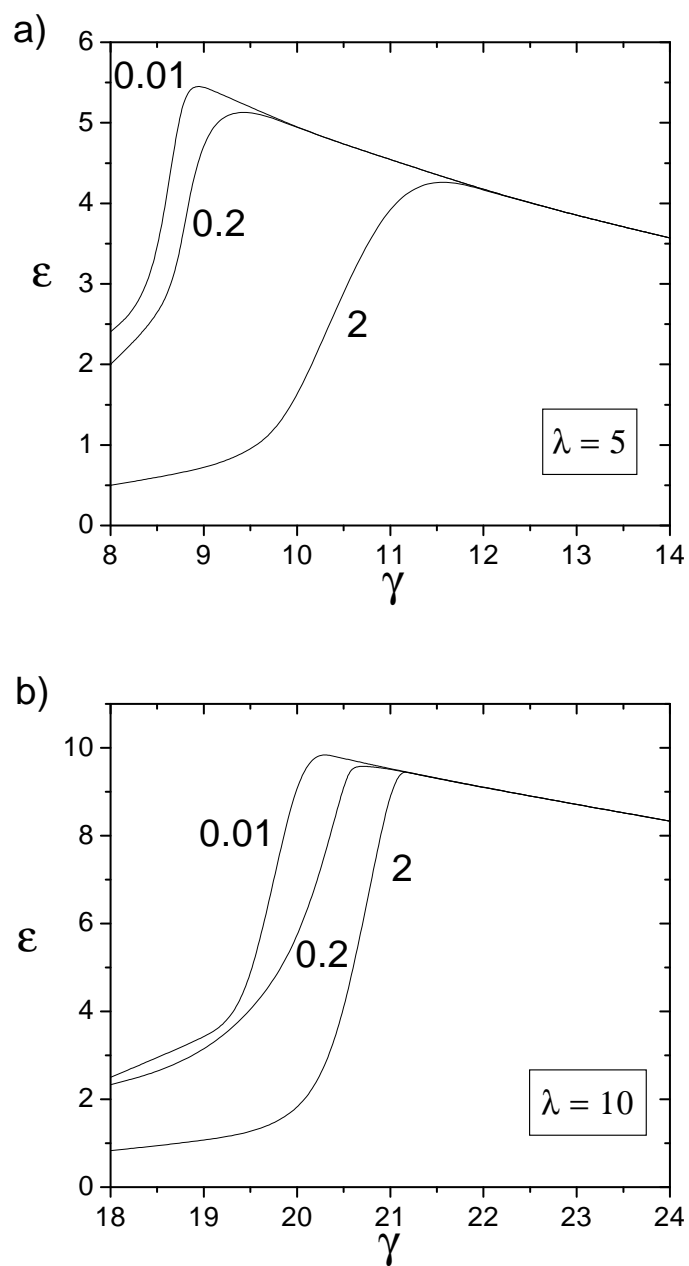


Figura 3.5: Eficiencia en función de γ para el caso de electrones inicialmente sincrónicos con el RMF e iones rotando como un rotor rígido en sentido opuesto, calculada con el Modelo 1 para distintos valores de ω/ν (indicados en la figura). Caso a) corresponde a $\lambda = 5$ y caso b) a $\lambda = 10$.

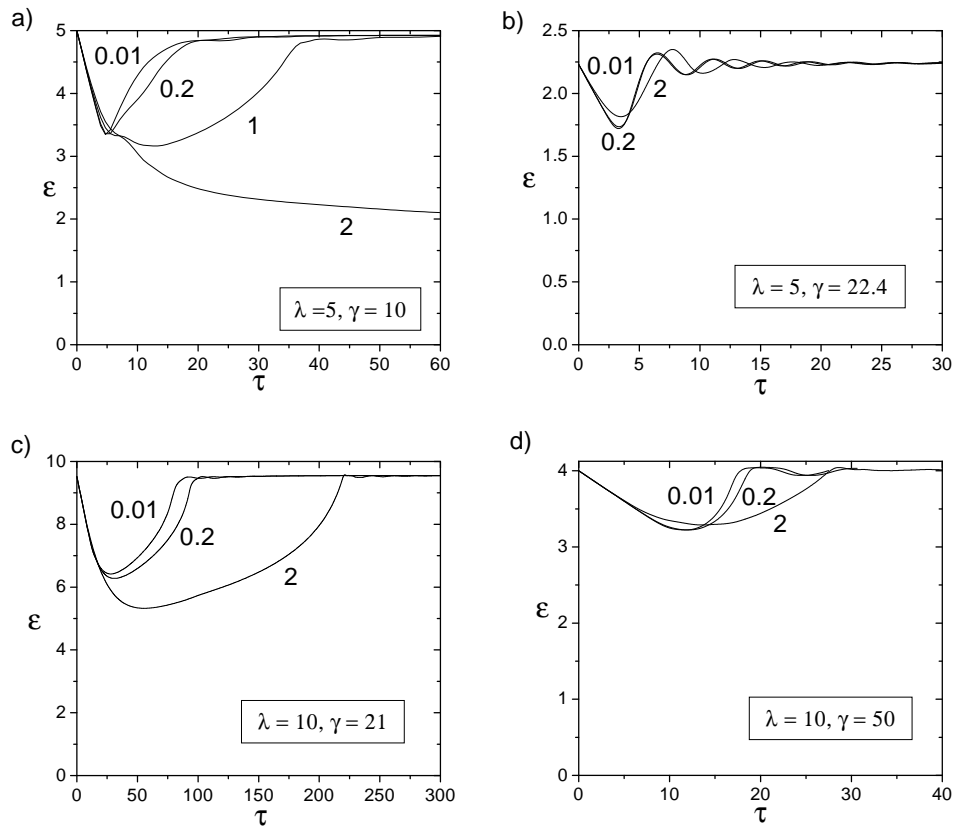


Figura 3.6: Eficiencia en función del tiempo para el caso de electrones inicialmente sincrónicos con el RMF e iones rotando como un rotor rígido en sentido opuesto, calculada con el Modelo 1 para distintos valores de ω/ν (indicados en la figura). Caso a) corresponde a $\lambda = 5$ and $\gamma = 10$; b) a $\lambda = 5$ y $\gamma = 22,4$; c) a $\lambda = 10$ y $\gamma = 21$ y d) a $\lambda = 10$. y $\gamma = 50$.

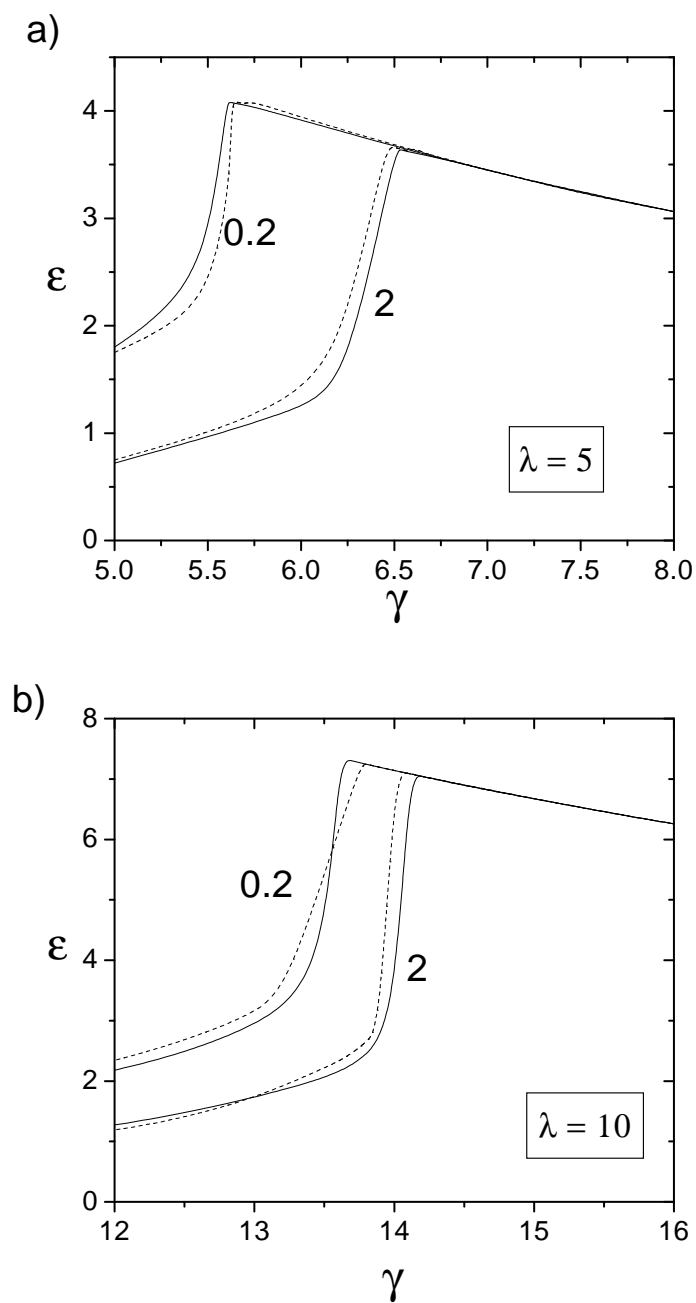


Figura 3.7: Comparación entre los resultados del Modelo 1 (líneas llenas) y el Modelo 2 (líneas de puntos) para las eficiencias en función de γ para el caso de iones fijos y electrones inicialmente en reposo para distintos valores de ω/ν (indicados en la figura). Caso a) corresponde a $\lambda = 5$ y b) a $\lambda = 10$.

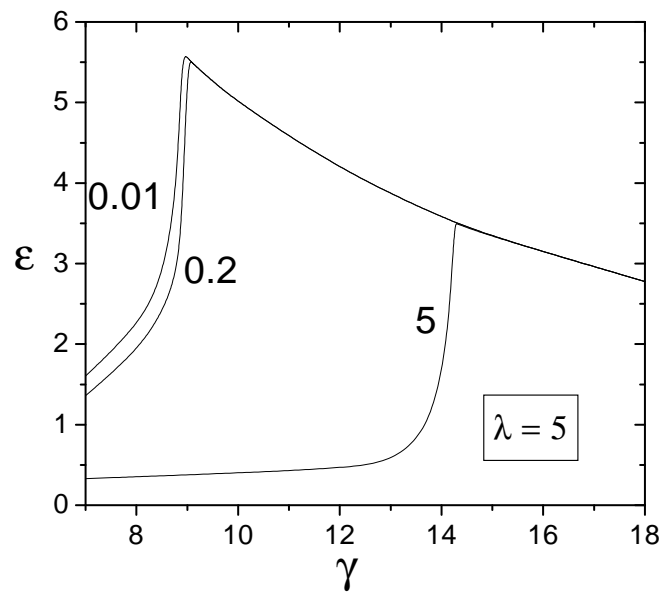


Figura 3.8: Eficiencia en función de γ para el caso de electrones inicialmente sincrónicos con el RMF e iones rotando como un rotor rígido en sentido opuesto, calculada con el Modelo 2 para $\lambda = 5$ distintos valores de ω/ν hasta 5 (indicados en la figura).

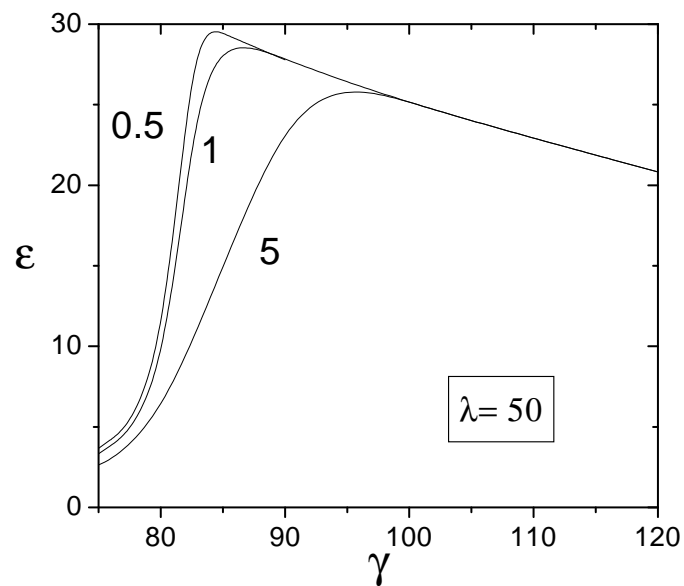


Figura 3.9: Eficiencia en función de γ para el caso de iones fijos y electrones inicialmente en reposo, calculada con el Modelo 2 para $\lambda = 50$ y distintos valores de ω/ν hasta 5 (indicados en la figura).

umbral de $\gamma \simeq 10$ para que los electrones roten con el primer RMF mientras que los iones son mantenidos rotando como un rígido con $\Omega_i = -\omega$. Mirando la Fig. 3.8, el valor umbral debería ser alrededor de 15, significativamente diferente. De acuerdo con nuestros calculos $\gamma = 10$ debería ser el umbral correspondiente a la ausencia de inercia de los electrones. Pensamos que esta discrepancia se debe a las aproximaciones que usaron para el análisis de las dos escalas de tiempo, esencialmente el tratamiento diferente de los diferentes fasores asociados a la velocidad longitudinal de las especies, que no son consistentes con el procedimiento propuesto.

