

TESIS
CARRERA DEL DOCTORADO EN FÍSICA

**Dinámica de vórtices
en redes de junturas Josephson**

Diego Edgar Shalóm

Dr. Hernán Pastoriza
Director

Lic. Diego Edgar Shalóm
Doctorando

Instituto Balseiro
Comisión Nacional de Energía Atómica
Universidad Nacional de Cuyo
Junio de 2005

A Maru

Resumen

En este trabajo estudiamos la dinámica de vórtices en Redes de Junturas Josephson (RJJ) bidimensionales, sobreamortiguadas en un amplio rango de condiciones variando el campo magnético y la temperatura bajo la acción de corrientes continuas mediante herramientas experimentales, simulaciones numéricas y estudios analíticos.

Desarrollamos el método de Fases Fijas, una variación de las técnicas de relajación numérica que consiste en fijar y controlar el valor las fases de algunas de las islas que rodean la singularidad, mientras se deja que todo el resto de las fases en el sistema relajen. De esta manera se fuerza al vórtice a ubicarse en la posición deseada, permitiendo calcular la energía potencial de un vórtice en posiciones que son inaccesibles a otros métodos de relajación. Utilizamos este método para estudiar la energía potencial de un vórtice en diversas situaciones en algunas RJJ homogéneas y no-homogéneas, como por ejemplo redes con defectos, redes acanaladas, y ratchets.

Estudiamos los efectos de tamaño finito en RJJ mediante herramientas analíticas y numéricas. Para ello implementamos el denominado *modelo de anillos*, que consiste en reemplazar la red cuadrada bidimensional por una serie de anillos cuadrados, concéntricos y desacoplados. Esto simplemente supone desprestigiar la contribución de las juntas radiales que acoplan los sucesivos anillos. Este modelo, a pesar de su extrema sencillez retiene los elementos más importantes de la dependencia de la energía con campo magnético. Combinamos este modelo con otros términos que dan cuenta de la dependencia con la posición del vórtice para obtener una expresión general para la energía potencial de un vórtice en una RJJ de tamaño finito en presencia de campo magnético. Presentamos una expresión para el primer campo crítico, correspondiente al valor de campo magnético al cual resulta energéticamente favorable la entrada del primer vórtice en la red.

Construimos y estudiamos RJJ moduladas para formar potenciales periódicos y asimétricos para los vórtices, denominados *ratchet*. Los resultados experimentales muestran claramente que existe una rectificación del movimiento de vórtices en este tipo de potenciales. Incluso en ciertas condiciones particulares se observa un movimiento neto en sentido contrario a la fuerza media aplicada a los vórtices. Nuestros experimentos permiten identificar por primera vez el *signo* de los vórtices que son transportados, es decir si los que se mueven son vórtices o antivórtices. Asimismo nuestros resultados muestran que existe una fuerte interacción entre los efectos colectivos (interacción vórtice-vórtice, estructura de la red de vórtices) y la rectificación por efecto ratchet.

Finalmente desarrollamos la técnica de medición de inductancia cinética anisotrópica, basada en el uso de un tipo novedoso de bobinas planas en forma de serpentina. Estas bobinas muestran claras ventajas sobre las bobinas tradicionales para la medición de muestras bidimensionales como las RJJ y películas superconductoras, debidas principalmente a la muy pequeña distancia que separa la muestra de las bobinas, a todo lo largo de éstas. Utilizamos esta técnica para estudiar los regímenes dinámicos de vórtices, cuando la fuerza debida a la corriente supera al anclaje y los vórtices son puestos en movimiento. Estos regímenes presentan un carácter anisotrópico, atribuido a que los vórtices en movimiento se acomodan en una estructura móvil que tiene longitudes de coherencia diferentes en la dirección paralela y perpendicular al movimiento.

Abstract

In this work we study the dynamics of vortices in two-dimensional overdamped Josephson Junctions Arrays (JJA) driven by dc current in a wide range of conditions varying magnetic field and temperature using experiments, numerical simulations and analytic studies.

We develop the Fixed Phase method, a variation of numeric relaxation techniques in which we fix and control the phase of some islands, adjacent to the vortex center, while allowing all other phases in the system to relax. In this way we are able to pull and push the vortex uphill, as we are forcing the center of rotation of the vortex currents to be in a defined location, allowing us to calculate the potential energy of a vortex located in any arbitrary position. We use this method to study the potential energy of a vortex in a variety of situations in homogeneous and non-homogeneous JJA, such as arrays with defects, channel arrays and ratchets.

We study the finite size effects in JJA by means of analytic and numerical tools. We implement the *rings model*, in which we replace the two-dimensional square array by a series of square, concentric, uncoupled rings. This is equivalent to disregarding the radial junctions that couple consecutive rings. In spite of its extreme simplicity, this model holds the main ingredients of the magnetic dependence of the energy. We combine this model with other terms that take into account the dependence in the position of the vortex to obtain a general expression for the potential energy of a vortex in a finite JJA with applied magnetic field. We also present an expression for the *first critical field*, corresponding to the value of the magnetic field in which the entrance of the first vortex becomes energetically favorable.

We build and study JJA modulated to form periodic and asymmetrical potentials for the vortices, named *ratchet* potentials. The experimental results clearly show the existence of a rectification in the motion of vortices in these potentials. Under certain conditions we were able to observe a net movement in the direction opposite to the average driving force. We also identify for the first time the *sign* of the vortices being transported, whether they are vortices or antivortices. In addition our results show a strong interaction between collective effects (vortex-vortex interactions, structure of the vortex lattice) and the rectifying ratchet effect.

We finally develop the anisotropic kinetic inductance technique, based on a novel kind of flat serpentine shaped coils. This technique shows clear advantages over traditional coils to measure two-dimensional samples such as JJA and superconducting films. The main difference is the very short distance separating coils and sample, all along the coils. We use this technique to study the dynamical regimes of vortices, when the force due to the current overcomes the pinning force and the vortices are pushed to motion. These regimes show an anisotropic character, attributed to the fact that the vortices in motion form a mobile structure with different coherence length in the directions parallel and perpendicular to movement.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Una juntura Josephson	2
1.2. Redes de Junturas Josephson	5
1.3. Organización de esta tesis	14
2. Detalles experimentales	17
2.1. El equipo de medición	17
2.2. Mediciones de transporte	19
2.3. Mediciones inductivas	22
Apéndice. Análisis de la medición inductiva	26
3. Fabricación	31
3.1. Litografía	31
3.2. Litografía óptica	32
3.3. Litografía electrónica	34
3.4. Ataques	35
3.5. Deposición de materiales	35
3.6. Fabricación de las RJJ	36
3.7. Fabricación de las bobinas serpentina	37
4. Simulaciones numéricas	43
4.1. Modelo	43
4.2. La posición de los vórtices	46
4.3. El método de fases fijas	48
4.4. Aplicaciones del método de fases fijas	50
4.5. Programa de simulación	53
4.6. Conclusiones	54
Apéndice. Cálculo de la posición del vórtice dentro de la plaqueta	55
5. Efectos de tamaño finito	59
5.1. Modelo de anillos: energía del estado fundamental	60
5.2. Energía de un vórtice en función de la posición	63
5.3. Primer campo crítico	69
5.4. Conclusiones y proyección	70
Apéndice I. Corrección por las juntas radiales sin campo	71
Apéndice II. Cálculo de la energía posicional en una red larga.	72
6. Efecto ratchet y rectificación	77
6.1. Introducción	78
6.2. Ratchets en RJJ	81
6.3. Mediciones	85

6.4. Conclusiones	94
6.5. Trabajo propuesto	95
Apéndice. Energía de un anillo de N juntas	96
7. Bobinas serpentina, teoría	99
7.1. Introducción	99
7.2. Bobinas lineales	102
7.3. Bobinas Serpentina	105
7.4. Algunos detalles experimentales	107
7.5. Conclusiones	108
Apéndice. Análisis de la medición inductiva con bobinas lineales	109
8. Fases dinámicas de vórtices: mediciones con bobinas serpentina	113
8.1. Las muestras	114
8.2. Caracterización de las muestras	115
8.3. Detalles de la medición inductiva	118
8.4. Resultados y discusión	119
8.5. Conclusiones y proyección	125
Agradecimientos	129
Trabajos Publicados	131

Capítulo 1

Introducción

Las redes de juntas Josephson (RJJ) son configuraciones de islas superconductoras débilmente acopladas en una, dos o tres dimensiones. Las RJJ muestran un comportamiento dinámico tan rico y con tanta física involucrada que son un fascinante objeto de estudio. Sirven además de sistema modelo para muchos problemas físicos. Bajo ciertas condiciones son una realización física del modelo de espines acoplados a primeros vecinos denominado modelo bidimensional XY.

Hay varios motivos para estudiar sistemas bidimensionales (2D). Desde el punto de vista práctico, existen muchos fenómenos íntimamente relacionados con la física 2D [1, 2], por ejemplo adsorción de gases en superficies, catálisis en la superficie de sólidos, crecimiento epitaxial de monocapas en sólidos, cristales líquidos esmécticos, la naturaleza de la superconductividad de alta temperatura crítica, etc. Desde el punto de vista teórico, comparados con el caso tridimensional (3D), los sistemas 2D comparten algunas similitudes, por ejemplo en cuanto al comportamiento crítico, pero son más fáciles de tratar matemáticamente, dado que tienen una topología más simple. Por esto pueden ayudar en la comprensión de sistemas 3D complejos. Además, los sistemas 2D son especialmente interesantes por estar en la frontera entre los sistemas 3D con transiciones de fase abruptas y sistemas unidimensionales (1D) que muestran transiciones continuas desde un estado ordenado sólo a temperatura nula, a un estado desordenado a temperatura finita. La transición de Kosterlitz-Thouless (K-T) [3] es un ejemplo de tal comportamiento crítico que aparece en dos dimensiones.

Otro rasgo muy atractivo de los sistemas de RJJ es que permiten diseñar potenciales bidimensionales para los vórtices de formas más o menos arbitrarias, modulando de una manera sencilla la magnitud del acoplamiento de las diferentes juntas de la red. Estos potenciales pueden luego ser fabricados y medidos experimentalmente. Algunos ejemplos de potenciales no-homogéneos que estudiaremos en esta tesis son: los denominados ratchets, las redes moduladas en una de las direcciones, y las redes con centros de anclaje.

La simplicidad de los modelos realistas que describen las RJJ permite utilizar herramientas numéricas-computacionales muy eficientes para realizar algunas pruebas ‘experimentales’. Estas, junto con algunas herramientas matemáticas (como la teoría de grupos de renormalización para el estudio de fenómenos críticos) complementan los resultados experimentales, permitiendo obtener un máximo de comprensión de los procesos físicos involucrados.

En lo que sigue de este capítulo haremos una muy breve introducción a los conceptos físicos básicos que se utilizarán a lo largo de la tesis. Para un tratamiento más detallado se sugiere consultar las referencias [4–6].

1.1. Una juntura Josephson

Una juntura Josephson [7] está compuesta por dos electrodos superconductores (SC) separados por una barrera donde la superconductividad está debilitada. Si se eligen adecuadamente el material y el espesor de la barrera, algunos pares de Cooper del superconductor pueden atravesarla (por efecto túnel o por difusión) en forma de una corriente superconductor sin caída de tensión.

El estado de una juntura Josephson se describe por una variable angular

Para el estudio del estado superconductor, en 1950 Ginzburg y Landau [8] introdujeron la pseudo-función de onda compleja $\psi = |\psi|e^{i\varphi}$ como parámetro de orden en la teoría general de Landau para las transiciones de fase de segundo orden. El módulo de ψ está relacionado con la densidad de electrones superconductores a través de $n_s = |\psi|^2$, y bajo ciertas condiciones permanece prácticamente constante aún en porciones separadas de SC, si éstas se encuentran a la misma temperatura. Por lo tanto la fase φ es el único grado de libertad, que puede tomar en principio cualquier valor entre 0 y 2π .

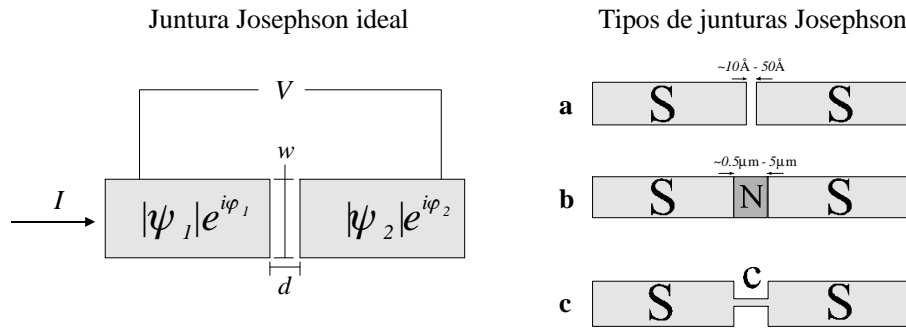


Figura 1.1: Izquierda: Esquema de una juntura Josephson. Derecha: Distintos tipos de junturas Josephson. El tipo de acoplamiento entre los electrodos superconductores puede ser: **a** un material aislante (juntura tipo S-I-S), **b** un metal normal S-N-S, o **c** una constricción en el superconductor, S-c-S.

Una corriente superconductor puede atravesar la juntura

La primera consecuencia física del nuevo grado de libertad de la fase fue elaborada en 1962 por B. Josephson [7], quien predijo que al colocar dos superconductores débilmente acoplados, algunos pares de Cooper pueden pasar por efecto túnel, aún a voltaje nulo, siempre que hubiera una diferencia entre las fases de cada una de las islas. Esta corriente superconductor está dada por:

$$I_s = I_c \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1.1)$$

donde φ_i es la fase del i -ésimo superconductor; y la *corriente crítica* I_c es la máxima corriente superconductor que puede circular por la juntura. A este efecto se lo denomina efecto Josephson dc.

La corriente crítica es una medida de la intensidad del acoplamiento entre los dos superconductores y depende de la temperatura y de las características de la barrera que los separa. La barrera puede ser una delgada capa de aislante, o un metal normal hecho

débilmente superconductor por *efecto de proximidad*, o simplemente un angostamiento o constricción en un material superconductor. Estos tres tipos de junturas son conocidas como junturas S-I-S, S-N-S, y S-c-S respectivamente, como se muestra en la Figura 1.1. Consultar la referencia [4] para una descripción más detallada de las junturas Josephson.

Un voltaje produce una variación de las fases (y viceversa)

Además, Josephson predijo que si se aplica un voltaje entre los contactos, la diferencia de fases evoluciona de acuerdo a:

$$\frac{d(\varphi_2 - \varphi_1)}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V, \quad (1.2)$$

lo cual implica que al aplicar un voltaje V fijo entre los electrodos se obtiene una corriente alterna de amplitud I_c y frecuencia $\nu = 2eV/\hbar$. Para un voltaje de $1 \mu\text{V}$ corresponde una frecuencia de unos 480 MHz. Este es el efecto Josephson ac, y ambos han sido confirmados en gran cantidad de experimentos [4]. Estas relaciones de Josephson, las ecuaciones 1.1 y 1.2 son consecuencias observables a escala macroscópica de un efecto de origen fundamentalmente cuántico.

La energía de la juntura se minimiza si las dos fases están alineadas

A partir de las ecuaciones 1.1 y 1.2 puede obtenerse la energía de la juntura integrando el trabajo eléctrico hecho por una fuente de corriente al cambiar la diferencia de fases. Se obtiene así la *energía de acoplamiento Josephson* :

$$E = -E_{J0} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

donde $E_{J0} \equiv \frac{\hbar I_c}{2e}$. Puede verse allí que la energía tiene un mínimo para $\varphi_1 = \varphi_2$, cuando las dos fases son iguales. Se puede asociar a cada superconductor un vector de módulo constante, cuya dirección esta dada por la fase φ_i que sólo puede rotar en un plano. El comportamiento de este par de islas es similar al de dos espines con un sólo grado de libertad de rotación en el plano, es decir un modelo XY [4]. Pensando en esta analogía, puede decirse que el acoplamiento entre estas dos islas es de tipo ferromagnético, ya que las islas (los espines) minimizan su energía si tienen las fases iguales, o ‘apuntan’ en la misma dirección.

En presencia de campo magnético, la energía se minimiza con las fases no alineadas

En presencia de un campo magnético, la diferencia de fases $\varphi_1 - \varphi_2$ debe reemplazarse por la *diferencia de fases invariante de calibre*:

$$\gamma_{12} \equiv \varphi_1 - \varphi_2 - A_{12}, \quad (1.3)$$

donde A_{12} es la contribución debida al campo magnético. Esta contribución está dada por la integral de línea del potencial vector \vec{A} a través de la juntura:

$$A_{12} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 \vec{A} \cdot d\vec{s},$$

donde $\Phi_0 = \frac{hc}{2e} \cong 2.07 \cdot 10^{-7} \text{ G cm}^2$ es el cuanto de flujo magnético.

Para ciertos valores particulares del campo magnético es posible ‘absorber’ el término del potencial vector en la constante de acoplamiento. Si por ejemplo $A_{12} = 0$, el acoplamiento es ferromagnético, favoreciendo una configuración paralela, mientras que si $A_{12} = \pm\pi$ se puede describir al sistema como si tuviera un acoplamiento antiferromagnético, favoreciendo una configuración antiparalela.

El modelo RCSJ: la juntura Josephson real se modela por una juntura ideal en paralelo con una resistencia y un capacitor

En una juntura Josephson ideal, la corriente está dada por la ecuación 1.1. En una juntura real existen otros canales por donde circula corriente. En esta sección se describe el modelo RCSJ que da cuenta de estas nuevas características. También se presenta un sistema mecánico que tiene un comportamiento dinámico análogo a una juntura Josephson, y que resulta útil para comprender el comportamiento de una juntura real.

Entre los dos electrodos SC existe en general una resistencia eléctrica R_N finita. La ecuación 1.2 predice que si hay una variación de las fases en el tiempo, entonces habrá un voltaje a través de la juntura, por lo que también habrá una corriente normal debida a la ley de Ohm $I_R = V/R_N$. Esto establece un nuevo canal de corriente entre los electrodos. Por otro lado, la disposición geométrica de los electrodos define una capacitancia mutua C entre ellos. Debido a esto, una variación temporal del voltaje producirá una corriente de desplazamiento $I_{cap} = C \frac{dV}{dt}$. El modelo RCSJ se define reuniendo estos resultados. La corriente total que a temperatura nula atraviesa una juntura real es entonces suma de los canales superconductor, resistivo y capacitivo:

$$I = I_S + I_R + I_{cap} = I_c \sin \theta + \frac{V}{R_N} + C \frac{dV}{dt} \quad (1.4)$$

donde R_N es la resistencia en el estado normal; y C la capacitancia de la juntura. Si reemplazamos el voltaje utilizando la ecuación 1.2, este resultado puede reescribirse como:

$$I = \frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{\hbar}{2e R_N} \frac{d\theta}{dt} + I_c \sin \theta.$$

Esta ecuación diferencial no lineal de segundo orden describe la evolución temporal de una juntura Josephson real en el modelo RCSJ. Es conveniente adimensionalizar esta ecuación, para lo cual se escribe el tiempo adimensional $\tau = (2eI_c R_N / \hbar)t$, para obtener:

$$I/I_c = \beta_c \ddot{\theta} + \dot{\theta} + \sin \theta \quad (1.5)$$

donde definimos el punto como derivada respecto a τ , y $\beta_c = 2eI_c R_N^2 C / \hbar$ es el denominado parámetro de Stewart-McCumber. El valor de este parámetro define el régimen de comportamiento de la juntura, como se muestra más adelante.

Una juntura real se comporta como una partícula en un potencial tipo “tabla de lavar”

El comportamiento dinámico de la juntura es análogo al de una partícula en un potencial sinusoidal inclinado, como queda explícito al reescribir la ecuación 1.5 de la siguiente manera:

$$\beta_c \frac{d^2 \theta}{d\tau^2} = -\frac{dW}{d\theta} - \frac{d\theta}{d\tau}$$

donde $W(\theta) = -\cos \theta - (I/I_c)\theta$ es el potencial llamado tabla de lavar. Este potencial se muestra en la Figura 1.2b. La diferencia de fases representa la posición de una partícula de masa β_c que se mueve en un potencial W y sujeta a una fuerza viscosa $d\theta/d\tau$.

Tanto en la ecuación del modelo RCSJ como en su análogo mecánico se puede ver que el valor del parámetro adimensional β_c define distintos regímenes de comportamiento. Para $\beta_c \gg 1$ se tiene el régimen subamortiguado, donde el término inercial juega un papel importante en la dinámica. En el otro límite, $\beta_c \ll 1$ o régimen sobreamortiguado, corresponde al caso en que el término inercial es despreciable frente a los términos viscoso y del potencial. A este último régimen pertenecen las junturas tipo S-N-S, principalmente por

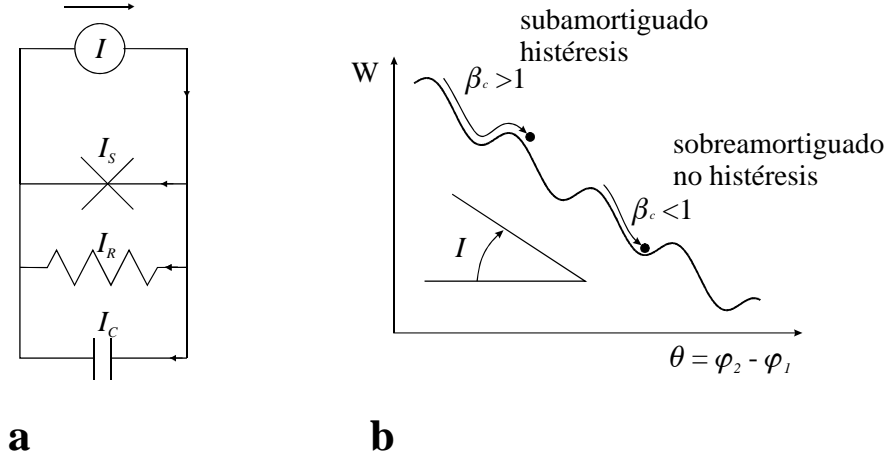


Figura 1.2: **a** Circuito equivalente a una juntura real: el paralelo de una juntura ideal con una resistencia y un capacitor. **b** Análogo mecánico de una juntura con corriente dc. Debido a esta analogía las junturas toman la designación de sobre- y sub-amortiguadas.

el valor relativamente bajo de I_C y R_N . Una estimación del parámetro β_c para las junturas da un valor de $\beta_c \approx 10^{-12}$, por lo que en gran parte de esta tesis trabajaremos en el límite sobreamortiguado.

En este límite sobreamortiguado, la ecuación 1.5 se reduce a $\dot{\theta} = I/I_C - \sin \theta$, una ecuación diferencial ordinaria que puede resolverse exactamente. Su solución escrita en términos del promedio temporal del voltaje $\langle V \rangle$ en función de la corriente aplicada queda:

$$\langle V \rangle = \begin{cases} 0 & I < I_C \\ R_N I_C \sqrt{(I/I_C)^2 - 1} & I > I_C \end{cases}$$

que en el límite $I \gg I_C$ cumple con la ley de Ohm, $\langle V \rangle = R_N I$. Este resultado a temperatura nula muestra la conexión entre las cantidades medibles, macroscópicas, y la evolución temporal de las variables microscópicas, las fases superconductoras. A temperatura finita este resultado se ve modificado por efecto de las fluctuaciones térmicas. Este problema fue estudiado por Ambegaokar y Halperin [9], quienes encontraron que siempre hay una resistencia finita, aún debajo de I_c , debido a procesos térmicamente activados. En términos de una partícula en un potencial tabla de lavar, la partícula tiene una probabilidad no nula $\propto e^{-\frac{E_B}{k_b T}}$ de saltar la barrera de potencial. Dado que se encuentra sobreamortiguada, la partícula vuelve a quedar en equilibrio en el siguiente mínimo, sin posibilidad de escapar, como sería el caso en junturas subamortiguadas. Este tipo de fenómenos pueden ser estudiados experimentalmente en curvas $V - I$ a temperatura finita.

1.2. Redes de Junturas Josephson

Una RJJ es un arreglo periódico de islas superconductoras, acopladas con sus vecinas a través de junturas Josephson. En la Figura 1.3 se muestra por ejemplo una red cuadrada de junturas Josephson. También pueden construirse con otras geometrías: triangular, panel de abejas, algunas con geometría fractal, e incluso se puede modular no sólo la conectividad sino la magnitud de los acoplamientos.

Al colocar las junturas individuales en un arreglo regular como en la Figura 1.3 se obtienen nuevos comportamientos colectivos. Esta sección está dedicada a estudiar la fenomenología

que encontramos en una red de juntas Josephson. Desarrollamos una analogía entre los vórtices en la red y partículas en un potencial periódico. Nos concentramos en los efectos sobre la red introducidos por campo magnético, temperatura y la corriente externa.

Cuantización del fluxoide y apantallamiento magnético

Consideremos un caso como el de la Figura 1.3, un arreglo cuadrado con parámetro de red a , donde cada isla está conectada a sus vecinas por juntas Josephson. Las cuatro juntas que forman el circuito cerrado más pequeño (resaltado en la figura) conforman una *plaqueta*. Al haber circuitos cerrados con juntas Josephson, aparece otro efecto del campo magnético, además del término A_{ij} en la ecuación 1.3. Al sumar la fase invariante de calibre en ese circuito cerrado se obtiene:

$$\sum_{\text{plaqueta}} \gamma_i = \sum_{\text{plaqueta}} \Delta\varphi - \frac{2\pi}{\Phi_0} \oint \vec{A} \cdot d\vec{s}.$$

Dado que la fase φ debe ser univaluada, el primer término de la derecha debe ser cero o $2\pi n$, con n un número entero. Y teniendo en cuenta que $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, la integral cerrada de \vec{A} es igual al flujo de campo magnético encerrado Φ . Por lo que la ecuación anterior queda:

$$\begin{aligned} \sum_{\text{plaqueta}} \gamma_i &= 2\pi n - \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} \\ &= 2\pi n - 2\pi f \\ &= 2\pi(n - f) \end{aligned} \tag{1.6}$$

donde $f = \Phi/\Phi_0$ es el *parámetro de frustración*, definido como el número de cuantos de flujo magnético por celda unidad, y está determinado por el campo magnético externo; n es el parámetro denominado *vorticidad*, y denota el número de giros dados por la fase φ al dar vuelta a la plaqueta.