Finalmente, para demostrar lo robusto del Modelo 2, en la Fig. 3.9 mostramos la eficiencia en función de γ para $\lambda = 50$ y $\omega/\nu = .5, 1$ y 5 para iones fijos y electrones inicialmente en reposo (caso i). Como podemos ver, los valores calculados de la eficiencia son grandes aún para valores grandes de ω/ν , cuando los comparamos con $\lambda = 5$ or 10 , ésto indica que el método puede ser atractivo en términos de costo energético necesario para sostener la corriente en plasmas de fusión.

3.1.4. Sumario y discusión

Estudiamos el efecto de la masa finita de los electrones en la formación y el sostenimiento de los FRCs mediante RMF. Encontramos un buen acuerdo entre nuestros modelos y los estudios previos realizados en el límite de $\omega/\nu \rightarrow 0$ (electrones sin masa). Consideramos dos situaciones distintas. La primera está relacionada con la formación de un FRC por un RMF, y la segunda con la aplicación de un RMF a un FRC ya existente, con iones fijos o rotando. Los resultados fueron analizados empleando una nueva definición de la eficiencia que relaciona el diamagnetismo producido con la amplitud del campo del RMF aplicado. Esto provee información directa de cuán eficientemente la energía inyectada es empleada en sostener la corriente.

En todos los casos hallamos que los efectos de la inercia de los electrones pueden ser importantes, dependiendo de los parámetros del plasma y del RMF. El máximo de la eficiencia decrece, y el valor de γ necesario para obtener ese máximo aumenta, cuando ω/ν aumenta. Adicionalmente, el tiempo de penetración aumenta cuando ω/ν aumenta.

A pesar de que para el propósito del análisis, y para comparar con los resultados previos, consideramos a λ y ω/ν como parámetros independientes es claro que ambos deben aumentar con la temperatura. Si suponemos que el campo magnético externo se mantiene constante y que las colisiones son “clásicas” λ aumenta como $T^{3/4}$ mientras que ω/ν aumenta como $T^{5/2}$ ($nT = const$). Por consiguiente, el régimen relevante para fusión se deberá caracterizar por tener valores grandes de λ y ω/ν , y este trabajo presenta el

primer análisis del sostenimiento de la corriente con un RMF considerando la inercia finita de los electrones con valores de λ hasta 50.

Para terminar, notamos que la máxima eficiencia aumenta en forma aproximadamente lineal con λ en el rango considerado en este estudio ($5 \leq \lambda \leq 50$). Si este escaleo se mantiene se podrían obtener eficiencias altas en el régimen relevante para fusión.

3.2. Efecto de la viscosidad

Si las temperaturas de los iones y electrones son iguales, la viscosidad de los iones es $\sqrt{2m_i/m_e}$ veces mayor que la de los electrones. Para despreciar el efecto de la viscosidad iónica se utiliza generalmente el argumento de que el número de Reynolds (cociente entre las fuerzas inerciales y viscosas) es lo suficientemente grande y por lo tanto las fuerzas inerciales son mayores que las viscosas [4]. En la sección 3.1 consideramos que los iones se encuentran en reposo o rotando como un rígido, por lo tanto la viscosidad iónica no aparece en el modelo. Por otra parte, en la ecuación de momento de los electrones generalmente se desprecia la inercia, luego el argumento del número de Reynolds no puede ser utilizado. Formalmente la única posibilidad es suponer que las colisiones son suficientemente frecuentes como para que el plasma sea completamente isótropo pero esto es difícil de justificar en el caso de plasmas fuertemente magnetizados y de alta temperatura. Por otro lado el caso de viscosidad no uniforme prácticamente no ha sido considerado en la literatura. Esto es muy importante en un FRC donde hay fuertes gradientes.

En lo que sigue estudiamos el efecto de la viscosidad finita y no uniforme, y su relación con la frecuencia de colisiones, en la penetración de un RMF en una columna de plasma. Comparamos los resultados con los obtenidos despreciando la viscosidad. Consideramos el caso iii) de la sección 3.1, es decir que los electrones están inicialmente sincrónicos con el RMF y los iones están rotando como un rígido en el sentido opuesto al del RMF. En esta sección modificaremos el modelo con inercia electrónica presentado en la sección 3.1 para incluir la viscosidad. La estructura de esta sección es la siguiente. En 3.2.1 describiremos el modelo empleado que incluye viscosidad, en 3.2.2 describimos el código usado para resolver las ecuaciones, en 3.2.3 mostramos los resultados y en 3.2.4 presentamos las conclusiones de la sección 3.2.

3.2.1. Modelos

El modelo es el mismo que el descrito en la sección 3.1, donde al agregar a la ecuación de momento de los electrones (3.1) el término de viscosidad [47]

tenemos:

$$n_e m_e \left(\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -en_e (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \nabla p_e - \nu n_e m_e (\mathbf{v} - \mathbf{V}) + \nabla \cdot \underline{\underline{\Pi}} \quad (3.12)$$

donde $\underline{\underline{\Pi}}$ es la parte no diagonal del tensor de tensiones, que contiene los efectos viscosos.

Suponemos que las densidades son uniformes y que ($n_i = n_e = n_0$), e introducimos los campos adimensionales A y B como en la sección anterior y la velocidad electrónica adimensional:

$$\mathbf{u} = \frac{\mu_0 e n_0 R}{B_\omega} \mathbf{v}.$$

Podemos deducir así las siguientes ecuaciones acopladas para la velocidad electrónica adimensional:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{e_z}}{\partial \tau} &= -\frac{\gamma}{2\lambda^2} \frac{\langle u_{e_\theta} \rangle}{x} \frac{\partial u_{e_z}}{\partial \theta} + 2\lambda^2 \frac{\nu}{\omega} \frac{\partial A_z}{\partial \tau} + \frac{\nu}{\omega} \gamma \frac{\langle u_{e_\theta} \rangle}{x} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\nu}{\omega} u_{e_z} + \\ &\quad \mu_2 \nabla^2 u_{e_z} + \nabla \mu_2 \cdot \nabla u_{e_z} + (\nabla \mu_4 \times \nabla u_{e_z})_z, \\ \frac{\partial \langle u_{e_\theta} \rangle}{\partial \tau} &= 2\lambda^2 \frac{\nu}{\omega} \frac{\partial A_\theta}{\partial \tau} - \gamma \frac{\nu}{\omega} \langle u_{e_z} B_r \rangle - \frac{\nu}{\omega} (\langle u_{e_\theta} \rangle - \frac{2\lambda^2}{\gamma} x) + \\ &\quad \mu_1 \Delta_x \langle u_{e_\theta} \rangle + \frac{\partial \mu_1}{\partial x} \cdot \frac{\partial \langle u_{e_\theta} \rangle}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Nuevamente se trata de ecuaciones de evolución fuertemente no lineales que solo podemos resolver numéricamente. La contribución de la viscosidad a la ecuación de momento (términos multiplicados por los coeficientes de viscosidad μ_1, μ_2, μ_4) la deducimos de la expresión para el tensor de tensiones para un campo magnético arbitrario dada por Braginskii [47]. Los coeficientes de viscosidad μ_1, μ_2 y μ_4 pueden escribirse como (ver apéndice):

$$\begin{aligned} \mu_2(\xi) &= \frac{\lambda^2}{8} \frac{(2,05\xi^2 + 8,5)}{(\xi^4 + 13,5\xi^2 + 11,6)}, & \mu_1(\xi) &= \mu_2(2\xi), \\ \mu_4(\xi) &= -\frac{\lambda^2}{8} \xi \frac{(\xi^2 + 7,91)}{(\xi^4 + 13,5\xi^2 + 11,6)} \end{aligned} \quad (3.14)$$

donde $\xi = b\gamma$, b es el campo magnético axial adimensional $b = B_z/B_\omega$ y B_z es el campo magnético axial. Definimos además el siguiente operador $\Delta_x = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{x^2}$, y los promedios

$$\langle u_{e_\theta} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_{e_\theta} d\theta$$

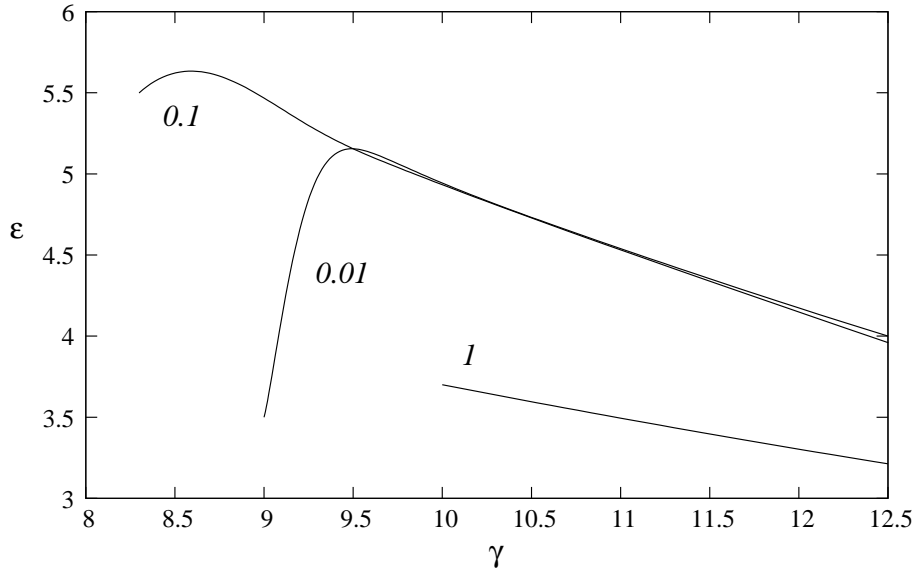


Figura 3.10: Eficiencia estacionaria (ϵ) en función de γ para distintos valores de ω/ν para el caso de viscosidad dependiente del campo magnético.

$$\langle u_{e_z} b_r \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_{e_z} B_r d\theta.$$

El modelo se completa con la ley de Ampère

$$\nabla^2 A_z = u_{e_z}, \quad \nabla^2 A_\theta = \langle u_{e_\theta} \rangle - \frac{2\lambda^2}{\gamma} x. \quad (3.15)$$

El conjunto de ecuaciones (3.13) y (3.15) es equivalente al modelo 2 de la sección 3.1 donde usamos $\mu_1 = \mu_2 = \mu_4 = 0$. Es útil introducir además un modelo de viscosidad uniforme y constante usando $\mu_1 = \mu_2 = \mu_4 = \mu$ constante.

3.2.2. Métodos numéricos y condiciones de borde

Desarrollamos un código para resolver las ecuaciones (3.13) y (3.15), similar al código usado para resolver el modelo 2 de la sección 3.1

Las condiciones de borde para u_{e_z} y u_{e_θ} las obtenemos de la condición de tensión nula, válida para una interfase de plasma/vacío o plasma/gas rarificado [35]:

$$\left. \frac{\partial u_{e_z}}{\partial x} \right|_{x=1} = 0. \quad (3.16)$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial x} \left\langle \frac{u_{e\theta}}{x} \right\rangle \right|_{x=1} = 0. \quad (3.17)$$

Como en la sección 3.1, para la componente z del potencial vector pedimos que lejos del plasma ($x \gg 1$) A_z sea igual al potencial producido por las espiras externas:

$$A_z(x_b) = x_b(1 - \exp(-\tau/\tau_0)) \cos(\theta - \tau)$$

Para A_θ usamos la siguiente condición de borde [14]

$$\left. \frac{1}{x} \frac{\partial(xA_\theta)}{\partial x} \right|_{x=1} = \frac{B_{z0}}{B_\omega} = b_0.$$

Como condición inicial para las componentes axiales de la velocidad y el potencial vector usamos $u_{e_z} = 0$ y $A_z = 0$ (para todos los valores de x); y la solución del rotor rígido para la componente acimutal:

$$u_{e\theta}(x, 0) = \frac{2\lambda^2}{\gamma}x,$$

$$A_\theta = \frac{\lambda^2}{2\gamma}x^3 + \left(\frac{b_0}{2} - 2\frac{\nu}{\omega}\right)x.$$

3.2.3. Resultados

Restringimos nuestras corridas a $\lambda = 5$. A pesar de que la viscosidad suaviza las soluciones, el paso temporal debe ser reducido a medida que λ aumenta. Esto resulta en un tiempo de cómputo prohibitivo para $\lambda > 5$ y γ cercano al valor crítico.

La condición de borde para el caso no viscoso es diferente que para el caso viscoso. Esto se refleja en la diferente evolución inicial de la eficiencia ϵ . Sin embargo, a pesar de esta discrepancia, las cantidades globales, como el tiempo de penetración y el γ_c , son las mismas para el caso no viscoso y el caso con viscosidad uniforme cuando $\omega/\nu \rightarrow 0$ y $\mu \rightarrow 0$. El valor de γ_c para el caso no viscoso puede extraerse del caso iii) de la sección 3.1 ([45]), (para $\lambda = 5$, $\gamma_c \sim 9$).

Encontramos una relación sinérgica entre los efectos inerciales (cuantificados por el valor de ω/ν) y viscosos. En la Fig. 3.10, mostramos el valor de la eficiencia en estado estacionario (ϵ) en función de γ , para el caso con viscosidad dependiente del campo magnético y diferentes valores de ω/ν . Cuando $\omega/\nu = 0,01$, la curva es similar al caso no viscoso. Esto es de esperar ya que de las ecuaciones (3.13) se ve que los términos no viscosos están multiplicados

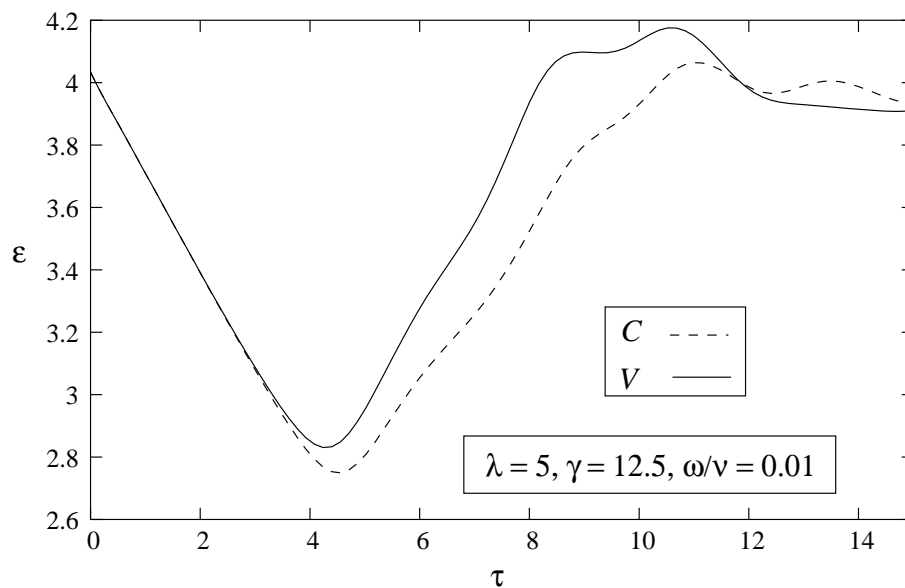


Figura 3.11: Eficiencia en función del tiempo para $\lambda = 5$, $\omega/\nu = 0,01$, y $\gamma = 12,5$.

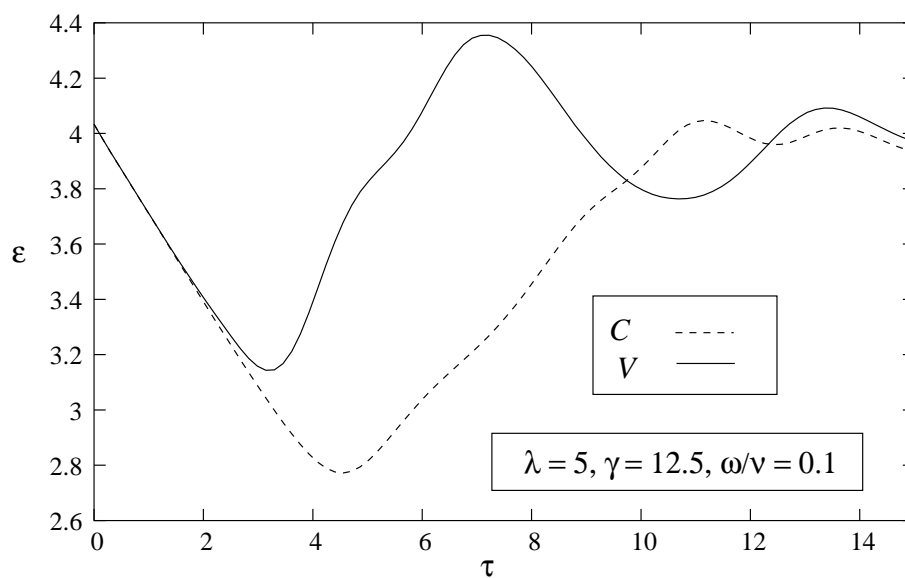


Figura 3.12: Eficiencia en función del tiempo para $\lambda = 5$, $\omega/\nu = 0,1$, y $\gamma = 12,5$.

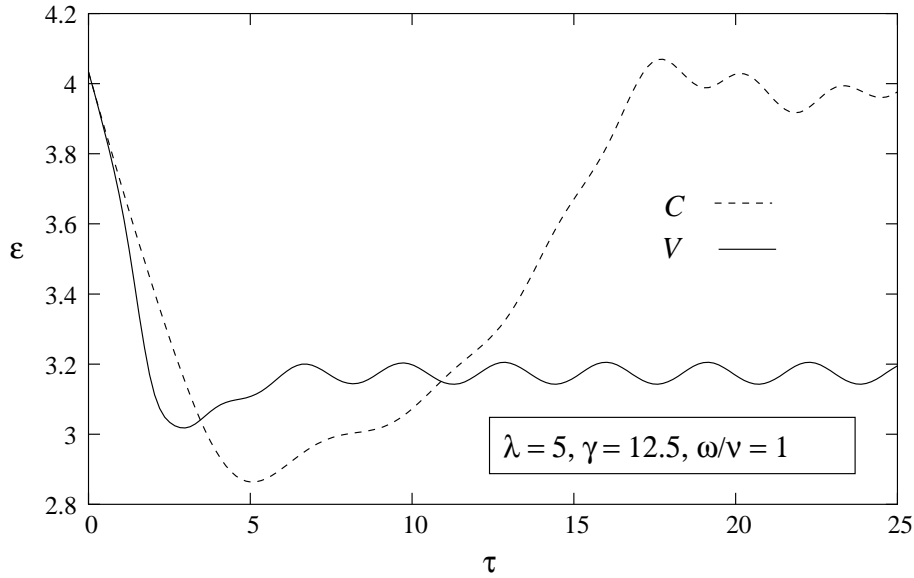


Figura 3.13: Eficiencia en función del tiempo para $\lambda = 5$, $\omega/\nu = 1$, y $\gamma = 12,5$.

por ν/ω . En terminos físicos, esto significa que cuando la inercia es despreciable el torque que el RMF ejerce sobre los electrones es mucho mayor que el torque que ejercen las fuerzas viscosas.

Si aumentamos ω/ν a 0.1 ($\omega/\nu = 0,1$) el γ_c disminuye, al revés de lo que ocurre en el caso sin viscosidad. Finalmente, si aumentamos aún más ω/ν ($\omega/\nu = 1$), el RMF no puede penetrar completamente y la eficiencia decae mucho. Una explicación sencilla de este fenómeno es que al aumentar ω/ν el torque viscoso aumenta relativamente y los electrones de las capas externas de la columna (recordar que estamos en un modelo de fluidos) comienzan arrastrar a las internas por efecto de la viscosidad, lo que a su vez permite que el RMF penetre más. Por otro lado cuando ω/ν es muy grande, la viscosidad hace que todo el fluido se comporte como un bloque y el torque que ejerce el RMF es muy chico para moverlo.

En las figuras que siguen mostraremos la eficiencia en función del tiempo para el caso con viscosidad dependiente del campo (V) y el caso con viscosidad uniforme y pequeña (C , con $\mu = 0,01$). En todos los casos la curva C es muy parecida a la que se obtendría sin viscosidad. En la Fig. 3.11 mostramos la eficiencia como función del tiempo para $\lambda = 5$, $\omega/\nu = 0,01$ y $\gamma = 12,5$, mayor que el valor crítico sin viscosidad. Para este valor de ω/ν el valor de τ_p para el caso V es ligeramente menor que para el caso C .

En la Fig. 3.12 mostramos que el efecto de la viscosidad aumenta a medida que aumenta el valor de ω/ν . El valor de τ_p para el caso V es la mitad que para

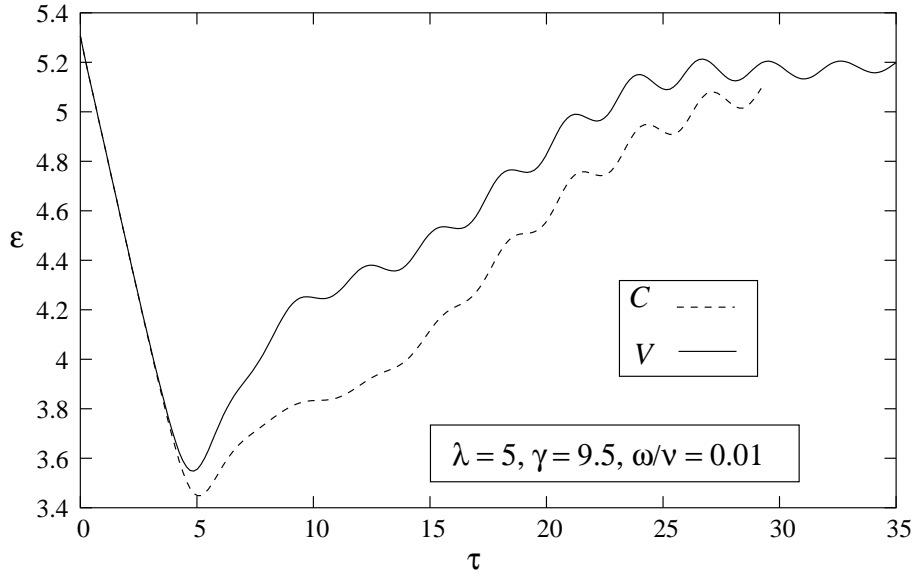


Figura 3.14: Eficiencia en función del tiempo para $\lambda = 5$, $\omega/\nu = 0,01$, y $\gamma = 9,5$.

el caso C cuando $\omega/\nu = 0,1$, $\lambda = 5$ y $\gamma = 12,5$. En la Fig. 3.13 mostramos la eficiencia en función del tiempo para $\lambda = 5$, $\omega/\nu = 1$, y $\gamma = 12,5$. Para el caso de viscosidad no uniforme (V) solo se alcanza penetración parcial.

En la Fig. 3.14 mostramos la eficiencia en función del tiempo para $\lambda = 5$, $\omega/\nu = 0,01$ y γ (9,5) cercano al valor de γ_c no viscoso. Los tiempos de penetración son similares en los dos casos. Cuando $\omega/\nu = 0,1$ y $\gamma = 9,5$, como mostramos en la Fig. 3.15, el τ_p para el caso V es tres veces más chico que para el caso C .

En las Figs. 3.16 y 3.17, mostramos la evolución de los perfiles radiales de la viscosidad para $\omega/\nu = 0,01$ y $\gamma = 12,5$ (Fig. 3.16) y $\gamma = 9,5$ (Fig. 3.17). Finalmente, en las Figs. 3.18 y 3.19 mostramos la evolución temporal de los perfiles de campo magnético para los mismo valores de ω/ν y γ .

3.2.4. Resumen y discusión

Estudiamos el efecto de la viscosidad en el sostenimiento de un FRC mediante un RMF. Encontramos que cuando los efectos de inercia son poco importantes, la viscosidad puede despreciarse, pero cuando la inercia aumenta, los efectos de la viscosidad son importantes. Ellos modifican los parámetros característicos de la penetración del RMF como el γ_c y τ_p .