Al incluir el campo magnético en la descripción, aparece también una energía de interacción magnética entre las corrientes. Esta energía magnética almacenada por las corrientes que circulan en una plaqueta se puede calcular como $E_m \leq \frac{1}{2} L_{cu} I_c^2$, donde L_{cu} es la autoinductancia de una celda unidad. En general debe resolverse el acoplamiento Josephson de manera autoconsistente con las ecuaciones de Maxwell para los campos inducidos por las

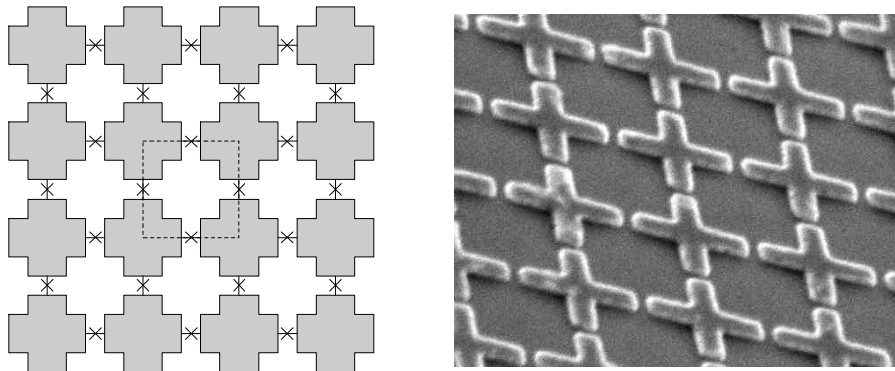


Figura 1.3: Izquierda: Esquema de una red cuadrada de juntas. Las cruces negras representan las juntas que conectan las islas superconductoras, representadas por las áreas grises. Resaltada se señala una plaqueta. Derecha: Microfotografía SEM inclinada de una parte de una RJJ tipo S-N-S, con islas de plomo sobre una película de cobre. Las cruces tienen $10 \mu\text{m}$ entre centros, y la distancia entre islas, es decir la junta, tiene $1 \mu\text{m}$.

corrientes superconductoras. Pero cuando esta energía magnética es despreciable frente a la energía de acoplamiento Josephson:

$$E_m(T) \ll E_{J0}(T),$$

la única energía relevante del sistema será la energía de acoplamiento Josephson. A este límite se lo denomina de *apantallamiento despreciable*, y puede darse por ejemplo si la corriente crítica de las junturas es suficientemente pequeña. Se define la *longitud de penetración del campo magnético perpendicular* λ_{\perp} como la distancia paralela al plano en la que decaen las corrientes superconductoras de apantallamiento del campo magnético, de manera análoga a la longitud de penetración en películas superconductoras. Su expresión es [5]:

$$\lambda_{\perp} \equiv \frac{\Phi_0}{2\pi I_C \mu_0}, \quad (1.7)$$

donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío. La dependencia inversa con I_C puede interpretarse de una manera sencilla. A mayor corriente crítica corresponden mayores corrientes superconductoras que pueden apantallar el campo magnético, por lo que el campo decae más rápidamente. Esto hace que λ_{\perp} sea menor. El límite de apantallamiento despreciable corresponde a λ_{\perp} mucho mayor que el tamaño de la red. En ese caso puede despreciarse el campo magnético autoinducido sólo se tendrá el campo magnético externo. Debe tenerse en cuenta además la dependencia de I_C con la temperatura. La corriente crítica $I_C(T)$ se anula a T_{C0} (la temperatura de transición de los electrodos SC) por lo que todas las RJJ se encuentran en el límite de apantallamiento despreciable a temperaturas suficientemente cercanas a T_{C0} . Al bajar la temperatura, $I_C(T)$ crece monótonamente. Dependiendo del tipo y características de la juntura, el rango de validez de este límite puede variar desde unos pocos mK (típicamente las RJJ S-I-S) hasta todo el rango accesible de temperaturas, si $I_C(T = 0)$ es suficientemente pequeña. A este último grupo corresponden la mayoría de las muestras fabricadas y medidas en esta tesis.

Los vórtices

Los vórtices son excitaciones topológicas que aparecen en las RJJ, caracterizadas por una singularidad de la fase. Pueden verse físicamente como torbellinos de corrientes que circundan la ubicación geométrica de la singularidad. En la Figura 1.4 se muestra una configuración de fases que contiene un vórtice en el centro. En la parte derecha de la figura se muestra la distribución de corrientes producida por la configuración de fases de la izquierda.

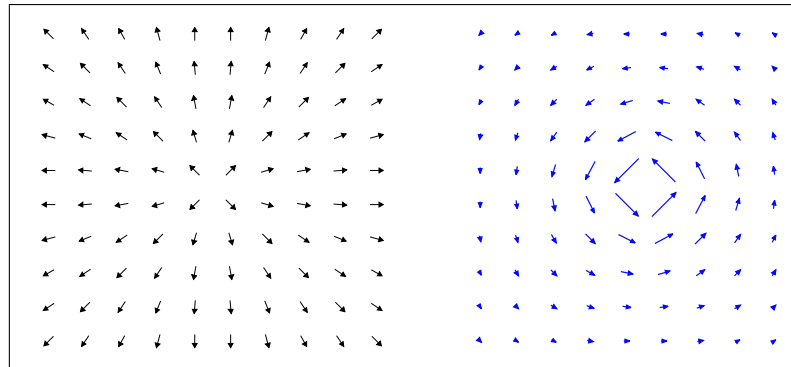


Figura 1.4: Izquierda: Una configuración de fases de la red conteniendo un vórtice. Derecha: Las corrientes superconductoras calculadas de la configuración de fases de la izquierda. El vórtice puede verse como un torbellino de corrientes.

El costo energético de la creación de un vórtice como el que se muestra escala con tamaño L de la red como:

$$E_v(L) = \pi E_J \log(L/a),$$

donde a es el parámetro de red. La expresión es válida para L grande y $\lambda_\perp \gg L$ [10]. Estas excitaciones topológicas pueden aparecer por activación térmica cuando $E_v(L) \approx k_B T$. También, como se muestra a continuación, pueden ser inducidas por la presencia de un campo externo.

Hamiltoniano y estado fundamental

Si las energías magnética y electrostática son pequeñas, la única energía relevante es el acoplamiento Josephson y la red puede describirse por el Hamiltoniano:

$$\mathcal{H} = E_{J0} \sum_{red} (1 - \cos(\gamma_i)). \quad (1.8)$$

El estado fundamental del sistema está dado por una serie de valores de φ_i que minimizan \mathcal{H} , o lo que es lo mismo por serie de γ_{ij} que minimizan \mathcal{H} , y además satisfacen la condición de cuantización 1.6. No existen reglas generales para obtener estas configuraciones de fases, y suelen utilizarse algoritmos de minimización para obtenerlos numéricamente. Dado que la condición de cuantización depende sólo de la diferencia $(f - n)$, el Hamiltoniano es periódico en f con período 1. Por lo tanto, es esperable que la respuesta de la red sea también periódica en f . Toda la información relevante en la respuesta se encuentra en el intervalo $0 \leq f \leq 1/2$, dado que el Hamiltoniano es simétrico respecto a γ_i . Además, para valores racionales de $f = p/q$ habrá estados commensurados del campo con la red de juntas debido a que la densidad de vórtices inducidos por campo se corresponde con la densidad de centros de anclaje en la RJJ. Una medición que ejemplifica estas propiedades de periodicidad, simetría y commensuración puede verse en la Figura 1.5. Estas propiedades serán estudiadas en gran detalle a lo largo de esta tesis.

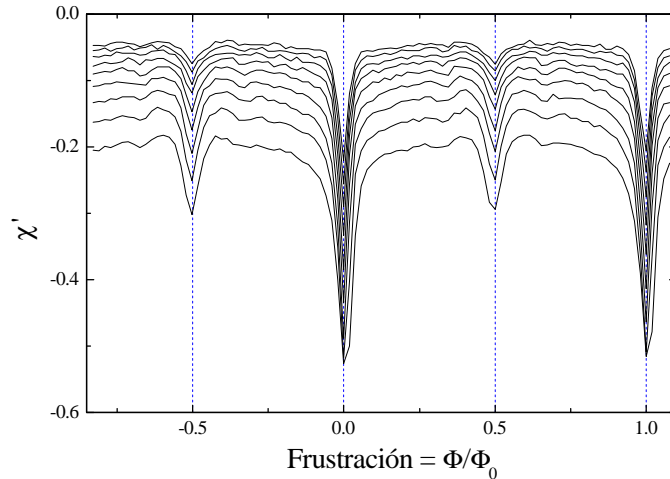


Figura 1.5: Medición de susceptibilidad magnética en función del flujo magnético aplicado medido en unidades de Φ_0 por plaqueta. Los efectos de commensuración y simetría respecto a $f = 0$ se observan claramente en esta figura. Susceptibilidad medida con bobinas serpentina en la muestra M8, $I_{ac} = 50 \mu\text{A}$, $\nu = 40 \text{ kHz}$, temperatura 1.73 a 2.37 K.

Modelo 2D XY no frustrado, y transición de Kosterlitz-Thouless

El modelo 2D XY sin frustración consiste en un arreglo periódico de espines localizados, acoplados a primeros vecinos mediante interacciones de tipo ferromagnético. Este modelo presenta una transición de Kosterlitz-Thouless (K-T) [3], y existe fuerte evidencia experimental de que el mismo tipo de transición ocurre en películas de Helio superfluido 2D [11], láminas delgadas de SC [12], redes de alambres SC [13], y en RJJ [14–16], dado que todos estos sistemas son realizaciones del modelo 2D XY.

El mecanismo básico de la transición K-T se puede analizar de la siguiente manera:

A temperatura nula, todas las fases apuntan en la misma dirección, por lo que todas las diferencias de fase son cero. Existe orden de largo alcance.

A temperaturas bajas, la primera manifestación de desorden aparece como fluctuaciones de espín de longitud de onda larga (ver Figura 1.6). Estas ondas de espín destruyen el orden de largo alcance. La función de correlación entre espines decrece algebraicamente, por lo que se dice que mantiene un orden de cuasi-largo alcance en este rango de temperaturas.

A temperaturas mayores aparecen pares vórtice-antivórtice (ver Figura 1.6) de tamaño cada vez mayor, inducidos por fluctuaciones térmicas. El costo energético de la creación de un par vórtice-antivórtice (v-av) de tamaño R es $E_{par} = 2\pi E_J \log(R/a)$. A toda temperatura finita habrá una distribución de tamaños de pares en equilibrio termodinámico. La transición de fase a un estado completamente desordenado ocurre cuando el tamaño medio de los pares diverge (o en muestras finitas excede el tamaño de la muestra). Se define así la temperatura crítica T_{KT} . Por encima de esta temperatura, el comportamiento del sistema está dominado por los vórtices libres que destruyen la coherencia del sistema. La función de correlación de espines es ahora de corto alcance (exponencial).

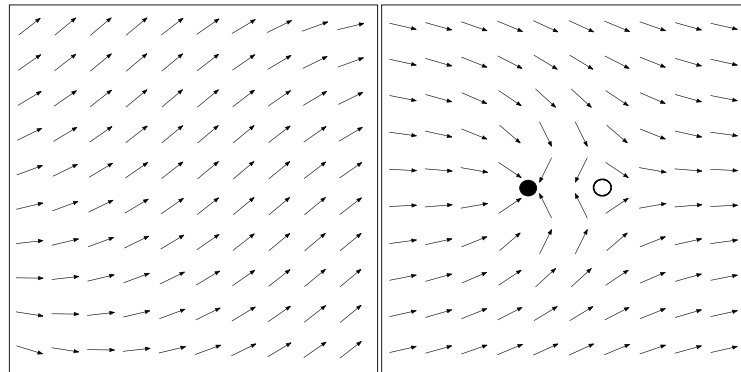


Figura 1.6: Izquierda: A temperaturas bajas el desorden se manifiesta como fluctuaciones de espín de longitud de onda larga. Derecha: A temperaturas más altas aparecen pares vórtice-antivórtice de tamaño finito que rompen el orden de largo alcance.

Toda la sutileza de la transición de K-T viene del hecho de que pares pequeños pueden producirse dentro de pares grandes, renormalizando la interacción exactamente como en un dieléctrico donde la interacción coulombiana efectiva entre dos cargas depende de la polarizabilidad del medio. La de K-T puede pensarse no como una única transición, sino como una sucesión de transiciones cada una determinada por el tamaño del sistema estudiado. Cada temperatura es la temperatura crítica para un dado tamaño de pares.

Potencial de anclaje para los vórtices

Un factor que determina el movimiento de los vórtices en RJJ es la discretitud de la red de juntas. Analizando las dos situaciones mostradas en la parte superior de la Figura 1.7, se ve que la energía potencial de un vórtice no es la misma si se coloca en distintas posiciones dentro de una plaqueta [17]. La energía total del sistema puede calcularse en cada una de estas configuraciones de las fases, utilizando métodos de relajación con fases fijas (descritos en el capítulo 4). La forma de este potencial efectivo se muestra en la parte inferior de la Figura 1.7. La energía es máxima sobre las islas, los puntos de ensilladura se encuentran sobre las juntas, y los mínimos se ubican en los centros de las celdas. Este potencial es periódico si el sistema es infinito, o si las condiciones de contorno son periódicas. Para redes de tamaño finito, este potencial se ve sustancialmente modificado al acercarse el vórtice a los bordes de la red. En el capítulo 5 se presenta un estudio exhaustivo del potencial efectivo que percibe un vórtice en una red de tamaño finito.

En términos de este potencial puede comprenderse de una manera más simple la dependencia periódica de la red de juntas con la frustración, mostrada en la Figura 1.5. Para valores racionales de la frustración, la red de vórtices será conmensurada con el potencial, y el anclaje de la red es más efectivo.

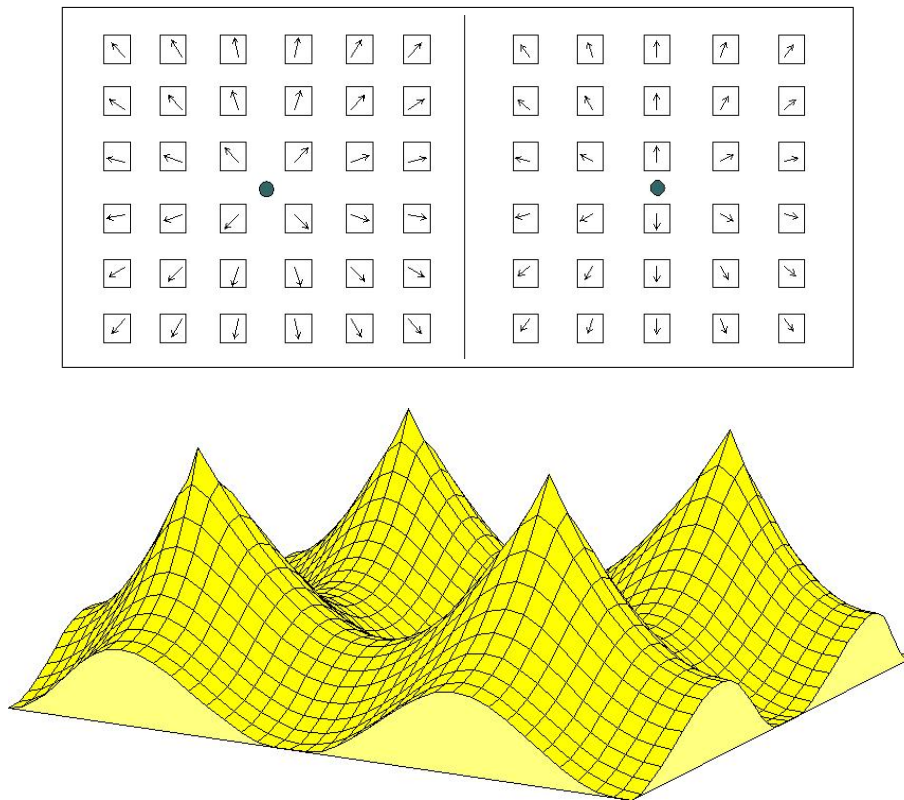


Figura 1.7: Arriba: Dos configuraciones de las fases, con vórtices en distintos puntos de una celda. Debido a la discretitud de la red estas dos configuraciones tienen distinta energía. Esto establece un potencial sobre el que se mueven los vórtices en la red. Abajo: Potencial efectivo de la red de juntas para los vórtices. Los máximos corresponden a los centros de las islas, y los mínimos a los centros de las plaquetas.

Efecto de la corriente sobre los vórtices

Una de las herramientas experimentales más importantes para estudiar la dinámica de vórtices es la medición de transporte, que implica inyectar una corriente sobre la muestra, y medir el voltaje inducido por el movimiento de los vórtices. Por ello vale la pena analizar en detalle el efecto de la corriente sobre los vórtices.

Al aplicar una corriente homogénea a través de la red, los vórtices experimentan una fuerza en la dirección ortogonal de la corriente de valor $\vec{F} = \vec{\phi}_0 \times \vec{I}$, de manera similar a la fuerza de Lorentz. El voltaje inducido en los electrodos de medición es proporcional, en el régimen sobreamortiguado, a la densidad de vórtices libres n_f presentes en la red. Este voltaje puede calcularse para una red cuadrada [6] a través de la expresión:

$$\langle V \rangle = 2R_N(n_f a^2)I.$$

Esta densidad de vórtices libres pasa de cero a $T < T_{KT}$ a un valor finito para $T \geq T_{KT}$. A través de esto las mediciones de transporte permiten extraer información de la densidad de vórtices y de la transición K-T.

Otra manera de crear vórtices libres es aplicar una corriente eléctrica, que empuja a los dos miembros de un par vórtice-antivórtice (v-av) en sentidos opuestos, reduciendo de manera efectiva la interacción del par, y asistiendo a su disociación térmica. Elaborando esto último, puede escribirse la energía de interacción de un par de tamaño R en presencia de una corriente dc, como el término logarítmico de interacción v-av, y un término proporcional a la corriente [6]:

$$E_{par}(R) = 2\pi E_J \log(R/a) - 2IR\Phi_0.$$

Para separaciones pequeñas, el término logarítmico domina y la interacción es atractiva. Para distancias grandes el término lineal introducido por la corriente domina, y la interacción es repulsiva. La energía de interacción es máxima para el tamaño crítico de un par r_c :

$$r_c = \frac{\pi E_J}{I\Phi_0}, \quad (1.9)$$

como se muestra en la Figura 1.8. Por lo tanto, a temperatura finita, algunos pares podrán saltar la barrera por activación térmica. Lo harán con una probabilidad $\Gamma \propto e^{-E_{par}(r_c)/k_B T}$. Por ello, la magnitud de la corriente I utilizada para la medición fija una escala de tamaños de pares, del orden de r_c , dado por la ecuación 1.9.

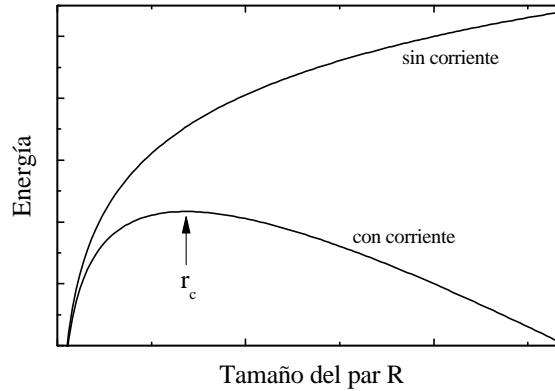


Figura 1.8: La energía de un par vórtice-antivórtice, con y sin corriente aplicada. La corriente produce una fuerza que tiende a romper el par.

Los vórtices como partículas

Ya hemos visto en secciones anteriores que los vórtices en las RJJ en ciertas condiciones se comportan como partículas: tienen energías de interacción entre ellos y una energía potencial debida a la red. Esta analogía puede extenderse para asignarles otras propiedades de partícula, como masa M_v , rozamiento η_v , y respuesta a fuerzas externas. Esto nos permite construir una ecuación de movimiento para los vórtices del tipo:

$$M_v \ddot{x} - \eta_v \dot{x} = F_{ext} + U(x).$$

Las magnitudes de los términos equivalentes de masa, rozamiento, fuerza, se muestran en la tabla 1.1. Estas propiedades han sido estudiadas y medidas tanto en simulaciones como en experimentos [17–21]. El término de masa es originado por la capacitancia del modelo RCSJ. Esta capacitancia tiende, en un circuito eléctrico, a mantener el voltaje constante, que en la juntura es proporcional a la variación de las fases. Dado que la velocidad de los vórtices está directamente asociada a la variación de las fases, el término capacitivo tiende a mantener la velocidad del vórtice constante, análogo a un término inercial.

El término disipativo, proporcional a la velocidad surge del término resistivo de la corriente en la juntura. La velocidad del vórtice se asocia a una variación de las fases en el tiempo, que genera un voltaje dado por la ecuación 1.2. Un voltaje no nulo produce una corriente a través de la resistencia normal produciendo disipación, dando como resultado una viscosidad efectiva.

Una fuerza externa se puede aplicar sobre los vórtices haciendo circular una corriente a través de la red. Los vórtices experimentan en ese caso una fuerza proporcional a su magnitud en la dirección ortogonal a la corriente. Esta fuerza toma un valor de $F = \vec{\phi}_0 \times \vec{I}$ de manera similar a la fuerza de Lorentz.

Para completar esta analogía mecánica de los vórtices debemos considerar la idea de una estructura de vórtices. Al igual que un gas de partículas interactuantes puede pasar a fases sólidas o líquidas al aumentar la densidad o reducir la temperatura, algo similar ocurre con los vórtices en este tipo de sistemas bidimensionales. Los vórtices pueden formar estructuras ordenadas y pueden medirse propiedades como la fusión de la red de los vórtices [22].

Ha sido observado en simulaciones numéricas que al aplicar una fuerza homogénea sobre la red de vórtices, y una vez que éstos son puestos en movimiento, aparecen nuevas fases dinámicas en la estructura de vórtices [23–25]. Una de las características más curiosas de estas fases es que el orden es anisotrópico respecto a la dirección de la corriente. En otras palabras, la correlación de fases es diferente en las direcciones paralela y perpendicular a la corriente. Esta anisotropía ha sido observada sólo en simulaciones numéricas, nunca en

Análogo mecánico	Magnitud	Producido por
Masa	$M_v \approx \left(\frac{\Phi_0}{a}\right)^2 \frac{C}{2}$	Capacitancia
Velocidad	$\propto \frac{d\varphi}{dt}$	Variación de las fases
Viscosidad	$\eta_v \approx \left(\frac{\Phi_0}{a}\right)^2 \frac{1}{2R}$	Resistencia
Fuerza externa	$\vec{F}_{ext} = \vec{\phi}_0 \times \vec{I}$	Corriente externa
Energía Potencial	$U(x) \sim E_b \sin(2\pi x/a)$	Discretitud de la red
Interacción V-V	$E_{vv}(R) = 2\pi E_{J0} \log(R/a)$	Corrientes inducidas

Cuadro 1.1: Analogía mecánica de los vórtices en RJJ.

experimentos. Medir esta anisotropía fue una de las principales motivaciones a lo largo de los años de este trabajo, que terminó con el diseño y fabricación de las bobinas serpentina, descritas en el capítulo 7, y utilizadas como herramienta de medición en el capítulo final de ésta tesis.

Velocidad de los vórtices

En algunas situaciones particulares resulta útil conocer la velocidad a la que se mueven los vórtices como resultado de la fuerza ejercida por una corriente I . Dado que el movimiento es sobreamortiguado, la magnitud de la velocidad v puede calcularse a partir del producto $v\eta$ y del valor del coeficiente de rozamiento η [20], dando como resultado:

$$v = \frac{a}{\Phi_0} \frac{I}{N} 2R_N \quad (1.10)$$

donde N es el número de junturas en un lado de la red cuadrada; I/N es la corriente que circula por cada juntura; y R_N es la resistencia remanente de la red al hacerse superconductoras las islas de Pb. Por ejemplo en la curva de la Figura 2.3, el valor es de aproximadamente $R_N \approx 4 \text{ m}\Omega$; típicamente es de unos 2 a 10 m Ω . Los valores usuales de los otros parámetros son: el parámetro de red $a = 10 \mu\text{m}$ y la corriente inyectada $I = 1 \text{ mA}$. Con estos valores se llega finalmente al valor de velocidad de $v \approx 40 \text{ m/seg}$.

Escalas de energía

En el estudio de vórtices RJJ, y en general en superconductores, es relevante la competencia entre las distintas escalas de energía: la agitación térmica, medida por $k_B T$; la energía de interacción vórtice-vórtice; y la energía de interacción con el sustrato, o anclaje. En RJJ estas dos últimas se encuentran íntimamente relacionadas, ya que ambas se miden en unidades de la energía de acoplamiento Josephson E_{J0} . La fuerza ejercida sobre los vórtices al aplicar una corriente externa también puede interpretarse en términos de un potencial inclinado. También entran en juego en general las energías magnética y capacitiva, pero en este trabajo se las puede considerar despreciables, debido a los parámetros utilizados al construir las RJJ.

En los capítulos 4 y 5, el énfasis está puesto en la energía de anclaje de los vórtices (y en menor medida en el potencial relacionado a la corriente).

En el capítulo 6, de RJJ ratchet, el foco está puesto en la energía de interacción de los vórtices con el sustrato, en el caso particular de RJJ moduladas de manera de tener potenciales periódicos y asimétricos. Sin embargo también se mostrará que es necesario tener en cuenta el término de interacción v-v para comprender completamente el comportamiento de los vórtices en dichos potenciales. El papel de la temperatura se limita a modificar la magnitud de E_{J0} , pero no juega un papel relevante en el efecto ratchet estudiado.

En los capítulos 7 y 8 se mostrará que para un estudio completo de las RJJ deben incluirse todas las escalas de energía, temperatura, anclaje periódico, interacción v-v y corriente.

1.3. Organización de esta tesis

Esta tesis está organizada de la siguiente manera:

En el capítulo 2 se presentan las técnicas experimentales utilizadas para el estudio de RJJ y su interpretación en términos de la dinámica de los vórtices.

En el capítulo 3 se expone primero una breve descripción de todas las técnicas de fabricación disponibles en el laboratorio en la actualidad. Luego se expone en detalle el proceso para la fabricación de las muestras. Finalmente se presenta el proceso de fabricación de las bobinas serpentina.

El capítulo 4 está dedicado a describir las técnicas numéricas-computacionales que se utilizaron en esta tesis, como por ejemplo los métodos de fases fijas para calcular el potencial de vórtices en RJJ homogéneas e inhomogéneas.

En el capítulo 5 se presentan algunos resultados analíticos (como el modelo de anillos) y numéricos, obtenidos en redes de tamaño finito.

En el capítulo 6 se describen los experimentos realizados con RJJ moduladas con forma de ratchet, se estudia la rectificación del movimiento de los vórtices en estos potenciales y se presenta evidencia de la relación entre el efecto ratchet y la estructura de vórtices.

El capítulo 7 está dedicado a un análisis detallado del funcionamiento de las bobinas serpentina, una técnica novedosa de medición de inductancia cinética en películas delgadas y muestras 2D, que además es capaz de distinguir propiedades anisotrópicas en la dinámica de vórtices.

Y por último, en el capítulo 8 se presentan los experimentos realizados con las bobinas serpentina introducidas en el capítulo precedente. Con la ayuda de estas bobinas se estudian los regímenes dinámicos de vórtices en RJJ con corriente aplicada.

Bibliografía

- [1] J. M. Kosterlitz y D. Thouless, en *Prog. Low Temp. Phys.*, editado por D. F. Brewer (North-Holland, Amsterdam, 1978), Vol. VII B, Cap. 5: *Two-Dimensional Physics*, p. 371.
- [2] D. J. Thouless, en *The New Physics*, editado por P. Davies (Cambridge University Press, New York, 1989), Cap. 7: *Condensed matter physics in less than three dimensions*.
- [3] J. Kosterlitz y D. Thouless, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **6**, 1181 (1973).
- [4] A. Barone y G. Paternó, *Physics and Applications of the Josephson Effect* (John Wiley & Sons, New York, 1982).
- [5] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, 2 ed. (McGraw-Hill, New York, 1996).
- [6] R. S. Newrock, C. J. Lobb, U. Geigenmüller, y M. Octavio, *Solid State Physics* **54**, 263 (2000).
- [7] B. D. Josephson, *Phys. Lett.* **1**, 251 (1962).
- [8] V. L. Ginzburg y L. D. Landau, *Zh. Eksperim. i Teor. Fiz.* **20**, 1064 (1950).
- [9] V. Ambegaokar y B. I. Halperin, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 1364 (1969).
- [10] J. Pearl, *Appl. Phys. Lett.* **5**, 65 (1964).
- [11] D. J. Bishop y J. D. Reppy, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 1727 (1978).
- [12] A. F. Hebard y A. T. Fiori, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 291 (1980).
- [13] B. Jeanneret, P. Flückiger, J. L. Gavilano, C. Leemann, y P. Martinoli, *Phys. Rev. B* **40**, 11374 (1989).
- [14] D. J. Resnick, J. C. Garland, J. T. Boyd, S. Shoemaker, y R. S. Newrock, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1542 (1981).
- [15] D. W. Abraham, C. J. Lobb, M. Tinkham, y T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **26**, 5268 (1982).
- [16] C. Leemann, P. Lerch, G. A. Racine, y P. Martinoli, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1291 (1986).
- [17] M. Rzchowski, S. Benz, M. Tinkham, y C.J.Lobb, *Phys. Rev. B* **42**, 2041 (1990).
- [18] U. Geigenmüller, C. Lobb, y C. Whan, *Phys. Rev. B* **47**, 341 (1993).
- [19] J. van Himbergen, T. Hagenars, J. V. José, y P. Tiesinga, *Phys. B: Cond. Matt.* **222**, 299 (1996).
- [20] W. Yu y D. Stroud, *Phys. Rev. B* **49**, 6174 (1994).