Hallamos una sinergia clara entre los dos efectos. Como vimos, se necesita un menor valor de γ para alcanzar penetración completa para $\omega/\nu = 0,1$, pero no hay penetración completa cuando este valor aumenta. Esto puede

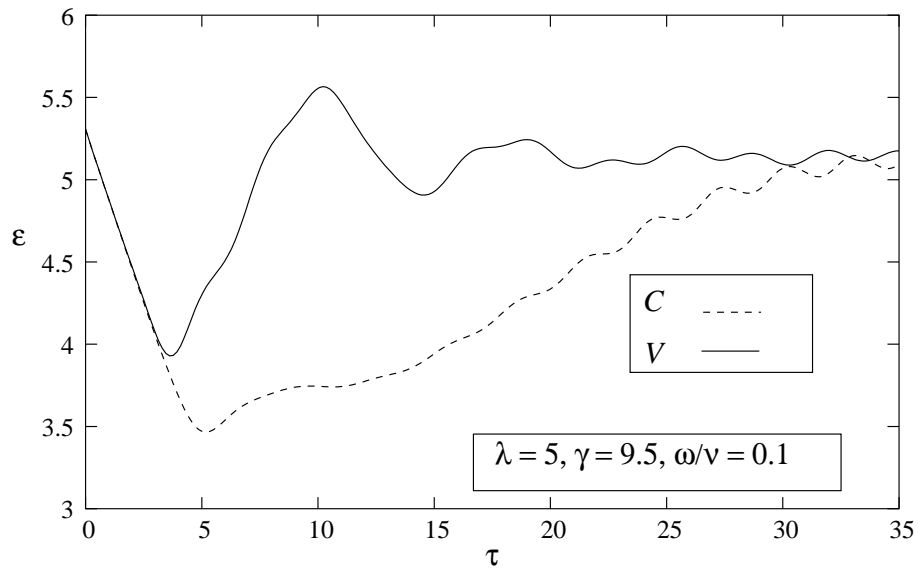


Figura 3.15: Eficiencia en función del tiempo para $\lambda = 5$, $\omega/\nu = 0,1$, y $\gamma = 9,5$.

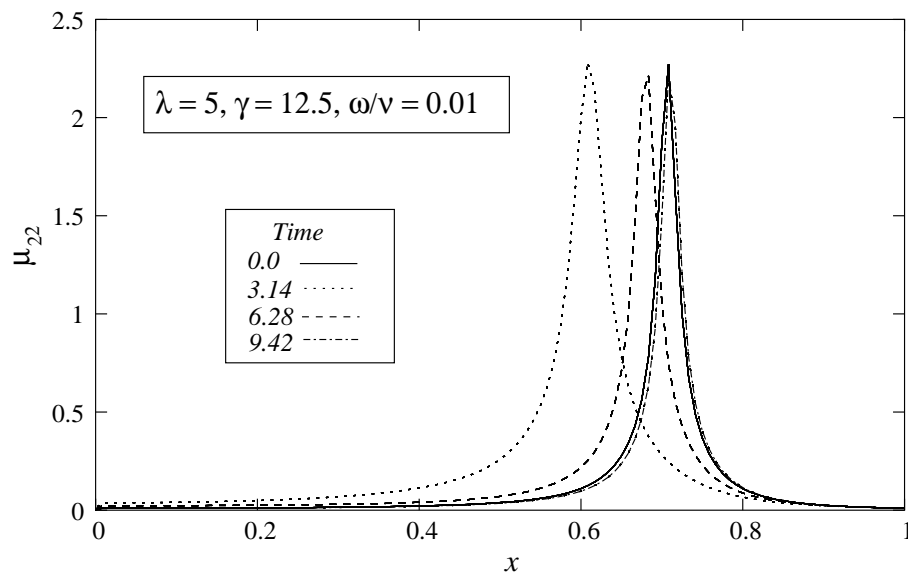


Figura 3.16: Evolución de los perfiles radiales de la viscosidad para $\omega/\nu = 0,01$ y $\gamma = 12,5$.

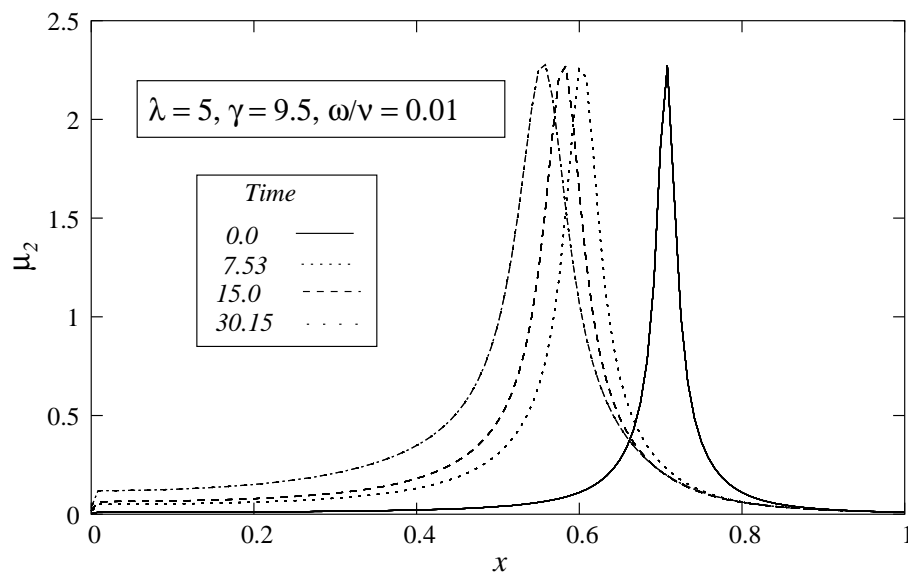


Figura 3.17: Evolución de los perfiles radiales de la viscosidad para $\omega/\nu = 0,01$ y $\gamma = 9,5$.

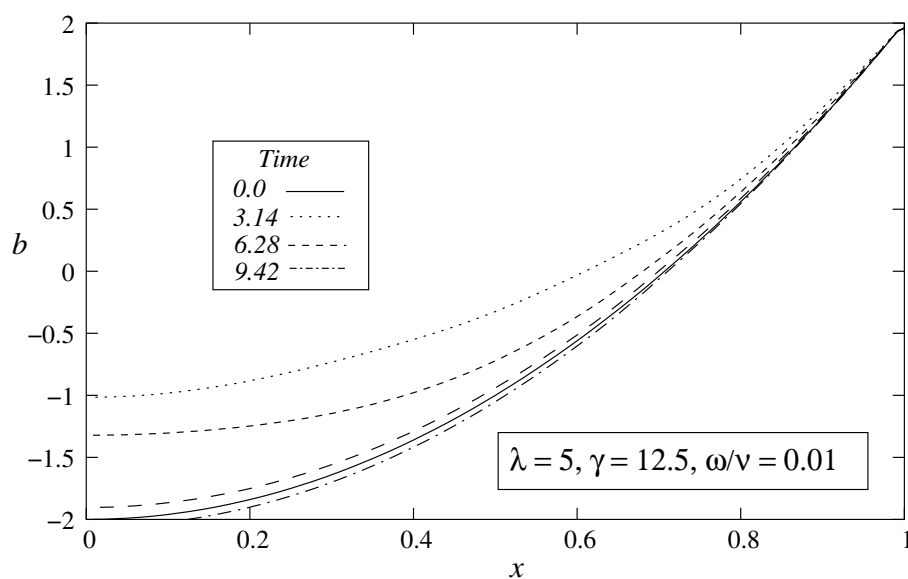


Figura 3.18: Evolución de los perfiles radiales del campo magnético para $\omega/\nu = 0,01$ y $\gamma = 12,5$.

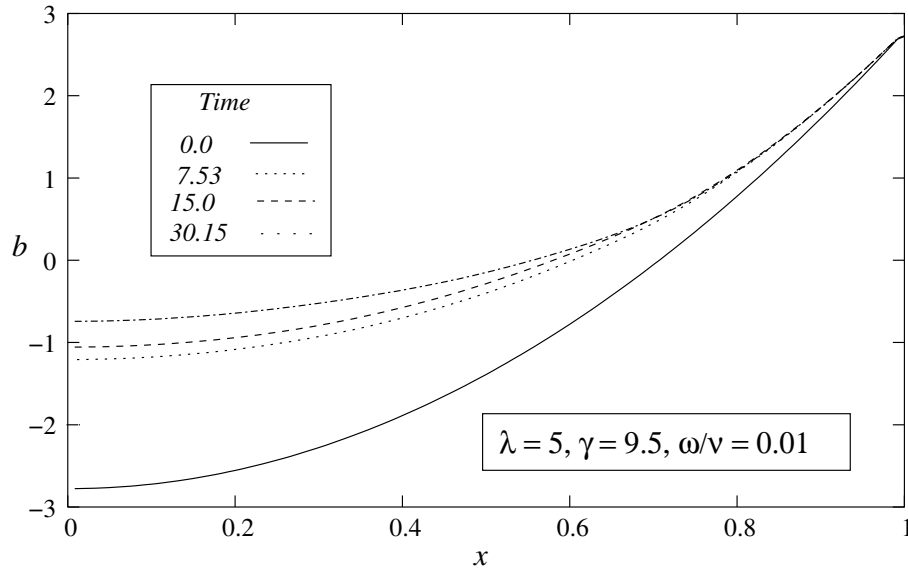


Figura 3.19: Evolución de los perfiles radiales del campo magnético para $\omega/\nu = 0,01$ y $\gamma = 9,5$.

ser importante en regímenes de fusión donde se esperan valores grandes de λ y ω/ν [45].

3.3. Método de Clemente

Como dijimos antes, la técnica para sostener la corriente en un plasma conocida como RMF consiste en aplicar un campo magnético rotante externo a una configuración tipo FRC. El RMF transfiere momento a los electrones, cuando $\gamma > \gamma_c$ los electrones giran sincrónicos con el campo. Por otra parte, los iones, inicialmente en reposo, comienzan a acelerarse por las colisiones con los electrones.

Clemente [31] propuso usar un segundo RMF para transferir momento a los iones, de tal manera que estos giren en sentido contrario a los electrones. En este esquema, de ahora en más esquema de Clemente, se alcanza un estado estacionario tal que el torque transferido a los iones por el segundo campo rotante balancea el torque debido a colisiones y por lo tanto se mantiene la corriente.

Hugrass [13], rederiva el estado estacionario de Clemente y analiza balances de torques magnéticos y colisiones. En [33] y [34] Hugrass y Visentin, analizan transitorios.

En estos trabajos [31, 13, 33, 34], los cálculos se hacen bajo la hipóte-

sis, propuesta por Hugrass [15] para un RMF, de que es posible desarrollar todas las cantidades ($\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{j}$, etc) en series de Fourier de tal manera que las cantidades pueden dividirse en dos grupos. Las cantidades del primer grupo ($A_z, j_z, E_z, v_{ez}, v_{iz}$) dependen de las armónicas impares, y las cantidades del segundo grupo ($B_z, E_\theta, A_\theta, v_{e\theta}, v_{i\theta}$) dependen de las armónicas pares, incluyendo el término constante. En los trabajos mencionados, el torque en la dirección acimutal sobre cada una de las especies, fue tratado como una variable del segundo grupo y se consideró que solo importaba el promedio temporal y espacial para la evolución de la velocidades acimutal. Además, suponen que las velocidad acimutales son las correspondientes a un rotor rígido ($v = \Omega r$) y que casi no varían en un período o lo hacen lentamente.

3.3.1. Modelos

Adimensionalizando las ecuaciones (1.1) de la manera que venimos haciéndolo, reteniendo las ecuaciones para los iones, considerando viscosidades uniformes e introduciendo el siguiente promedio:

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \dots$$

podemos escribir

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{ez}}{\partial \tau} &= -\frac{c_2}{c_3} \frac{u_{e\theta}}{x} \frac{\partial u_{ez}}{\partial \theta} + c_3 \frac{\partial A_z}{\partial \tau} + c_2 \frac{u_{e\theta}}{x} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - c_1 (u_{ez} - u_{iz}) + \bar{\eta}_e \nabla^2 u_{ez}, \\ \frac{\partial u_{iz}}{\partial \tau} &= -\frac{c_2}{c_3} \frac{u_{i\theta}}{x} \frac{\partial u_{iz}}{\partial \theta} - c_3 \frac{m_e}{m_i} \frac{\partial A_z}{\partial \tau} - c_2 \frac{m_e}{m_i} \frac{u_{i\theta}}{x} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - c_1 \frac{m_e}{m_i} (u_{iz} - u_{ez}) + \\ &\quad \bar{\eta}_i \nabla^2 u_{iz}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle u_{e\theta} \rangle}{\partial \tau} &= c_3 \frac{\partial A_\theta}{\partial \tau} - c_2 \langle u_{ez} b_r \rangle - c_1 (\langle u_{e\theta} \rangle - \langle u_{i\theta} \rangle) + \bar{\eta}_e \Delta_x \langle u_{e\theta} \rangle, \\ \frac{\partial \langle u_{i\theta} \rangle}{\partial \tau} &= -c_3 \frac{m_e}{m_i} \frac{\partial A_\theta}{\partial \tau} + c_2 \frac{m_e}{m_i} \langle u_{iz} b_r \rangle - c_1 \frac{m_e}{m_i} (\langle u_{i\theta} \rangle - \langle u_{e\theta} \rangle) + \\ &\quad \bar{\eta}_i \Delta_x \langle u_{i\theta} \rangle. \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$c_1 = \frac{m_i}{m_e} \frac{\Omega}{\gamma} = \frac{\nu}{\omega}, \quad c_2 = \frac{m_i}{m_e} \Omega = \frac{eB_w}{m_e \omega}, \quad c_3 = \frac{m_i}{m_e} \Omega \frac{2\lambda^2}{\gamma} = \frac{r_{al}^2 \mu_0 n_o e^2}{m_e}. \quad (3.20)$$

La ley de Ampere adimensional queda,

$$\Delta \vec{A} = -\vec{j} = \vec{u}_e - \vec{u}_i, \quad (3.21)$$

Siguiendo el modelo de Clemente [31] vamos a considerar que las distintas cantidades pueden ser desarrolladas en series de Fourier. Suponemos que la componente longitudinal del potencial vector y de las velocidades longitudinales puede escribirse como

$$Q(x, \theta, \tau) = \frac{1}{2}(Q^+(x)e^{i(\theta+w^+\tau)} + Q^-(x)e^{i(\theta-w^-\tau)}) + C.C.),$$

donde w^+ y w^- son las frecuencias de los RMF que rotan en sentido opuesto, que pueden ser diferentes.

Por otra parte, buscamos un estado estacionario donde las dos especies rotan como rotores rígidos, de la forma

$$u_{e\theta} = \frac{c_3}{c_2}w_e x, \quad u_{i\theta} = -\frac{c_3}{c_2}w_i x. \quad (3.22)$$

donde w_e y w_i son las frecuencias de rotación de los electrones y los iones respectivamente. En el caso en que $w_e \sim w^-$ los electrones están rotando sincrónicos con RMF $-$ y cuando $w_i \sim w^+$ las iones están rotando con el RMF $+$. Siguiendo el cálculo de Clemente [31], reemplazamos la dependencia explícita respecto del tiempo y de θ en las ecuaciones (3.22) y (3.23), (donde consideramos que no hay viscosidad $\bar{\eta}_e = 0$ y $\bar{\eta}_i = 0$), promediamos en θ y en τ , y obtenemos el torque magnético total sobre el plasma,

$$\langle\langle\mu\rangle\rangle = \mu^+ + \mu^-,$$

donde se introdujo el siguiente promedio:

$$\langle\langle\cdot\rangle\rangle = \frac{1}{2\pi\tau_0} \int_0^{\tau_0} dt' \int_0^{2\pi} d\theta \dots$$

y

$$\mu^\pm = -5c_2c_3 \left(1 + \frac{m_e}{m_i}\right) \frac{b^\pm}{1 + b^{\pm 2}} A_z^\pm A_z^{\pm*}$$

donde * significa complejo conjugado y $b^\pm = c_1 \left(\frac{1}{(w_e \pm w^\pm)} + \frac{1}{\frac{m_i}{m_e}(-w_i \pm w^\pm)} \right)$.

El torque promediado sobre los electrones es:

$$\langle\langle\mu_e\rangle\rangle = \frac{\mu^+}{1 + \frac{m_e(w_e+w^+)}{m_i(-w_i+w^+)}} + \frac{\mu^-}{1 + \frac{m_e(w_e-w^-)}{m_i(-w_i-w^-)}}, \quad (3.23)$$

y sobre los iones es:

$$\langle\langle\mu_i\rangle\rangle = \frac{\mu^+}{1 + \frac{m_i(-w_i+w^+)}{m_e(w_e+w^+)}} + \frac{\mu^-}{1 + \frac{m_i(-w_i-w^-)}{m_e(w_e-w^-)}} \quad (3.24)$$

Podemos ver que es posible encontrar conjuntos de parámetros tales que haya penetración completa de los campos (rotación sincrónica) y que los torques debido a los campos compensen los torques debido a colisiones. En líneas generales se pide que $\gamma \gg 1$ y $\gamma\sqrt{\frac{2m_e}{m_i}} \gg 1$. Además si suponemos que los electrones rotan sincrónicos con el campo $-$ y los iones con el campo $+$ llegamos a que $\langle\langle\mu_e\rangle\rangle \sim \mu^-$ y $\langle\langle\mu_i\rangle\rangle \sim \mu^+$.

Desarrollando las expresiones para μ^+ y μ^- , en función de $S_e^- = (w_e - w^-)$ y $S_i^+ = \frac{m_i}{m_e}(-w_i + w^+)$, que en sincronismo son cantidades chicas, vemos que los torques ejercidos sobre cada especie son proporcionales a los splips S_e para los electrones y S_i para los iones. O sea que los torques son nulos cuando la sincronía es perfecta, y crecen cuando nos alejamos de la sincronía. El valor estacionario se encuentra igualando este torque al torque debido a colisiones. Hasta aquí lo realizado por Clemente [31].

3.3.2. Dependencia temporal

Consideramos ahora la dependencia temporal del torque. Con un poco de álgebra y un calculo similar al realizado por Clemente [31] podemos ver que el torque sobre los electrones puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \langle\mu_e\rangle &= \langle\langle\mu_e\rangle\rangle + I_m \left\{ \left[\left(-\frac{c_1\mu^+}{(w_e + w^+)A_z^+A_z^{+*}} + \frac{c_1\mu^-}{(w_e - w^-)A_z^-A_z^{-*}} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + i \left(\frac{\mu^+}{1 + \frac{m_e(w_e + w^+)}{m_i(-w_i + w^+)}} \frac{1}{A_z^+A_z^{+*}} + \frac{\mu^-}{1 + \frac{m_e(w_e - w^-)}{m_i(-w_i - w^-)}} \frac{1}{A_z^-A_z^{-*}} \right) A_z^+A_z^{-*} e^{i2\tau} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.25)$$

y el torque sobre los iones será

$$\begin{aligned} \langle\mu_i\rangle &= \langle\langle\mu_i\rangle\rangle + I_m \left\{ \left[\left(-\frac{m_e}{m_i} \frac{c_1\mu^+}{(-w_i + w^+)A_z^+A_z^{+*}} + \frac{m_e}{m_i} \frac{c_1\mu^-}{(-w_i - w^-)A_z^-A_z^{-*}} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + i \left(\frac{\mu^+}{1 + \frac{m_i(-w_i + w^+)}{m_e(w_e + w^+)}} \frac{1}{A_z^+A_z^{+*}} + \frac{\mu^-}{1 + \frac{m_i(-w_i - w^-)}{m_e(w_e - w^-)}} \frac{1}{A_z^-A_z^{-*}} \right) A_z^+A_z^{-*} e^{i2\tau} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Si suponemos penetración completa, entonces $|A_z^+|$ y $|A_z^-|$ quedan $|A_z^+| = |a^+|x$ y $|A_z^-| = |a^-|x$.

Además $S_e^- \ll 1$ y $S_i^+ \ll 1$, desarrollando los torques en función de S_e y S_i tenemos que los torques promediados quedan

$$\langle\langle\mu_e\rangle\rangle \sim \frac{1}{2}c_2c_3\left(1 + \frac{m_e}{m_i}\right) \left\{ \frac{S_e^-}{c_1} A_z^- A_z^{-*} \right\}. \quad (3.27)$$

$$\langle\langle\mu_i\rangle\rangle \sim \frac{1}{2}c_2c_3\left(1 + \frac{m_e}{m_i}\right) \left\{ \frac{S_i^+}{c_1} A_z^+ A_z^{+*} \right\}. \quad (3.28)$$

y la parte dependiente del tiempo

$$\alpha_e = \langle\mu_e\rangle - \langle\langle\mu_e\rangle\rangle \sim \frac{1}{2}c_2c_3\left(1 + \frac{m_e}{m_i}\right) \left\{ I_m \left[\left(-1 + \frac{S_i^+}{S_e^+} - i \left(\frac{S_e^-}{c_1} + \frac{S_i^{+2}}{c_1 S_e^+} \right) \right) A_z^+ A_z^{-*} e^{2i\tau} \right] \right\}, \quad (3.29)$$

$$\alpha_i = \langle\mu_i\rangle - \langle\langle\mu_i\rangle\rangle \sim \frac{1}{2}c_2c_3\left(1 + \frac{m_e}{m_i}\right) \left\{ I_m \left[\left(1 - \frac{S_e^-}{S_i^-} - i \left(\frac{S_i^+}{c_1} + \frac{S_e^{-2}}{c_1 S_i^-} \right) \right) A_z^+ A_z^{-*} e^{2i\tau} \right] \right\}. \quad (3.30)$$

Por otra parte, si suponemos que las especies rotan como rotores rígidos las velocidades acimutales son como en la ec. (3.22) y el torque debido a colisiones sera

$$\mu_{col} \sim c_1(u_{e\theta} - u_{i\theta}) = \frac{c_1c_3}{c_2}(w_e + w_i)x^2. \quad (3.31)$$

Para que el torque medio iguale las colisiones, se tienen que satisfacer las siguientes ecuaciones,

$$\mu_e \sim \mu_{col} \sim \mu_i. \quad (3.32)$$

De (3.32) obtenemos

$$S_e^- a^{-2} \sim 2 \left(\frac{c_1}{c_2} \right)^2 \frac{(w_e + w_i)}{1 + \frac{m_e}{m_i}} \sim S_i^+ a^{+2}. \quad (3.33)$$

Si consideramos que $a^- = 1$, $\frac{m_e}{m_i} \ll 1$ y que $w_e + w_i \sim 2$, obtenemos de la ec(3.33)

$$S_e^- \sim 4 \left(\frac{c_1}{c_2} \right)^2 \ll 1. \quad (3.34)$$

Para que la oscilación del torque sea del orden del torque medio,

$$\left| \frac{\alpha_e}{\langle\langle \mu_e \rangle\rangle} \right| \sim \left| \frac{c_1 a^+}{S_e^- a^-} \right| + \left| \frac{c_1 a^+ S_i^+}{S_e^- a^- S_e^+} \right| + \left| \frac{a^+}{a^-} \right| \sim 1, \quad (3.35)$$

$$\left| \frac{\alpha_i}{\langle\langle \mu_e \rangle\rangle} \right| \sim \left| \frac{c_1 a^+}{S_e^- a^-} \right| + \left| \frac{c_1 a^+}{S_i^- a^-} \right| + \left| \frac{S_i^+ a^+}{S_e^- a^-} \right| \sim 1. \quad (3.36)$$

Reemplazando (3.33) en (3.36) tenemos que

$$\left| \frac{\alpha_i}{\langle\langle \mu_e \rangle\rangle} \right| \sim \left| \frac{c_1 a^-}{S_i^+ a^+} \right| + \left| \frac{c_1 a^+}{S_i^- a^-} \right| + \left| \frac{a^-}{a^+} \right| \sim 1. \quad (3.37)$$

Para que se satisfagan las ecs. (3.35) y (3.37) pedimos

$$\left| \frac{c_1}{S_e^-} \right| \sim 1 \quad \left| \frac{a^+}{a^-} \right| \sim 1. \quad (3.38)$$

De (3.34) y (3.38) tenemos que

$$\frac{c_2^2}{4} \sim c_1 \ll 2c_2. \quad (3.39)$$

De la ec. (3.39) vemos que $c_2 \ll 8$. De la definición de los parámetros (3.20), vemos que con un $c_2 \sim 1$ la frecuencia de ciclotrón de los electrones es del orden de la frecuencia del campo, y que si $c_1 \ll 1$ la frecuencia de colisión es mucho menor que la frecuencia del campo.

3.3.3. El código

Utilizamos una versión del código descrito en la sección 3.2, al que le agregamos ecuaciones para el movimiento de los iones. Si suponemos que no hay viscosidad no se imponen condiciones de contorno sobre las velocidades. Si hay viscosidad entonces pedimos que la tensión viscosa sea nula en $x = 1$, como en la sección 3.2.

La componente z del potencial magnético la “encendemos” suavemente como:

$$A_z(x_c, \tau) = x_c(1 - e^{\frac{\tau}{\tau'}})(a^- \cos(\theta - \tau) + a^+ \cos(\theta + \tau)),$$

donde $\tau' = \frac{1}{3}$

Partimos de un estado inicial donde las velocidades longitudinales de las especies son nulas. El A_z inicial también es cero. En θ suponemos que inicialmente las especies giran como un rígido,

$$u_{i_\theta}(x, 0) = -\omega_i \frac{2\lambda^2}{\gamma} x, \quad u_{e_\theta}(x, 0) = \omega_e \frac{2\lambda^2}{\gamma} x,$$

para $0 < x < 1$, de tal manera que los iones giran con el campo a^+ y los electrones giran con el campo a^- .

Finalmente, la ley de Ampere nos da el A_θ inicial, dentro del plasma tenemos,

$$A_\theta = a_1 x^3 + a_2 x,$$

donde $0 < x < 1$, $a_1 = \frac{\lambda^2}{4\gamma}(\omega_i + \omega_e)$ y $a_2 = \frac{b_{z0}}{2} - 2c_1$.