- [21] T. Hagenars, P. Tiesinga, J. van Himbergen, y J. V. José, *Phys. Rev. B* **50**, 1143 (1994).
- [22] H. Pastoriza, M. F. Goffman, A. Arribére, y F. de la Cruz, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2951 (1994).
- [23] A. B. Kolton, D. Domínguez, y N. Grønbech-Jensen, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3061 (1999).
- [24] V. I. Marconi y D. Domínguez, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4922 (1999).
- [25] V. I. Marconi y D. Domínguez, *Phys. Rev. B* **63**, 174509 (2001).

Capítulo 2

Detalles experimentales

El estudio experimental de la dinámica de vórtices en RJJ requiere del uso de numerosas técnicas que van desde la fabricación de la muestra, montaje en el equipo de medición, hasta la medición de distintas propiedades físicas. En la caracterización y exploración de una RJJ las técnicas usualmente empleadas se dividen en transporte eléctrico, y susceptibilidad magnética. En este capítulo se describirán estos experimentos, junto con otros detalles importantes a tener en cuenta al preparar la muestra para la medición.

2.1. El equipo de medición

Todas las mediciones presentadas en esta tesis fueron realizadas en un crióstato de dos etapas: la primera de ${}^4\text{He}$ permite llegar a $T \approx 1.2\text{ K}$; y la segunda de ${}^3\text{He}$ permite bajar hasta $T \approx 0.5\text{ K}$ (ver Figura 2.1). El campo magnético estático es aplicado utilizando una bobina superconductora de 350 vueltas, que produce unos 40 G/A. Para una descripción más detallada del crióstato y el método de control de la temperatura, consultar referencia [1].

Los protocolos de medición se definen y programan en una computadora PC, utilizando

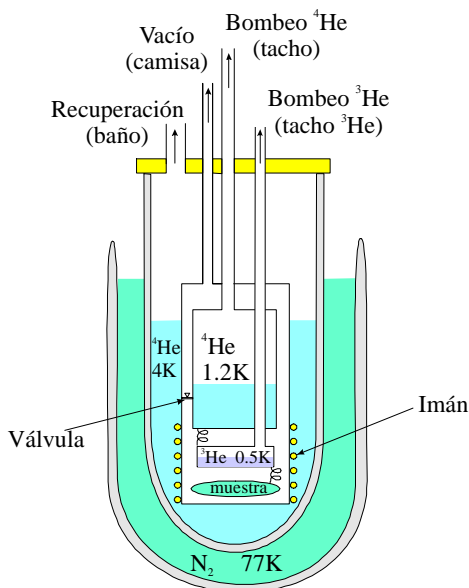


Figura 2.1: Esquema del crióstato utilizado para las mediciones a bajas temperaturas. Para más detalles consultar [1].

el lenguaje de programación C. Desde allí se controlan todos los equipos a través de una interfase IEEE-488. Los instrumentos empleados son: un nanovoltímetro HP34420A para todas las mediciones de voltaje dc; dos o tres fuentes de corriente programables Keithley 220 y 224, para la inyección de corriente dc a la muestra y al imán; un controlador de temperatura Conductus LTC-21; y un amplificador lock-in EG&G 5302 con un preamplificador 5316A para todas las mediciones alternas, tanto de transporte como de susceptibilidad.

Las mediciones se programan a partir de funciones básicas que leen y controlan cada uno de los equipos. Ejemplo de estas funciones son: la lectura de la temperatura; control del setpoint del controlador de temperatura; lectura de voltaje; control de la corriente; lectura de voltaje ac del lock-in; y control de frecuencia y amplitud del oscilador del lock-in.

Preparación de las muestras para la medición

Las muestras son en general películas delgadas depositadas y definidas litográficamente sobre un sustrato de silicio (Si). Las islas superconductoras son cuadrados (o cruces) de plomo (Pb), acopladas débilmente a través de una capa de cobre (Cu) colocada abajo, formando juntas de tipo S-N-S. Las islas tienen un tamaño típico de entre 1 y 10 μm , separadas unas de otras por distancias de entre 0.1 y 2 μm . Las redes fabricadas son cuadradas, de entre 100 y 1000 islas por lado. El proceso de fabricación se describe con detalle en el capítulo 3. Como sustrato se utiliza usualmente Si monocristalino, en tamaño que varía desde 2 mm \times 2 mm en las muestras más pequeñas, hasta 18 mm \times 18 mm en las muestras con bobinas serpentina. Para la conexión hasta el exterior del crióstato se colocan alambres de Cu, que son adheridos a los electrodos de la muestra (ver Figura 2.2) mediante epoxi conductor Epotek y pintura de plata Dupont 4929. El primero ofrece una buena resistencia mecánica, y asegura que el cable no se despegue durante el montaje o medición, y el segundo se agrega para mejorar el contacto eléctrico, ya que posee mejores propiedades conductoras.

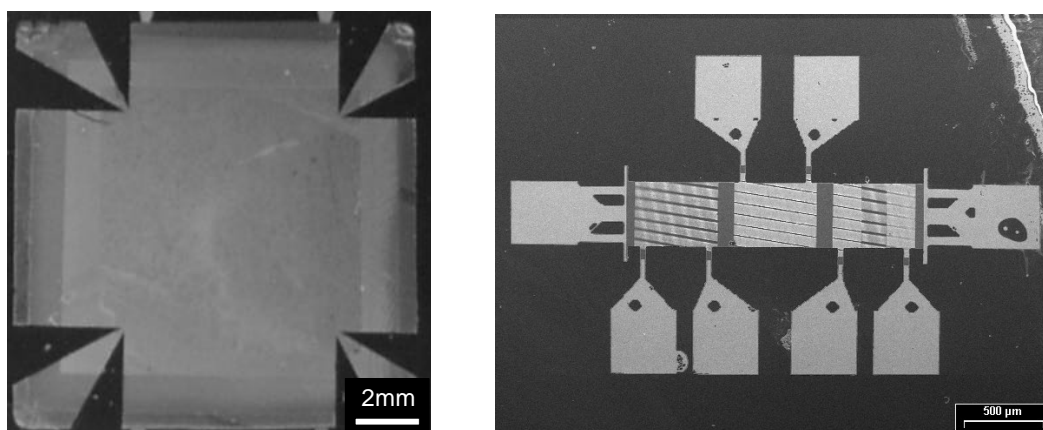


Figura 2.2: Izquierda: Fotografía de una muestra preparada para la medición de transporte con corriente en ambas direcciones. Las juntas Josephson están ubicadas en la región central. Los contactos en forma de estrella se utilizan para aplicar corriente y medir voltaje en ambas direcciones. Derecha: Fotografía de una muestra con contactos de corriente en una dirección. Las juntas Josephson están ubicadas en las zonas rayadas. Se pueden ver los contactos de corriente a ambos extremos, y tres pares de contactos de tensión para medir tres muestras simultáneamente.

2.2. Mediciones de transporte

Para realizar las mediciones de transporte en estas muestras bidimensionales, se definen litográficamente los contactos de tensión y corriente, lo que permite un gran control de las geometrías de inyección de corriente en la muestra. Las geometrías más usadas se muestran en la Figura 2.2. La de forma de estrella se utiliza para mediciones con corriente en ambas direcciones; y la geometría lineal, para corriente en una sola dirección. La primera configuración permite, además colocar corriente en ángulos arbitrarios, si se colocan las magnitudes adecuadas de corriente en cada dirección.

En la geometría de contactos lineales es posible utilizar una única serie de contactos de corriente para varias muestras, colocando una muestra tras otra. De esta forma se ahorran cables de conexión, permitiendo medir más muestras a la vez (típicamente tres). Se tiene además la ventaja adicional de que esas tres muestras se fabrican en condiciones prácticamente idénticas.

Todas las mediciones de voltaje dc se realizaron con un nanovoltímetro HP34420A, que tiene un voltaje mínimo detectable de 1 nV, con un ruido de típicamente 20 nV. El protocolo 'tradicional' para sustraer los voltajes de contactos consiste en medir el voltaje producido al colocar corriente positiva, luego la misma corriente negativa, y tomar el valor medio de ambos como voltaje medido a esa corriente. Sin embargo este protocolo da resultados incorrectos, o al menos incompletos cuando el voltaje intrínseco correspondiente a ambos sentidos de la corriente en la misma dirección no son iguales. Este es el caso, por ejemplo, en las muestras de potencial asimétrico ratchet presentadas en el capítulo 6. Por ello se implementó un nuevo protocolo que consiste en colocar corriente, medir el voltaje, y luego retirar la corriente y medir el nuevo voltaje. De esta manera, simplemente restando el segundo al primero, se obtiene el voltaje correspondiente a la magnitud y también al *sentido* de la corriente aplicada.

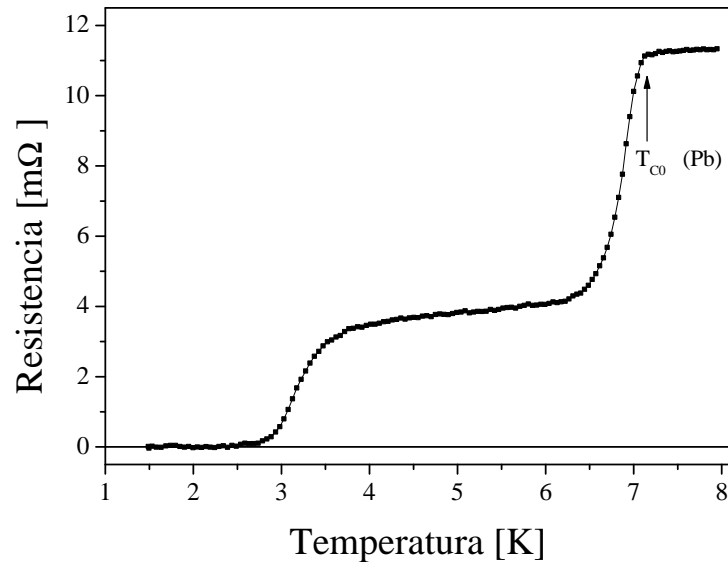


Figura 2.3: Curva típica de resistencia en función de la temperatura de una RJJ.

Medición $R - T$

Una de las curvas obtenidas por transporte es la de resistencia $R = V/I$ en función de la temperatura. En la Figura 2.3 se muestra una curva típica $R - T$. A temperaturas altas, mayores que $T > T_{C0} = 7.2\text{K}$ las islas de Pb son normales y la muestra tiene la resistencia correspondiente al estado normal, tanto del Pb como del Cu. A T_{C0} el Pb se hace superconductor. Pero la resistencia no se anula, porque la diferencia de fases entre islas tiene grandes fluctuaciones térmicas debido a que $E_{J0} \ll k_b T$, o lo que es lo mismo, existen vórtices libres generados térmicamente. Recién a $\sim 3\text{K}$ ocurre la transición de Kosterlitz-Thouless, donde el acoplamiento Josephson entre las islas es más fuerte que la agitación térmica, ya no hay vórtices libres, y la red se hace superconductora. El valor de esta última temperatura de transición depende de la calidad de las muestras fabricadas, y principalmente de los parámetros geométricos de las junturas.

Característica $V - I$

Resulta de fundamental importancia en las mediciones de transporte el hecho que el voltaje inducido en los electrodos de medición es proporcional, en el régimen sobreamortiguado, a la densidad de vórtices libres presentes en la red. Este voltaje puede calcularse para una red cuadrada [2] a través de la expresión:

$$\langle V \rangle = 2R_N(n_f a^2)I.$$

Teniendo en cuenta este hecho, las mediciones de voltaje en función de la corriente a temperatura constante, o características $V - I$ permiten estudiar en gran detalle la transición de Kosterlitz-Thouless. A temperaturas mayores que T_{KT} hay una población de vórtices libres independiente de I , que dan una resistencia lineal, $V \propto I$. Por debajo de T_{KT} , no hay vórtices libres a $I = 0$, y los únicos vórtices libres son los generados por la corriente, por lo que la dependencia es no-lineal. Justo debajo de T_{KT} , el número de vórtices libres crece como I^2 [3], por lo que el voltaje crece como $V \sim I^{\alpha(T)}$, con $\alpha(T_{KT}) = 3$. El salto de la dependencia lineal $\alpha = 1$ por encima de T_{KT} a $\alpha = 3$ justo debajo de T_{KT} es usualmente tomado como un indicador de la transición de K-T.