3.3.4. Resultados

En los trabajos anteriores [31, 13, 33, 34] se desprecia la contribución de la parte temporal del torque ya que su promedio es cero. Por otra parte, estos trabajos suponen que la velocidad acimutal varía poco en un período (por supuesto que en el caso estacionario se supone que no varía [31, 13]). Recordemos que en la solución encontrada por [31], el torque magnético promediado balancea a las colisiones. Si imponemos este estado de equilibrio en las ec.(3.23), claramente el lado derecho de la ecuación se desbalancea ya que el torque tiene una parte dependiente del tiempo del orden del torque medio y deja de ser válida la hipótesis de la evolución de la velocidad acimutal como un rígido. En ese caso ya no es posible resolver el sistema de ecuaciones (3.22), (3.23) y (3.25) en forma analítica.

Por la razón antes mencionada, resolvemos el sistema de las ecs. (3.22), (3.23) y (3.25) numéricamente con el método descrito en la sección anterior. Buscamos parámetros que nos lleven a soluciones estacionarias de estas ecuaciones.

En el caso sin viscosidad no encontramos soluciones estacionarias para los rangos de parámetros explorados ($\lambda(1, 10)$, $\gamma(1, 200)$). Cuando encendemos el segundo campo, vemos que los electrones comienzan a sentir el efecto de este segundo campo y la configuración se destruye.

Es de esperar que la viscosidad retrase la respuesta de los electrones al segundo campo. Veamos los efectos de tener viscosidad uniforme y $\lambda = 1$, los demás parámetros son $m_i/m_e = 3672,4$, $\gamma = 100$, $\Omega = 1,0$, $\omega_e = 0,99$, $\omega_i = 1,1$ y $a^- = 1$. En este caso nos hallamos en una situación donde la longitud de penetración clásica de los campos es igual al radio del plasma. Es de esperar que esta sea una situación favorable a que el esquema funcione (es decir encontremos una solución estacionaria al problema). Como veremos, aun con este pequeño valor de λ necesitamos un γ mínimo para que el esquema funcione. Por supuesto que el γ que nosotros necesitamos es mayor que el hallado por Milroy [36], ya que buscamos que el segundo campo arrastre a los iones. En particular para $\lambda = 1$ necesitamos un $\gamma > 80$ para que el esquema funcione.

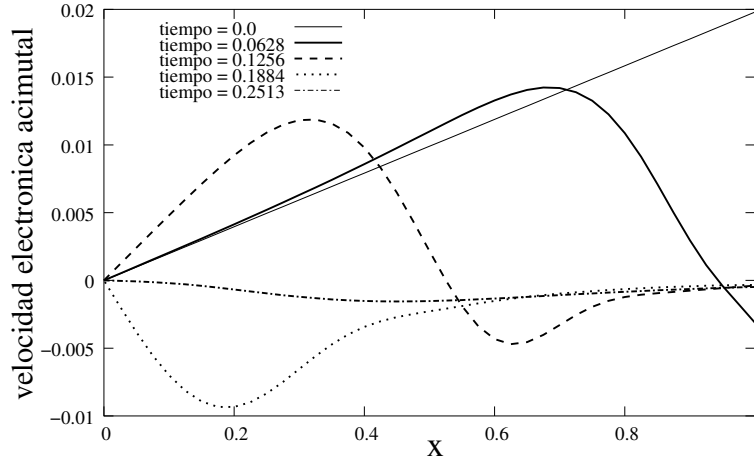


Figura 3.20: Perfiles radiales de $\langle u_{e\theta} \rangle$ para $a^+ = 1$, en distintos tiempos.

En la Fig. 3.20 mostramos los perfiles de la velocidad acimutal de los electrones para distintos tiempos para el caso en que la intensidad de los campos a^+ , y a^- es la misma. Podemos ver que la velocidad acimutal de los electrones no se comporta como un rotor rígido. Esto se debe a que los electrones pierden el acople con el campo a^- y comienzan a ver el segundo campo. Finalmente las dos especies rotan juntas, por lo que se pierde el efecto deseado. La solución es disminuir el a^+

En la Fig. 3.21, mostramos la evolución temporal de la velocidad acimutal de los iones para distintos valores de la amplitud a^+ . Vemos que si $a^+ = 0,0$, como es de esperar, los iones aumentan su velocidad acimutal debido a las colisiones con los electrones. Por el contrario si $a^+ = 0,3$, los iones se enganchan con el campo a^+ y el torque ejercido por el RMF sobre los iones compensa las colisiones con los electrones. Finalmente, si el $a^+ = 0,1$, la intensidad del campo no alcanza para compensar las colisiones.

En la Fig. 3.22, mostramos la dependencia de la velocidad acimutal de los iones con la viscosidad. Es claro que si la viscosidad es muy alta $\bar{\eta}_i = 0,0075$, el torque ejercido sobre los iones no alcanza a compensar las colisiones, esto se debe a que la amplitud de la oscilación de u_{iz} es pequeña. Si la viscosidad es pequeña $\bar{\eta}_i = 0,0005$, el torque magnético sobre los iones es muy grande y los iones se desenganchan del campo a^+ (Recordemos que en el caso de los iones el slip debe ser chico). Finalmente con $\bar{\eta}_i = 0,005$ el esquema funciona.

En la Fig. 3.23 mostramos la zona de parámetros de $\bar{\eta}_i$ y a^+ donde el esquema funciona (zona sombreada). A partir de $a^+ = 0,7$ el esquema deja de funcionar. Esto se debe a que los electrones comienzan a ver los dos campos y se destruye la configuración. En la Fig. 3.24, mostramos la evolución de las velocidades acimutales en un caso donde se alcanza un estado estacionario.

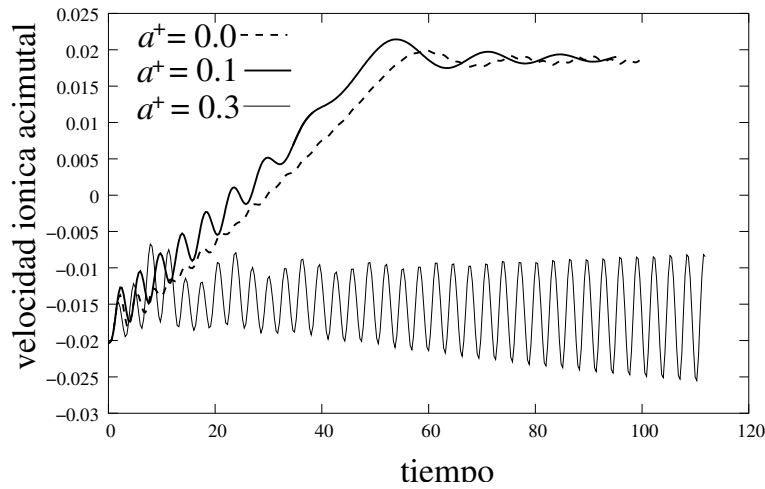


Figura 3.21: Evolución temporal de $\langle u_{i\theta} \rangle$ en $x = 0,95$ para distintas amplitudes del campo a^+

A medida que aumentamos el λ hacia valores más realistas dejamos de encontrar soluciones estacionarias al esquema. En la Fig. 3.25, podemos ver los valores de λ en función de η_i para los que obtenemos soluciones estacionarias, para $\gamma = 100$ y $\Omega = 1$. Notemos que para $\lambda = 10$ ya no encontramos solución estacionaria. Cabe aclarar que para $\lambda > 2$, las velocidad de los electrones tiene valores instantáneos positivos y negativos aunque el valor medio sigue siendo positivo. Esto se debe a que los electrones ven el segundo campo.

Como mencionamos antes es de esperar que para un λ fijo necesitemos un γ mínimo para que el esquema funcione. Efectivamente para $\lambda = 10$ (un valor bastante realista) necesitamos un gamma de 140 para que el esquema funcione.

Si bien probamos que existen parámetros para los cuales el esquema de Clemente funciona, aunque con parámetros poco realistas, queda la duda de como inicializar el sistema, es decir como llegar a un estado donde los electrones roten sincrónicos con el campo $-$ y los iones con el campo $+$.

En la Fig. 3.26, mostramos un caso donde los electrones parten del reposo, y los iones girando con $w_i = 1,1$, en este caso se llega a un estacionario esencialmente igual al caso de la Fig. 3.24. Los iones se pueden arrancan más lentos que el campo a^+ , aunque necesitamos que $a^+ > 0,999$, si los iones arrancar más lentos que eso se pierde la sincronía con el campo a^+ y se desaceleran por colisiones.

Proponemos el siguiente método. Primero encendemos un campo, digamos el a^+ . El comportamiento del sistema será como en los casos estudiados previamente de un solo RMF. Este campo engancha primero a los electrones,

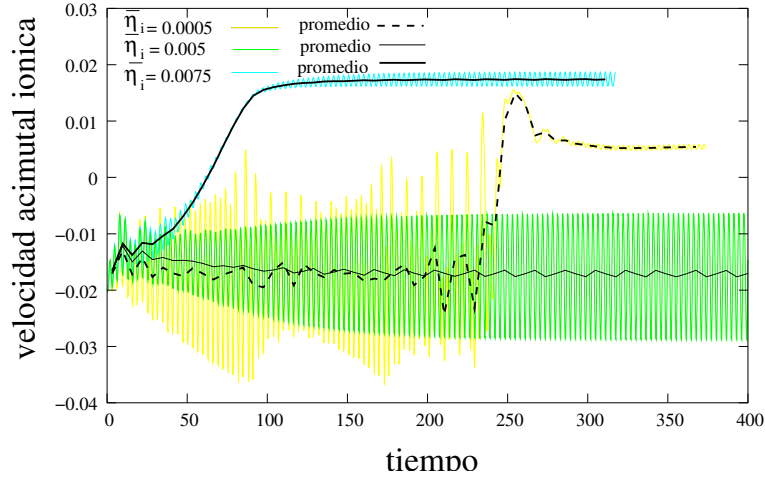


Figura 3.22: Evolución temporal de $\langle u_{i\theta} \rangle$ en $x = 0,95$ para distintos valores de η_i

los cuales se aceleran. Por otra parte los iones también se aceleran por colisiones. Finalmente, cuando los iones tengan la velocidad correcta encendemos el segundo campo que arrastrará a los electrones.

En la Fig. 3.27, mostramos el comportamiento del sistema para $\lambda = 1$, $\gamma = 100$, $\omega = 1$, $\frac{m_i}{m_e} = 3672$, $\eta_i = 0,005$, y $a^+ = 0,3$. Vemos que los electrones se acoplan inmediatamente al campo a^+ , (esto se debe al bajo valor de λ que utilizamos) y que los iones se aceleran por colisiones más lentamente. Después de un cierto tiempo, encendemos el campo a^- , vemos que los electrones se acoplan con este nuevo campo, lo que es lógico ya que “ven” el campo más grande. El comportamiento de los iones depende de en qué momento encendemos el segundo campo, si lo hacemos a $t = 140$ o $t = 180$ el slip con el campo a^+ es demasiado grande y las colisiones ganan, por otra parte si lo hacemos a $t = 150$ o $t = 160$ los iones se quedan con el campo a^+ y llegamos a un estado estacionario como en del esquema de Clemente.

3.3.5. Conclusiones

Extendimos los cálculos de Clemente [31]. Encontramos que el torque posee una parte dependiente del tiempo mayor que el torque medio. No basta que el torque medio balancee las colisiones para que las soluciones sean estacionarias.

Vimos que es necesario achicar la intensidad del campo a^+ para que los electrones no se desenganchen del campo a^- . Por otra parte vimos que la viscosidad juega un papel importante para que estas soluciones sean efecti-

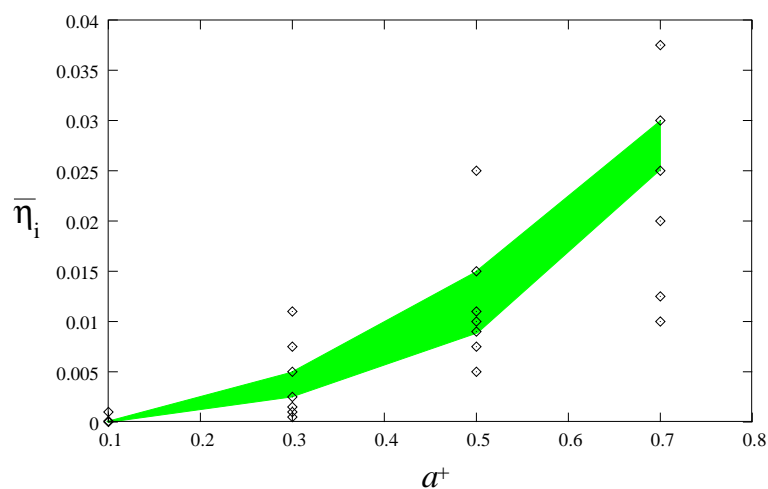


Figura 3.23: En la zona pintada mostramos el rango donde encontramos soluciones estacionarias.

vamente estacionarias. Si la viscosidad es muy grande la velocidad azimutal de los iones decae muy rápido y el torque azimutal deja de compensar las colisiones.