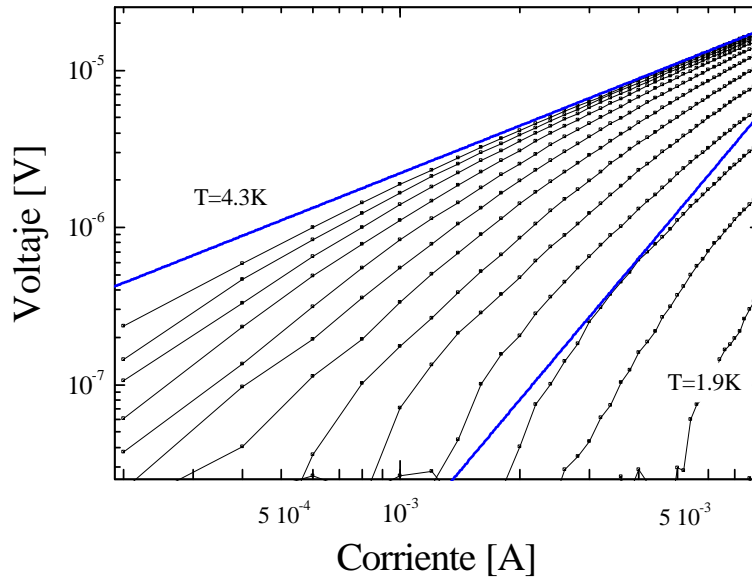


Figura 2.4: Gráfica log – log típica de voltaje en función de la corriente en una RJJ, para distintas temperaturas. Las líneas gruesas continuas corresponden a rectas de pendientes 1 y 3.

En la Figura 2.4 se muestra una gráfica log–log de algunas curvas $V - I$, a varias temperaturas. En estas gráficas en escala logarítmica, las pendientes de las curvas corresponden directamente al factor α . Como una guía al ojo se muestran las líneas gruesas continuas, que corresponden a rectas de pendiente 1 y 3, es decir a $V \propto I^\alpha$, con $\alpha = 1$ y 3. A temperaturas altas, las curvas superiores en la gráfica, la dependencia es prácticamente lineal. A temperaturas menores el comportamiento se desvía de la linealidad debido a que la corriente rompe pares v-av, cambiando la densidad de vórtices libres. Para determinar experimentalmente la dependencia con temperatura del exponente $\alpha(T)$ suelen utilizarse los valores de voltaje más pequeños. En comparación con la línea gruesa de pendiente 3, resulta evidente que α a temperaturas bajas toma valores mayores que 3.

Curvas $R - H$

En las curvas de magnetoresistencia o resistencia en función del campo magnético (R-H) se ponen en evidencia los efectos de commensuración de la red de vórtices con el potencial periódico de caja de huevos, explicado en el capítulo previo, así como también los efectos de periodicidad y simetría del Hamiltoniano de la RJJ [4]. En la Figura 2.5 se muestra un ejemplo de resistencia en función del campo magnético. En el inset se muestra un detalle, donde se aprecia el comportamiento periódico con la frustración, y el efecto de la commensuración de la red de vórtices con la red periódica de anclaje, para f fraccionarios. Se observa también la simetría de la curva respecto a una inversión del campo, poniendo en evidencia la simetría de \mathcal{H} respecto a f . Para frustraciones grandes, el campo magnético que penetra en las juntas modifica su corriente crítica I_{CJ} de acuerdo a:

$$I_{CJ} = I_{CJ0} \left| \frac{\sin(\pi\Phi/\Phi_0)}{\pi\Phi/\Phi_0} \right|,$$

donde Φ es el flujo magnético externo encerrado en la junta. Cuando el campo magnético aplicado es tal que $\Phi/\Phi_0 = 1$ la corriente crítica de las juntas es cero, como resulta evidente del valor de la resistencia a campos altos.

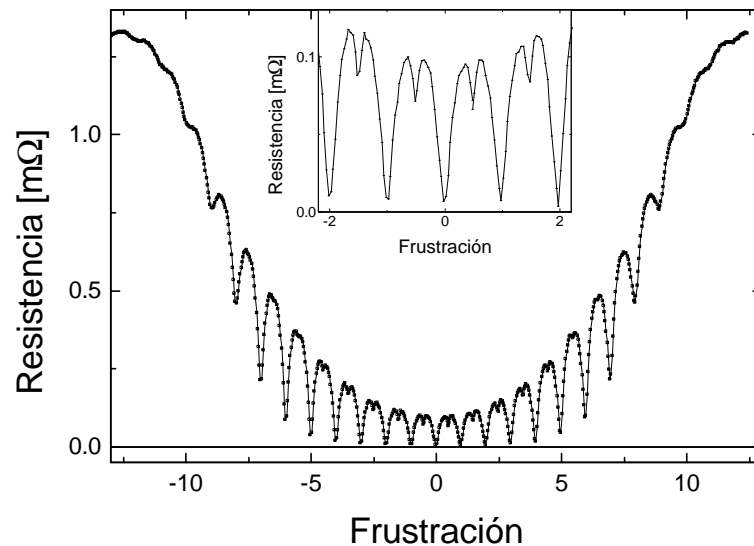


Figura 2.5: Magnetoresistencia de una RJJ. En el inset se muestra un detalle. Muestra M8, S-N-S. Condiciones de medición: $T = 2.14$ K, $I = 4$ mA.

2.3. Mediciones inductivas

El estudio de la transición de K-T se ha presentado hasta aquí basada en mediciones de resistividad y características V-I, que son propiedades de frecuencia nula. Sin embargo, una mejor y más completa imagen del sistema de vórtices se obtiene con estudios dependientes del tiempo. La técnica de inductancia mutua con dos bobinas [5–8] mide la impedancia de superficie, y permite extraer información de las propiedades dinámicas de los vórtices. En esta tesis introducimos una variante novedosa de ésta técnica, con ventajas apreciables en la aplicación a películas delgadas, y con la potencialidad de medir propiedades anisotrópicas. Debido a la longitud de la descripción, se dedica el capítulo 7 a esta nueva técnica. No obstante resulta conveniente presentar una descripción del experimento tradicional, que sigue a continuación.

Antes de considerar los detalles del sistema, conviene enumerar algunas de las ventajas intrínsecas de la medición inductiva:

- Es adecuada para muestras de baja impedancia, como SC.
- Su alta sensibilidad permite utilizar excitación muy pequeña, para estudiar el régimen de respuesta lineal.
- Se puede trabajar en un amplio rango de frecuencias, y permite poner libremente el campo estático.
- Si el radio de las bobinas es suficientemente pequeño, es posible eliminar los efectos de borde, y tener mediciones locales.
- Es una técnica sin contacto galvánico.

Sin embargo también deben tenerse en cuenta sus limitaciones. Esta técnica es principalmente sensible a λ_{\perp} , la longitud de penetración efectiva del campo magnético, en escalas de tamaño del orden de r_b , tamaño característico de las bobinas. El sistema pierde sensibilidad en los límites $\lambda_{\perp} \ll r_b$ y $\lambda_{\perp} \gg r_b$. No obstante, el rango de sensibilidad es suficientemente grande para hacer de esta una técnica mucho más sensible que las mediciones de transporte. La otra desventaja importante es que la información de la dinámica de vórtices no puede obtenerse directamente de la medición. Si bien este post-procesamiento no tiene parámetros ‘subjetivos’, no deja de ser una medida un poco más indirecta que las mediciones de transporte, donde el voltaje medido es directamente proporcional a la velocidad de los vórtices. Este procesamiento se describe en detalle más abajo.

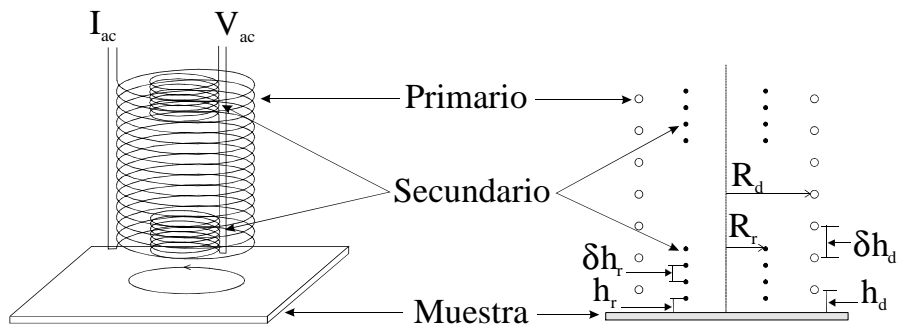


Figura 2.6: Esquema y corte de las bobinas circulares para medición de susceptibilidad magnética local.

El diseño experimental se muestra esquemáticamente en la Figura 2.6. Una corriente alterna es aplicada en la bobina de excitación (primario), e induce un voltaje en la de detección (secundario). Sin muestra este es simplemente un transformador. La muestra altera la respuesta en el secundario. Por ejemplo, si la muestra fuera un metal normal, las corrientes inducidas en él crean una componente adicional al campo magnético que pueden ser detectadas por el secundario. En las bobinas reales, se colocan dos bobinas secundario colocadas en contraposición. Esto sirve para cancelar la señal inducida por el primario cuando no hay muestra presente. Al colocar una muestra los dos secundarios dejan de estar balanceados y se mide una señal. Es posible calcular el voltaje producido en el secundario a partir de la distribución de corriente superficial $\vec{K}_s(\vec{r})$ inducida en la muestra por las corrientes del primario $\vec{j}_d(\vec{r})$. Utilizando un formalismo desarrollado por J. Pearl [9, 10] puede obtenerse una expresión analítica de esas corrientes inducidas en la muestra. El desarrollo de este resultado se presenta en el apéndice al final de este capítulo. Se obtiene finalmente la densidad de corriente inducida en la muestra, a partir de la cual se calcula el voltaje inducido en el secundario en función de los parámetros geométricos de las bobinas y las propiedades superconductoras de la muestra.

Experimentalmente, este tipo de bobinas se fabrica enrollando cuidadosamente unos delgados alambres de Cu o Nb sobre un cilindro hueco de Delrin. En el hueco se coloca un segundo cilindro de Delrin de diámetro más pequeño, sobre el que se enrollaron previamente los secundarios. Luego el conjunto se sumerge en resina Stycast, para darle mayor rigidez.

Las mediciones de voltaje inducido en el secundario se realizan con un amplificador lock-in EG&G 5302 con un preamplificador 5316A, midiendo las dos componentes, en fase y cuadratura. La corriente de excitación se coloca utilizando el oscilador del amplificador lock-in, con frecuencia y amplitud controlables. Dado que esta es una fuente de tensión, se coloca una resistencia en serie con la bobina primario. El valor de la resistencia se elige de 1 ó 10 k Ω , mucho mayor que la resistencia de las bobinas, para fijar el valor total de resistencia del circuito, y por ende el valor de corriente. En la Figura 2.7 se muestra una curva típica de las partes real e imaginaria de la susceptibilidad $\chi = \chi' + i\chi''$. La parte real χ' da cuenta de las corrientes inductivas, en contrafase de la excitación, y la parte imaginaria χ'' las corrientes disipativas, en fase con las corrientes de excitación. A temperaturas bajas la red se comporta como un superconductor usual, con parte disipativa nula, y parte inductiva máxima. Por encima de T_{KT} la red se comporta como un metal normal, con respuesta puramente óhmica, por lo que las corrientes inducidas decaen rápidamente. En la transición la disipación tiene un valor máximo debido a las fluctuaciones.

Procesamiento de los datos de susceptibilidad

La impedancia de los cables de acceso a las bobinas ($Z_C = R_C + i\omega L_C + 1/(i\omega C_C)$) es en magnitud comparable a la impedancia de las propias bobinas Z_B , por lo que el voltaje inducido en las bobinas en un extremo de los cables está desfasado respecto de lo que se mide en los bornes del lock-in, al otro extremo de los cables. Eso ocurre tanto para el primario como para el secundario. Por ello es necesario realizar un proceso de “enfasado”, en que se toman las dos fases medidas por el lock-in a 90° una de la otra, y se las rota y normaliza, para poder visualizar estos datos de voltaje alterno como susceptibilidad. Primero se rotan lo suficiente para que en una de las componentes, χ' quede todo el salto en temperatura, y la otra componente χ'' tenga el mismo valor en ambos extremos de temperatura. Luego se desplazan para llevar la parte de T alta de ambas a cero. Y finalmente se normalizan por el valor resultante de χ' a T baja. El cálculo de las dos componentes de la susceptibilidad a

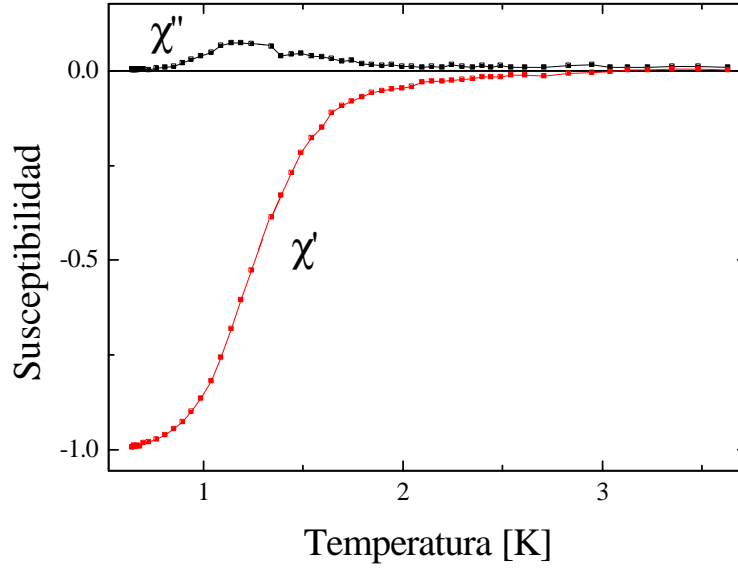


Figura 2.7: Susceptibilidad magnética en función de la temperatura, medido con el lock-in para la muestra M19, medido con una excitación de $40\mu\text{A}$ y una frecuencia de 40kHz .

partir de los voltaje medidos se realiza a través de:

$$\chi' = \frac{o_1 + V_1 \cos \phi + V_2 \sin \phi}{n}$$

$$\chi'' = \frac{o_2 - V_1 \sin \phi + V_2 \cos \phi}{n}$$

donde V_i es la componente i del voltaje medido; ϕ es el ángulo de rotación; o_i el offset de cada componente; y n es el factor de normalización. El ángulo, los offsets y el valor de normalización se calculan a partir del valor de ambas componentes de V_i en los extremos de temperatura alta y baja, para que satisfagan las condiciones arriba explicadas. Las expresiones resultantes son:

$$\phi = \arctan \left(\frac{-a_1 + b_1}{+a_2 - b_2} \right)$$

$$o_1 = -b_1 \cos \phi - b_2 \sin \phi$$

$$o_2 = +a_1 \sin \phi - a_2 \cos \phi$$

$$n = -o_2 + b_1 \sin \phi - b_2 \cos \phi$$

donde a_i es el valor de V_i en el límite de temperatura alta; y b_i el valor en el límite de baja temperatura. De modo que necesito medir una vez la transición desde la temperatura alta hasta la baja para obtener todos los valores de rescaleo. A partir de allí puedo usar esos valores para todas las mediciones a la misma amplitud y frecuencia. En la Figura 2.7 se muestra el resultado final de este procesamiento.