Notamos que para cada λ existe un γ mínimo para que el esquema funcione. Este γ mínimo es mucho mayor que el que encontró Milroy [36] para el caso de un solo campo, y crece con λ .

Mostramos que es posible arrancar todo el sistema desde el reposo. Por otra parte vimos que en el caso sin viscosidad no encontramos soluciones con el modelo propuesto. También mostramos que es necesario incluir la componente radial de las velocidades para sostener la corriente electrónica en presencia de dos RMF.

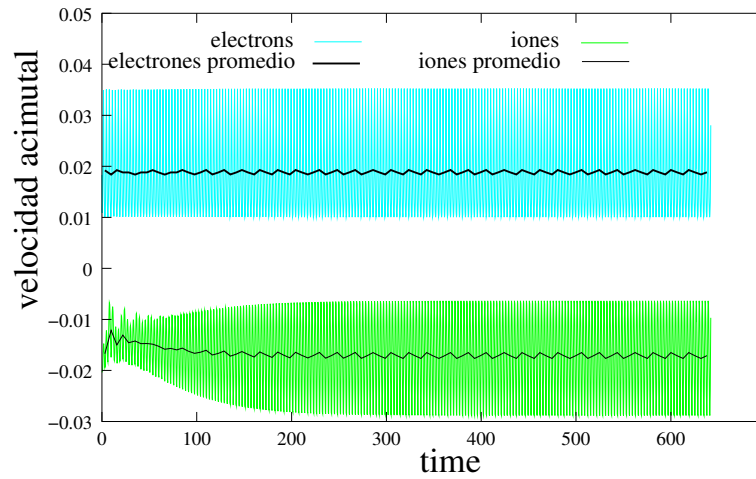


Figura 3.24: Evolución temporal de $\langle u_{i\theta} \rangle$ y $\langle u_{e\theta} \rangle$ en $x = 0,95$

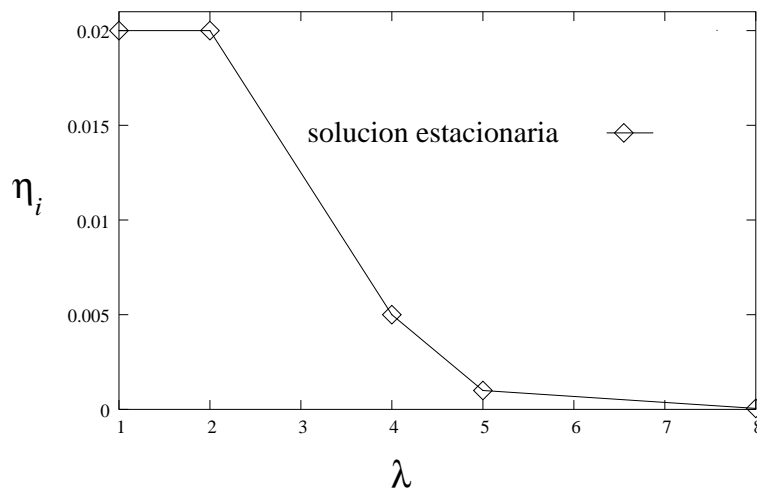


Figura 3.25: Dependencia de η_i con λ , valores para los cuales hay solución estable. $\gamma = 100$ y $\Omega = 1$

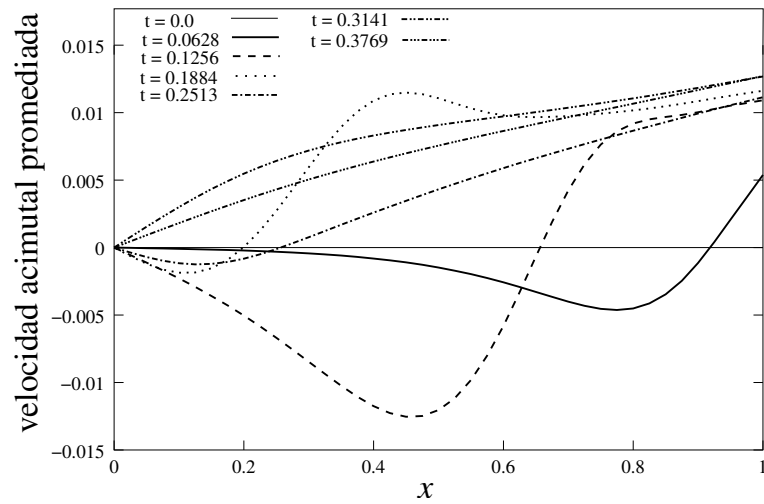


Figura 3.26: Perfiles radiales $\langle u_{e\theta} \rangle$ en $x = 0,95$, en distintos tiempos, para el caso en que los electrones parten del reposo.

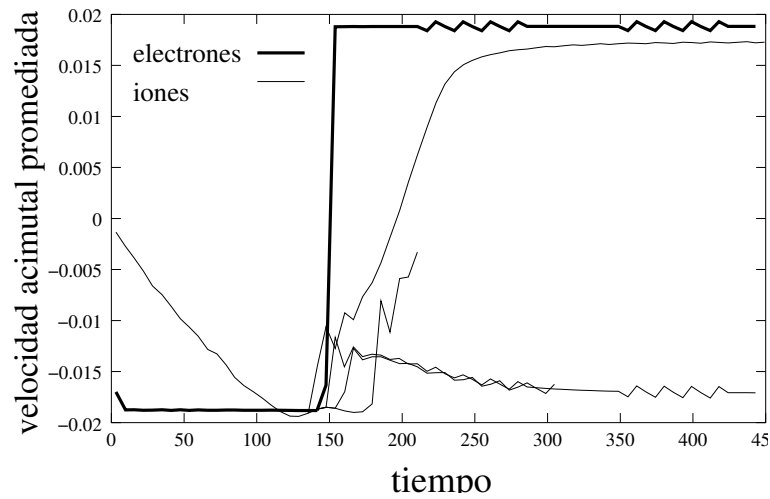


Figura 3.27: Evolución temporal de las velocidades acimutales de los electrones y los iones. El segundo RMF se enciende en distintos tiempos.

Capítulo 4

Conclusiones generales

En esta tesis estudiamos tres métodos para sostener la corriente en configuraciones de campo invertido, inyección de haces neutros, corriente generada por partículas de las reacciones de fusión y campos magnéticos rotantes. Las primeras dos técnicas fueron estudiadas en las condiciones en las que operaría un reactor de fusión nuclear que opere con la reacción de combustibles avanzados $D - ^3He$ [54].

Mostramos que en el caso de NBI los parámetros propuestos en el diseño del ARTEMIS son inadecuados para generar la corriente necesaria para sostener el plasma. Además mostramos que una parte importante de las partículas del haz pueden generar corriente en sentido opuesto a la corriente del plasma, disminuyendo la eficiencia en la producción de corriente. También desarrollamos un procedimiento que requiere recursos computacionales modestos para explicar los resultados obtenidos con los parámetros del ARTEMIS y buscar mejores parámetros del plasma y del haz, que resultan en una mayor eficiencia en la generación de corriente.

Del estudio se desprende que los métodos más sencillos para aumentar la corriente generada por el haz son aumentar la energía del haz o su corriente. Aumentar la energía del haz reduce la fracción de iones que producen “corriente negativa” y mejora la forma de las órbitas. Por supuesto, al aumentar la energía del haz y/o la corriente aumenta la potencia inyectada y, más aún, hay limitaciones tecnológicas para los valores de energía y de corriente del haz que pueden ser empleados. La reducción de la densidad y/o del radio del plasma también aumenta la eficiencia de generación de corriente pero reduce la potencia de fusión. Exploramos una solución de compromiso, con parámetros similares a los propuestos por Momota et al [54], que resulta en un factor tres de aumento de corriente. Manteniendo los parámetros alternativos propuestos se necesitaría una corriente neutra I_N total de unos 40 A, probablemente distribuida en varios haces a lo largo del FRC, para producir

los 8 MA propuestos en el proyecto ARTEMIS. La potencia total inyectada será de 48 MW en ese caso.

Respecto del sostenimiento de la corriente por los protones de las reacciones de fusión, estudiamos la dinámica de los protones generados en la reacción $D - {}^3\text{He}$ y calculamos la corriente resultante y la potencia depositada. Analizamos el efecto de la difusión y la forma de los equilibrios en las órbitas de los protones y la corriente total y la potencia total depositada. Encontramos que la corriente generada y la fracción de la potencia de protones depositada en el plasma son muy sensibles a la forma del equilibrio. La corriente total de protones puede alcanzar los valores requeridos en el proyecto ARTEMIS pero parece difícil alcanzar simultáneamente alta potencia de fusión y buen confinamiento.

Como vemos se necesitan más estudios de la propuesta del ARTEMIS para evaluar la factibilidad del método. Como vimos varios de los parámetros calculado en [54] tienen errores apreciables lo que da como resultado una visión optimista del proyecto. Por otra parte, sería interesante desarrollar un código de transporte para el plasma con términos fuente de momento y energía debidos al haz que nos permita calcular el efecto del NBI sobre el plasma y determinar la corriente total resultante en el FRC.

Además deben realizarse cálculos autoconsistentes (al menos para el caso de la corriente sostenida por los protones de las reacciones de fusión) teniendo en cuenta que la corriente generada es muy sensible al tipo de equilibrio considerado. Finalmente, hay que estudiar la posibilidad de acoplar otros métodos de sostenimiento de la corriente, como ser RMF, para aumentar la corriente y tener un mayor control de los perfiles.

Para el caso de los RMFs, estudiamos varios efectos que normalmente son despreciados en los modelos teóricos y numéricos. Encontramos que los efectos de inercia de los electrones y viscosidad pueden ser importantes, dependiendo de los parámetros del plasma y del RMF.

El máximo de la eficiencia decrece, y el valor de γ necesario para obtener ese máximo aumenta, cuando ω/ν aumenta. Adicionalmente, el tiempo de penetración aumenta cuando ω/ν aumenta. A pesar de que para el propósito del análisis, y para comparar con los resultados previos, consideramos a λ y ω/ν como parámetros independientes es claro que ambos deben aumentar con la temperatura. Si suponemos que el campo magnético externo se mantiene constante y que las colisiones son "clásicas" λ aumenta como $T^{3/4}$ mientras que ω/ν aumenta como $T^{5/2}$ ($nT = \text{const}$). Por consiguiente, el régimen relevante para fusión se deberá caracterizar por tener valores grandes de λ y ω/ν , y este trabajo presenta el primer análisis del sostenimiento de la corriente con un RMF considerando la inercia finita de los electrones con valores de λ hasta 50. Notamos que la máxima eficiencia aumenta en forma

aproximadamente lineal con λ en el rango considerado en este estudio ($5 \leq \lambda \leq 50$). Si este escaleo se mantiene se podrían obtener eficiencias altas en el régimen relevante para fusión. Cuando consideramos la viscosidad, hallamos una sinergia clara entre los dos efectos. En el caso viscoso, mostramos que se necesita un menor valor de γ para alcanzar penetración completa para valores relativamente chicos de ω/ν , sin embargo, pero no hay penetración completa cuando este valor aumenta. Esto puede ser importante en regímenes de fusión donde se esperan valores grandes de λ y ω/ν [45]. Una propuesta a futuro es estudiar si estos efectos pueden explicar comportamientos que actualmente se explican con resistividades anómalas.

Finalmente, estudiamos el esquema de Clemente, y vimos que se pueden hallar soluciones donde los electrones giren con uno de los RMF y los iones con el otro. Esto permitiría que la configuración se sostenga indefinidamente. Sin embargo no hallamos soluciones para valores razonables de los parámetros relevantes del problema. Mostramos que es necesario incluir más ingrediente en el modelo para poder dar una respuesta definitiva a la factibilidad del método. En particular mostramos que es necesario incluir la corriente radial para que los electrones puedan desacoplarse del segundo campo. Sería interesante desarrollar un modelo que tenga en cuenta esta corriente radial.

Capítulo 5

Apéndice

Estamos interesados en calcular las componentes z y θ de la divergencia del tensor de tensiones dado por Braginskii [47], considerando que $\partial/\partial z = 0$ y tomando valores medios de las componentes θ . Después de algo de álgebra, solo quedan η_1 , η_2 y η_4 .

Podemos estimar que para un FRC,

$$nkT \sim (\Delta B_z/2)^2/4\mu_0, \quad (5.1)$$

lo que significa que la presión electrónica es la mitad que la presión magnética ($\beta \sim 1$).