Bobinas rectangulares

Se fabricó también una serie de bobinas rectangulares para la detección anisotrópica. Estas bobinas inducen sobre la muestra corrientes que siguen aproximadamente la geometría del primario. Por ello, la señal medida en el secundario será producida por corrientes circulando en la muestra en una dirección preferencial, permitiendo en principio detectar propiedades anisotrópicas en el movimiento de vórtices. La fabricación de estas bobinas es

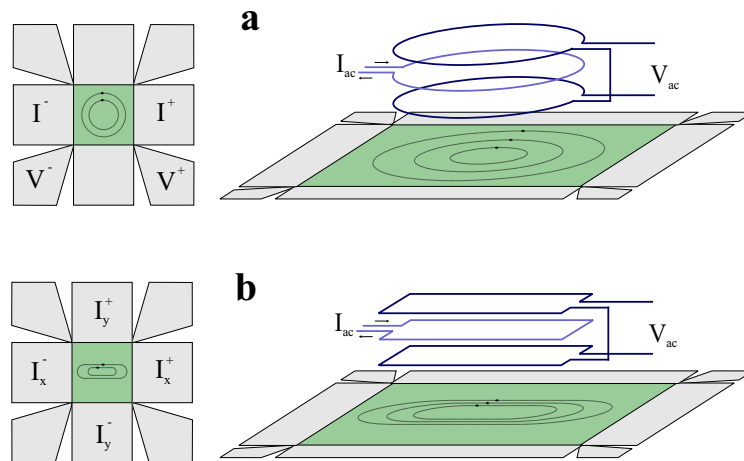


Figura 2.8: **a** Esquema de la técnica de bobinas circulares. **b** Esquema de la técnica de bobinas rectangulares.

similar a la de las circulares, pero esta vez en lugar de usar un cilindro como núcleo, se usa un prisma rectangular. En la Figura 2.8 se muestra un esquema de este tipo de bobinas, en comparación con las bobinas circulares. En el apéndice al final de este capítulo se presenta el cálculo del voltaje inducido en el secundario, siguiendo un procedimiento similar al de bobinas circulares. Para mayor detalle en la fabricación y algunos resultados obtenidos con estas bobinas consultar [1] y [11].

En el cuadro 2.1 se presentan los valores de los parámetros geométricos de las bobinas fabricadas. La relación largo/ancho es de aproximadamente 4:1, por lo que una medición realizada con estas bobinas dará información no estrictamente anisotrópica. La señal detectada será en parte producto de corrientes circulando en la muestra en la dirección ‘larga’, y en parte a corrientes en la dirección ‘corta’. En vista de esta “isotropía de las bobinas anisotrópicas” surgió la idea de construir bobinas serpentina, con una relación de aspecto mucho mayor. Además estas bobinas están fabricadas por técnicas litográficas directamente sobre la muestra, por lo que la distancia bobina/muestra se reduce al espesor de la capa aislante, que puede hacerse tan delgada como $2\ \mu\text{m}$, dando una sensibilidad mucho mayor que las bobinas tridimensionales tradicionales. La fabricación de estas bobinas se describe en la sección 3.7, y su efecto sobre la muestra en el capítulo 7.

Apéndice. Análisis de la medición inductiva

Bobinas circulares

El cálculo analítico de la respuesta inductiva del sistema exige como primer paso calcular las corrientes sobre la muestra producidas debido a la bobina de excitación. Para esto escribimos las corrientes en las bobinas de excitación en coordenadas cilíndricas:

$$\vec{j}_d(\vec{r}) = I_d \delta(r - R_d) \sum_{n=0}^{N_d-1} \delta[z - h_d + n\delta h_d] \vec{\varphi}$$

donde las variables geométricas R_d , h_d y δh_d están definidas en la Figura 2.6. La transformada de Fourier tridimensional de estas corrientes es:

$$\tilde{j}_d(\vec{q}) = I_d R_d \sum_{n=0}^{N_d-1} e^{iq_z[h_d + n\delta h_d]} J_1(q_t R_d) \vec{\varphi}$$

donde q_t y q_z son las componentes del vector de onda en el plano y perpendicular al plano, y $J_1(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ix \cos \phi} d\phi$ es la función de Bessel de primer orden. En un trabajo muy citado, J. Pearl [10] encontró la expresión de las corrientes sobre una muestra superconductora bidimensional como función de la transformada de Fourier de las corrientes de excitación, si la muestra satisface la ecuación de London, $\vec{J}_s = -\mu_0/\lambda^2 \vec{A}$, donde λ_\perp es la longitud de penetración del campo magnético. Esta expresión es:

$$\tilde{K}_s(q_t, z=0) = \frac{\tilde{j}_d(q_t, q_z = -iq_t)}{1 + \lambda_\perp q_t} \quad (2.1)$$

donde las propiedades físicas de la muestra son incluidas a través de λ_\perp . Reemplazando en esta ecuación se obtiene la expresión final de las corrientes sobre la muestra, en el espacio de Fourier:

$$\tilde{K}_s(q_t, z=0) = I_d R_d \frac{e^{-q_t h_d} J_1(q_t h_d)}{1 + \lambda_\perp q_t} \frac{1 - e^{-q_t \delta h_d N_d}}{1 - e^{-q_t \delta h_d}}$$

donde la última parte del segundo miembro resulta de evaluar la suma en n como una serie geométrica $\sum_{n=0}^M a^n = \frac{1-a^{M+1}}{1-a}$.

Utilizando las ecuaciones de Maxwell (y eligiendo el calibre donde $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$) puede relacionarse el potencial vector con las corrientes totales del sistema:

$$-\nabla^2 \vec{A}(\vec{r}) = \mu_0 (\vec{K}_s(\vec{r}) \delta(z) + \vec{j}_d(\vec{r}))$$

La transformada de Fourier de esta última expresión resulta:

$$\tilde{A}(\vec{q}) = \mu_0 \frac{\tilde{K}_s(\vec{q}_t)}{q^2}$$

donde ignoramos intencionalmente el término $\tilde{A}_d = \mu_0 \tilde{j}_d/q^2$ debido a que las bobinas de recepción están compensadas y no aportarán al resultado final.

Por otro lado, puede escribirse el campo eléctrico en función del potencial vector $\tilde{E} = -i\omega \tilde{A}$, de donde podemos relacionar el campo eléctrico con las corrientes sobre la muestra:

$$\tilde{E}(\vec{q}_t, q_z) = -i\omega \mu_0 \frac{\tilde{K}_s(\vec{q}_t)}{q^2} \quad (2.2)$$

Lo que finalmente se desea obtener es la tensión inducida en los bornes de las bobinas de detección. Esta puede calcularse integrando el campo eléctrico:

$$V = \sum_{n=0}^{N_r-1} \oint_{unaespira} \vec{E}(\vec{r}) d\vec{l} = 2\pi R_r \sum_{n=0}^{N_r-1} \vec{E}(R_r, h_r + n\delta h_r)$$

	Primario	Secundario
Espaciado entre espiras	$\delta h_d = 0.09\text{mm}$	$\delta h_r = 0.08\text{mm}$
N^{ro} de espiras	$N_d = 64$	$N_r = 2 \times 12$
Distancia muestra-1 ^{ra} espira	$h_d = 2.2\text{mm}$	$h_r = 0.1\text{mm}$
Lado largo	$2B_d = 2.1\text{mm}$	$2B_r = 1.3\text{mm}$
Lado corto	$2b_d = 0.6\text{mm}$	$2b_r = 0.4\text{mm}$

Cuadro 2.1: Parámetros geométricos de las bobinas rectangulares.

Aplicando la antitransformada de Fourier a la ecuación 2.2 y reemplazando en esta última expresión, obtenemos finalmente el voltaje en las bobinas de medición:

$$V \equiv V_x + iV_y = i\omega I_d \int_0^\infty \frac{M(x)}{1 + \lambda_\perp x/h_d} dx$$

donde $M(x)$ es una función real que depende de los parámetros geométricos del sistema, y tiene unidades de una inductancia. Utilizando las siguientes definiciones:

$$x = q_t h_d, \rho = \frac{R_d}{h_d}, \sigma = \frac{R_r}{h_d}, \alpha = \frac{N_d \delta h_d}{h_d}, \beta = \frac{N_r \delta h_r}{h_d}, \gamma = \frac{\delta h_d}{h_d}, \delta = \frac{\delta h_r}{h_d},$$

podemos escribir la función $M(x)$:

$$M(x) = \pi \mu_0 R_d \sigma J_1(\rho x) J_1(\sigma x) e^{-x(1 + \frac{h_r}{h_d})} \frac{1 - e^{-\alpha x}}{1 - e^{-\beta x}} \frac{1 - e^{-\gamma x}}{1 - e^{-\delta x}}.$$

Bobinas rectangulares

Para el cálculo de las bobinas rectangulares se siguieron los pasos análogos a las bobinas circulares, sólo que utilizando las corrientes de excitación y las de medición de voltaje anisotrópicas. La bobina de excitación se supone formada por hilos de longitud infinita en la dirección ‘larga’. Esto simplifica significativamente el resultado final. La corriente de excitación puede escribirse como:

$$\vec{j}_d = I_d \{ \delta(y - b_d) - \delta(y - b_d) \} \sum_{n=0}^{N_d-1} \delta[z - \{h_d + n\delta h_d\}] \vec{x}$$

donde la definición de los parámetros geométricos se muestran en el cuadro 2.1 Como ya se mostró en el caso de las bobinas circulares, el campo eléctrico en el espacio de Fourier puede escribirse como:

$$\vec{E}(\vec{q}) = -i\omega \mu_0 \frac{\vec{j}_d(\vec{q}_t, q_z = -iq_t)}{q^2(1 + \lambda_\perp q_t)} \quad (2.3)$$

En la geometría de nuestra configuración, el voltaje inducido en los bornes de la bobina de medición puede calcularse como:

$$V = \int_{-B_r}^{B_r} \sum_{n=0}^{N_r-1} \vec{E}(x, y = b_r, z = h_r + n\delta h_r) \cdot d\vec{x} - \int_{-B_r}^{B_r} \sum_{n=0}^{N_r-1} \vec{E}(x, y = -b_r, z = h_r + n\delta h_r) \cdot d\vec{x}$$

El cálculo de \tilde{j} y la sustitución en la ecuación 2.3 nos lleva finalmente al resultado del voltaje en los bornes de la bobina de medición:

$$V = i\omega I_d 8\pi(2B_r)\mu_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M_c(q_y)}{1 + q_y\lambda_{\perp}} dq_y$$

$$M_c(q_y) = \frac{\sin(q_y b_r) \sin(q_y b_d) e^{-q_y(h_r+h_d)}}{q_y} \frac{1 - e^{-q_y\delta h_r N_r}}{1 - e^{-q_y\delta h_r}} \frac{1 - e^{-q_y\delta h_d N_d}}{1 - e^{-q_y\delta h_d}}$$

Bibliografía

- [1] D. E. Shalóm, Tesina de Licenciatura, Instituto Balseiro, C.N.E.A. y U.N.Cuyo, Bariloche, Argentina, 1999.
- [2] R. S. Newrock, C. J. Lobb, U. Geigenmüller, y M. Octavio, *Solid State Physics* **54**, 263 (2000).
- [3] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, 2 ed. (McGraw-Hill, New York, 1996).
- [4] M. Tinkham, D. Abraham, y C. Lobb, *Phys. Rev. B* **28**, 6578 (1983).
- [5] A. T. Fiory y A. F. Hebard, en *AIP Conference Proc.* (AIP, New York, 1980), Vol. 58, p. 293.
- [6] A. F. Hebard y A. T. Fiori, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 291 (1980).
- [7] B. Jeanneret, J. Gavilano, G. Racine, C. Leemann, y P. Martinoli, *Appl. Phys. Lett.* **55**, 2336 (1989).
- [8] R. Théron, Tesis Doctoral, Neuchâtel, 1992.
- [9] J. Pearl, *Appl. Phys. Lett.* **5**, 65 (1964).
- [10] J. Pearl, Tesis Doctoral, Polytechnic Institute of Brooklyn, 1965.
- [11] D. E. Shalóm y H. Pastoriza, *Solid State Commun.* **126**, 379 (2003).

Capítulo 3

Fabricación

Una gran parte del trabajo de laboratorio transcurrió en la sala limpia, dedicado a la fabricación de las muestras. Esta tarea incluyó aprender a usar unas técnicas, y desarrollar otras que no estaban disponibles en el laboratorio con anterioridad a esta tesis.

En las secciones 3.1 a 3.5 se describen todas las técnicas de microfabricación disponibles en la actualidad en el laboratorio, litografía electrónica y óptica, distintos tipos de deposición y ataques. El objetivo de este recuento no es ser exhaustivo en el procedimiento de cada técnica, sino dar un panorama general de todas las posibilidades, y ayudar a encontrar la mejor manera de construir un dado dispositivo.

Luego, en la sección 3.6 se detallan los pasos a seguir para fabricar una RJJ tipo S-N-S a partir de una bicapa Cu-Pb por litografía óptica y ataque con cañón de iones.

Por último, en la sección 3.7 se realiza un repaso histórico de las sucesivas ideas consideradas para la fabricación de las bobinas serpentina y el proceso que finalmente se utilizó para construirlas.