Para $eB_z/m_e\nu$ arbitrario, el coeficiente de transporte adimensionalizado μ_2 puede ser escrito como [47]:

$$\mu_2(\xi) = \frac{\lambda^2}{8} \frac{(2,05\xi^2 + 8,5)}{(\xi^4 + 13,5\xi^2 + 11,6)}, \quad (5.2)$$

donde $\xi = b\gamma$. El coeficiente de viscosidad μ_1 puede ser escrito como:

$$\mu_1(\xi) = \mu_2(2\xi) \quad (5.3)$$

Y finalmente, el coeficiente de viscosidad μ_4 puede escribirse como:

$$\mu_4(\xi) = -\frac{\lambda^2}{8} \xi \frac{(\xi^2 + 7,91)}{(\xi^4 + 13,5\xi^2 + 11,6)}. \quad (5.4)$$

En las Figs. 3.16 y 3.17 mostramos perfiles radiales de μ_2 para diferentes tiempos.

Bibliografía

- [1] www.iter.org, extraído de “Energy information administration, US department of energy, 2001”.
- [2] J. Ongena and G. Van Oost, “Trans. of Fus. Science and Tech.” **45**,3 (2004).
- [3] “International Energy Annual 2001”, Report DOE-EIA-0219, Washinton (2003), www.eiae.doe.gov/international
- [4] A. I. Akhiezer et al, “Plasma Electrodynamics Volume 1:Linear Theory”, Pergamon Press, first english edition, pag 31, 1975.
- [5] T. J. Dolan, “Fusion Resear: Volume I - Principles”, Pergamon Press, pag. 112, 1982.
- [6] J. Wesson, “Tokamaks”, sec. ed., Clarendon Press - Oxford (1997)
- [7] M. Tuszewski, Nucl. Fusion. **28**, 2033(1988).
- [8] Iter Team. Nuc. Fus. **39** 2521(1999)
- [9] A. C. Kolr, C. B. Dobbie, H. R. Griem, Phys, Rev. Lett. **3**, 5 (1959).
- [10] T. Green, Phys, Rev. Lett. **5**, 297-300 (1960).
- [11] H. A. Blevin, P. C. Thonemann, Nuc. Fusion Suppl. Part 1 **5**, 55 (1962).
- [12] W. N. Hugrass and Jones, I, R, Journal of Plasma Physics, **26**, (1981), 465.
- [13] Hugrass, Phys. Rev. Lett, **44** (1980) 1676.
- [14] Hugrass, W. N. and Grimm, R. C., Journal of Plasma Physics, **26** (1981) 455-464.
- [15] Hugrass, W. N., Journal of Plasma Physics, **28** (1982) 369.

- [16] Durance, G. et al., *Plasm. Phys. and Contr. Fus.*, **29** (1987) 227.
- [17] Zwi, H. R. et al., *Phys. Fluids B*, **3** (1991) 126.
- [18] Donaldson, N. et al., *Plasm. Phys. and Contr. Fus.*, **37** (1997) 209.
- [19] Euripides, P. E. et al., *Nuclear Fusion*, **37** (1997) 455.
- [20] Ohnishi, M et al., *Trans. Nuc. Fus. Technol.*, **27** (1995) 391.
- [21] Hoffman, A. L., *Phys. Plasmas* , **5** (1998) 979.
- [22] Y. Ono et al. *Phys. Fluids B* , **5**, 3691, (1993)
- [23] Y. Ono et al. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 3328, (1996)
- [24] Y. Ono et al. *Nucl. Fus.*, **39**, 2001, (1999)
- [25] Y. Ono et al. *Nucl. Fus.*, **43**, 649, (2003)
- [26] E. Kawamori et al *Nucl. Fusion*, **45** 843-848,(2005)
- [27] Ohkawa T., *Nucl. Fusion*, **10** 185,(1970)
- [28] Fish, N. J., *Phys. Rev. Lett.*, **41** 873,(1978)
- [29] Fish, N. J., *Rev. Mod. Phys.*, **59** 175,(1987)
- [30] Jones, I, R and W. N. Hugrass, *Journal of Plasma Physics*, **26**, (1981), 441.
- [31] Clemente, R. A., *Journal of the Physical Society of Japan*. Vol. 67, No 10, October, 1998, pp. 3450-3453.
- [32] Hugrass, W. N., *Plasma Physics Control Fusion*, **42** (2000) 1219-1225.
- [33] Visentin, D. C. and Hugrass, W. N., *Plasma Physics Control Fusion*, **45** (2003) 209-219.
- [34] Visentin, D. C., *Plasma Physics Control Fusion*, **45** (2003) 1027-1035.
- [35] Lifschitz, A. F., Farengo R. and Clemente R., *Plasma Physics Control Fusion*, **45** (2003) 999-1012.
- [36] Milroy, R. F., *Physics of Plasmas*, **7** (1999) 2771-2780.
- [37] Farengo, R. and Clemente R., *Physics of plasmas* **8** (2001) 1193.

- [38] Hoffman, A. L., Guo, H. Y., Milroy, R. D. and Pietrzyk, Z. A., Nuclear Fusion **43**, (2003), 1091-1100.
- [39] J. T. Slough and K. E. Miller, Phys. Rev. Lett., **85**, 1444 (2000).
- [40] G. A. Collins, G. Durance, G. R. Hogg, J. Tendys and P. A. Watterson, Nucl. Fusion, **28**, 255 (1988).
- [41] I. R. Jones, Phys. of Plasmas **6**, 1950 (1999).
- [42] H. Guo, A. L. Hoffman, R. D. Brooks, Z. A. Peter, Z. A. Pietrzyk, S. J. Tobin and G. R. Votroubek, Phys. of Plasmas **9**, 185 (2002).
- [43] H. E. Ferrari and R. Farengo, Plasma Phys. Contrl. Fusion **49**, (2007).
- [44] H. E. Ferrari and R. Farengo, “*Current drive by fusion protons in a D – ³He FRC reactor*”, en preparación.
- [45] H. E. Ferrari, R. Farengo and R. Clemente. Phys. Plasmas **13**, 032505 (2006).
- [46] R. Farengo, A. L. Lifschitz, H. E. Ferrari and R. Clemente. Bras. Jour. Phys. **18**, 109-128 (2001).
- [47] S. I. Braginskii, Rev. of Plasma Phys. **1**, 205(1965).
- [48] H. E. Ferrari, R. Farengo and R. Clemente. “*Viscosity effects in RMF current drive*” en preparación.
- [49] R. Farengo, A. L. Lifschitz, H. E. Ferrari, S. Bouzat and R. Clemente. 20th IAEA Fusion Energy Conference, Vilamoura, Portugal. Paper TH/P4/20 (2004).
- [50] R. Farengo, H. E. Ferrari, P. M. García Martínez and R. Clemente. 21th IAEA Fusion Energy Conference, Cheng du, China. Paper TH/P4/20 (2006).
- [51] A. F. Lifschitz, R. Farengo and N. R. Arista, Nucl. Fusion. **42**, 863(2002).
- [52] A. F. Lifschitz, R. Farengo and N. R. Arista, Plasma Phys. Control Fus. **44**, 1979(2002).
- [53] A. F. Lifschitz, R. Farengo and A. L. Hoffffman, Nucl. Fusion. **44**, 1015(2004).

- [54] H. Momota, A. Ishida, Y. Kohzaki, G. Miley, S. Ohi, M. Ohnishi, K. Sato, L. Steinhauer, Y. Tomita and M. Tuszewski, *Fusion Tech.* **21**, 2307(1992).
- [55] H. Momota, Y. Tomita, A. Ishida, Y. Kohzaki, M. Ohnishi, S. Ohi,, Y. Nakao and M. Nishikawa, . IAEA-CN-56/G-1-1-3 (R)(1992).
- [56] H. L. Berk, H. Momota and T. Tajima, *Phys. Fluids*, **30**, 263(1987).
- [57] J. H. Hammer and H. L. Berk T, *Nuc. Fusion* **22**, 89(1982).
- [58] S. Ichimaru, *Basic Principles of Plasma Physics*, (Reading, MA:W. A Benjamin) P. 233
- [59] K. Nishimura,R. Horiuchi and T. Sato, *Phys. Plasma.***4**, 4035(1997).
- [60] *NRL Plasma Formulary*, Naval Research Laboratory, NRL/PU/6790–98-358 (1998).
- [61] Y. Hayakawa, T. Takahasii and Y. Kondoh, *Nuc. Fusion* **42** 1075 (2002).
- [62] T. Takahashi, T. Kato and Y. Kondoh, *Phys. Plasma*, **11**, pp. 3801, (2004).
- [63] W. Kernbuchler et al., Proc. 13th. Conf. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Washington, D. C., October 1-6 1990, IAEA-CN-53/G-2-3, International Atomic Energy Agency.(1990).
- [64] M. Ishikawa et al., *Fus. Eng. and Design*, **51-52**, 339(2000).
- [65] G. H. Miley et al., *Trans. Am. Nuc. Soc.*, **30**, 47(1978).
- [66] A. Reimman and R. N. Sudan, *Comments Plasma Phys. COntrolled Fusion*, **5**, 167(1979).
- [67] R. A. Phaneuf, R. K. Janev and M. S. Pindzola, *Atomic Data for fusion* **5**, *Rep.* ORNL-6090, Oak Ridge Nat. Lab. TN, (1987).
- [68] R. K. Janev, C. D. Boley and D. E. Post, *Nucl. Fusion*. **29**, 2125(1989).
- [69] R. K. Janev, *Phys. Rev. A* **28**, 1810(1983).
- [70] J. G. Lodge, I. C. Percival and D. Richards, *J. Phys. B.***9**, 239(1976).
- [71] V. A. Abramov, L. A. Vainshtein, G. I. Krotova and A. Y. Pigarov, *1988 Recommended Atomic Data for Hydrogen and Helium Plasmas*, *Rep.* INDC(CCP)-286/GA (Vienna:IAEA).

[72] R. L. Spencer and D. W. Hewett, *Phys. of Fluids* **25**, 1365(1982).

[73] L. S. Solov'ev, *Rev. Plasma Phys.*, **6**, 239(1976).

Publicaciones

- H. E. Ferrari and R. Farengo, Plasma Phys. Contrl. Fusion **49**, (2007).
- H. E. Ferrari, R. Farengo and R. Clemente. Phys. Plasmas **13**, 032505 (2006).
- R. Farengo, A. L. Lifschitz, H. E. Ferrari and R. Clemente. Bras. Jour. Phys. **18**, 109-128 (2001).
- R. Farengo, H. E. Ferrari, P. M. García Martínez and R. Clemente. 21th IAEA Fusion Energy Conference, Cheng du, China. Paper TH/P4/20 (2006).
- R. Farengo, A. L. Lifschitz, H. E. Ferrari, S. Bouzat and R. Clemente. 20th IAEA Fusion Energy Conference, Vilamoura, Portugal. Paper TH/P4/20 (2004).
- H. E. Ferrari and R. Farengo, “*Current drive and heating by fusion protons in a $D - ^3He$ FRC reactor*”, en preparación.
- H. E. Ferrari, R. Farengo and R. Clemente. “*Viscosity effects in RMF current drive*” en preparación.

Agradecimientos

Quiero agradecer el apoyo de muchísima gente de que una u otra manera hizo posible que completara mi tesis. Aunque el trabajo del teórico o numérico? (que vendría a ser el mío) es un poco solitario, siempre me sentí compañero de muchísima gente del atómico. A mi familia que siempre compartió mis alegrías y mis penas con el trabajo. A mi viejo Emilio y a mi hermano Jorge, y la nueva familia de mi hermano, raquel, emilia, agustin(que pronto llegará) y parentela. A Ricardo, mi director, que fue una guía constante, siempre dispuesta y de excelente trato. A Roberto Clemente, un casi codirector de mi trabajo siempre dispuesto a evacuar mis dudas. A Agustín por su amistad y por ayudarme a dar los primeros pasos. A Luis que me dio un aliento mayor de lo que el cree. A lito, alias “doctor puentes” amigo y compiche de aventuras, casi extremas (jua). A los ex-compañeros del IB93 que sé que comparten mi alegría. A Sergio y Georgina a quienes les debo los cumpleaños masivos. A Roberto quien sabiamente me dijo termina la tesis y dejate de joder. A los compañeros de oficina, Sebastián y Pablo, que soportaron estoicamente mi desorden y dieron una mano cuando hizo falta. A los muchachos del futbol, las muchas amistades que hice jugando a la pelota. Al gatito que me enseñó a pegarle putin, a cesarito a pegarle de chanfle y a carlitos a pegarle a la rodilla. A los muchachos de los jueves. A la barra de los sábados, fieles como pocos. A los muchachotes de los miercoles que amablemente me dejan jugar de delantero. A mantecol, a gabito, pablo y otros muchachos por las noches de farra. A vos tinito, por la paciencia. A la gente del centro atómico que de alguna manera todos contribuyen. Finalmente a vos queridísimo lector de estos agradecimientos, si venis a leer solo esto sabé que también, aunque no te nombre seguro estás en mi corazón.