3.1. Litografía

La litografía es la técnica usada para transferir patrones sobre la superficie de un material sólido [1, 2]. Es un proceso bidimensional, utilizado y desarrollado fundamentalmente en y para la industria microelectrónica. Consiste en colocar sobre un sustrato una capa delgada de una resina sensible a cierto tipo de radiación, exponerla parcialmente a esta radiación y luego revelar, es decir disolver la parte expuesta. La resina así formada se usa luego como molde para construir los diseños en otros materiales, que son los que forman el circuito final.

En el laboratorio disponemos de equipos para realizar litografía electrónica y óptica. La primera permite alcanzar resoluciones de algunas centenas o incluso decenas de nm. Su principal limitación es el tiempo de exposición. La preparación del microscopio electrónico de barrido (SEM) para la escritura lleva no menos de 1 hora, y la escritura misma, dependiendo del patrón a exponer lleva desde algunos segundos hasta varias horas. La segunda, la litografía óptica permite resoluciones de hasta $1\ \mu\text{m}$, y permite exponer áreas relativamente grandes (de hasta 5 cm de lado) en unos pocos segundos. La combinación de ambas técnicas, junto con las distintas formas de deposición y ataque disponibles y por llegar, dan a nuestro laboratorio una gran flexibilidad para diseñar y fabricar una amplia gama de dispositivos mesoscópicos.

Aditivo vs Sustractivo

Al planificar una microfabricación por litografía deben considerarse las opciones de métodos sustractivos o aditivos. En el primer caso se deposita primero el material en todo el

sustrato, y luego se utiliza la resina para proteger la parte que se desea mantener, y eliminar selectivamente la que no se desea. En el segundo, se utiliza la resina para “hacer sombra” y colocar el material solamente en la parte del sustrato que se desea. Ambos tienen ventajas y desventajas, que se resumen a continuación:

Sustractivo: Ventajas: Este método resulta en una muy buena adhesión del material al sustrato, pues se puede limpiar muy bien la superficie antes de depositar la película. Por ejemplo en el caso de las RJJ, la interfase Cu-Pb debe mantenerse lo más limpia posible, y eso sólo puede lograrse depositando primero la bicapa y luego ‘sustrayendo’ el Pb para formar las islas. Sin embargo, si el ataque se realiza con el cañón de iones, el ataque es un proceso lento de varias horas. Si se realiza un ataque químico en base líquida, se debe disponer de los ácidos adecuados que disuelvan cada material, sin dañar la resina ni el sustrato o los otros materiales depositados. Esto impone muchas restricciones, y hace que el ataque químico en base líquida sólo pueda utilizarse en unas pocas situaciones.

Aditivo: Con esta técnica, también denominada lift-off, pueden hacerse diseños casi tan pequeños como la resolución de la litografía lo permita (sub-100 nm en litografía electrónica). Puede utilizarse con casi cualquier material, pues no depende por ejemplo de que el sustrato sea inerte al ataque químico. Dado que la capa de material se coloca luego de realizar la litografía, no puede limpiarse el sustrato inmediatamente antes de la deposición, resultando en una menor limpieza y la adhesión del material al sustrato no es tan buena.

3.2. Litografía óptica

La forma más usada de litografía es la fotolitografía, que se basa en el uso de polímeros fotosensibles, que cambian su solubilidad en ciertos reveladores por acción de la luz UV. Esta resina se coloca en forma de una fina capa por centrifugado, se cocina para evaporar los restos de solventes, y luego se lo expone a UV a través de una máscara. Finalmente se sumerge en un revelador, que disuelve la resina expuesta. En la Figura 3.1 se muestran esquemáticamente los pasos a seguir durante la fabricación por litografía. El protocolo de centrifugado, cocinado y exposición varía según el tipo de resina utilizada, y se presenta a continuación:

Preparación de la superficie: Ultrasonido (US) Acetona 5’, US isopropanol 5’, US DIH_2O 5’, plancha a 100C 5’.

Centrifugado: 30 seg a 4000rpm.

Cocinado: 2 min a 90°.

Exposición: $\sim 5 \rightarrow 30$ seg. ver Cuadro 3.1.

Revelado: 20 a 60 segundos. ver Cuadro 3.1.

Resina	Espesor [μm]	Tiempo Exposición [s]	Tiempo Revelado [s]
Shipley Microposit 1818	1.8	15-18	40
Shipley Microposit 1400	1.4	15-18	40
1400 diluido 1:1	0.5	4-8	20
Shipley Microposit 4500	4.5	90	60

Cuadro 3.1: Distintos tipos de resinas fotosensibles disponibles en nuestro laboratorio.

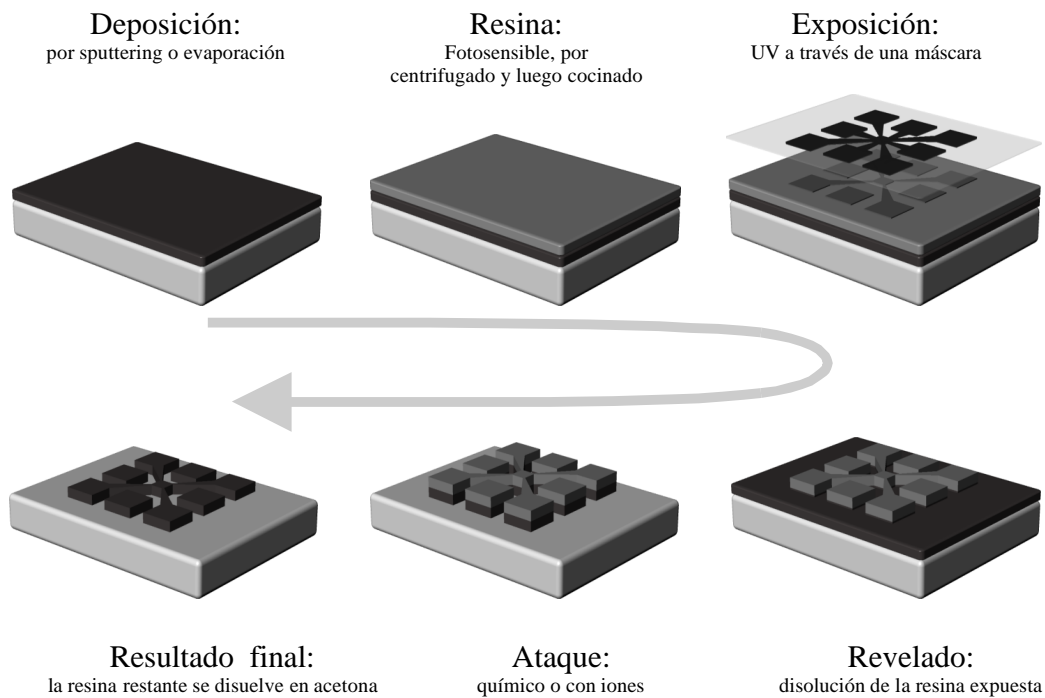


Figura 3.1: Esquema del proceso de litografía óptica, por un método sustractivo. Primero se deposita el material en todo el sustrato, y luego se lo retira selectivamente, dejándolo sólo en los lugares que se desea.

En litografía óptica, la resolución está limitada por la calidad de la máscara utilizada, y en última instancia, por la longitud de onda utilizada. En nuestro equipo se utiliza la línea I de $\lambda = 365 \text{ nm}$ en el rango UV de una lámpara de vapor de mercurio sin filtrar. La calidad de las máscaras utilizadas tienen una importancia fundamental en el producto final. Describimos a continuación los tipos utilizados en el laboratorio.

Máscaras

Durante este trabajo se estableció el uso de varios tipos de máscaras para litografía óptica. Dependiendo en cada caso de los requerimientos de resolución (tamaño del patrón más pequeño), campo (área total de exposición), tiempo de fabricación de la máscara, etc., se puede optar por utilizar uno u otro tipo. A continuación se describen brevemente cada una de estas clases de máscaras:

Impresión en Imprenta Bavaria [3]: Este es el tipo de máscara más utilizado en el laboratorio para diseños de resolución intermedia. La impresión tiene 2400dpi nominales, y permite dibujar objetos tan pequeños como $20 \mu\text{m}$ o incluso menores. El diseño se realiza en un programa tipo CAD, o en CorelDraw 9 o similar. La imprenta tarda típicamente un día en fabricarla, y cuesta aproximadamente \$14 una impresión en tamaño A4.

Impresión en Bavaria, reducida 20x: Si se quiere una resolución mejor, se puede utilizar una reducción óptica de estas películas. Para esto se proyecta la imagen en el banco óptico sobre una película de resina depositada sobre un sustrato de vidrio con Cr. Estas placas se pueden adquirir en Nanofilm [4]. Luego de revelar se puede disolver el Cr expuesto, y tener finalmente una máscara con una resolución final por debajo de $1 \mu\text{m}$. El proceso es un poco complicado, principalmente la parte de la alineación y

enfoque del sistema óptico. Es una alternativa barata de fabricar máscaras con buena resolución, y de tamaño considerable limitado a 5 cm.

En cromo, hechas en el SEM: Este es un proceso similar al anterior, sólo que utilizando el SEM para exponer PMMA. Se obtiene así una resolución de unos 500 nm para transferir un dibujo a un vidrio con Cr. La fabricación es bastante más simple, pero tiene la misma limitación que la litografía electrónica: es un proceso serial por lo que el tiempo de escritura es proporcional al área a exponer. Dado que la fabricación de estas máscaras implica una litografía electrónica, cabe preguntarse porqué no usar directamente el SEM para fabricar la muestra y no la máscara. La respuesta está en el tiempo de exposición. Si se necesita exponer muchas veces con el mismo patrón, puede ser conveniente realizar la litografía electrónica (algunas horas entre preparación, estabilización y exposición) una única vez para fabricar una máscara óptica. Esta puede luego utilizarse reiteradamente para exponer con litografía óptica (unos pocos segundos).

En cromo, compradas: [5] Estas son las mejores máscaras. Pero son caras, típicamente US\$ 1000. Deben utilizarse programas de diseño específicos como el Kic [6]. El tiempo de fabricación (y envío ya que las empresas están en el exterior) es de varias semanas o meses. La resolución y tamaño determinan el precio.

3.3. Litografía electrónica

Esta técnica se basa en el cambio de solubilidad de resinas MMA y PMMA en el revelador MIBK al ser irradiadas por electrones. Se utiliza un SEM con un agregado que permite controlar el haz de electrones desde una computadora. La resolución aquí no está dada por la longitud de onda de de Broglie de los electrones ($\sim \text{Å}$), ni por el tamaño del haz que se puede hacer también de unos pocos Å. La resolución final la imponen los electrones secundarios, por lo que las resoluciones alcanzables son de 20 a 50 nm. Es la herramienta ideal para fabricar estructuras mesoscópicas.

Esta es una técnica sin máscara. El diseño se realiza en una computadora a través de un programa tipo CAD, al que se le suministran ciertas informaciones extra acerca de la escritura, como las dosis, la forma de rellenar áreas, la corriente de electrones, etc. Luego un programa de computadora, se encarga de controlar el haz de electrones para literalmente “dibujar” el diseño sobre la resina. En nuestro caso se utiliza el programa Nanometer Pattern Generation System (NPGS) [7]. Finalmente en un revelador se disuelve la resina expuesta por la radiación.

Las dos principales limitaciones de la técnica de litografía electrónica son el tiempo de escritura y el tamaño máximo. El tiempo de escritura es directamente proporcional al área expuesta, ya que la escritura es un proceso serial, un punto por vez. Para valores típicos de corriente y dosis ($I = 30 \text{ pA}$ y $D = 300 \mu\text{C}/\text{cm}^2$), exponer un área de 1 mm^2 llevaría unas 28 horas. La otra limitación, el tamaño máximo que puede escribirse depende de la magnificación utilizada. El campo más grande es de 2 mm con magnificación 20x. Usualmente se usan magnificaciones del orden de 1000x, que da un campo de $100 \mu\text{m}$. Sin embargo, como la computadora controla la posición del haz a través de un DAC de 16bit, con un número fijo de 65536 pasos, al utilizar campos grandes se pierde definición de los objetos más pequeños. Para más detalles sobre el proceso de litografía electrónica consultar [8, 9]. A continuación se enumeran los pasos típicos para realizar una litografía electrónica:

Preparación de la superficie: US Acetona 5', US isopropanol 5', US DIH₂O 5', plancha a 100 C 5'.

Spinning: PMMA 90seg a 4000rpm.

Cocinado: 2 min a 150 \rightarrow 180 C.

Exposición típica: Dosis área: $300\mu\text{C}/\text{cm}^2$. Dosis línea: $5\text{nC}/\text{cm}$. Depende del sustrato.
Revelado: 70 segundos en MIBK-Isoprpanol 1:3.

3.4. Ataques

Al utilizar métodos sustractivos para la microfabricación se utilizan distintos tipos de ataques. En la actualidad cuenta con acceso a un equipo de ataque iónico. Este produce un haz de iones Ar^+ que bombardean la muestra sacando las capas superficiales del material. En condiciones óptimas ataca entre 100 y 500 Å/hora dependiendo del material. El diámetro del haz puede regularse entre 1 y 10mm. No es selectivo, es decir que ataca a todos los materiales prácticamente de la misma manera. Esto debe tenerse en cuenta, ya que ataca también las resinas que se usan como máscara. Sin embargo, para espesores delgados las resinas pueden utilizarse sin inconvenientes, ya que el comido es muy direccional. Es un método lento pero muy limpio de atacar cualquier material.

También se ha establecido el uso de algunas sustancias para realizar ataque químico en base líquida. La principal ventaja de estos métodos es que son rápidos y sencillos. La dificultad fundamental es encontrar los ácidos adecuados que disuelvan cada material sin afectar la resina ni el sustrato o los otros materiales depositados. Esto impone muchas restricciones, y hace que el ataque químico en base líquida sólo pueda utilizarse en alguna situaciones. El comido es isotrópico, es decir que el ácido puede también disolver el material debajo de la resina, perdiéndose parte de la resolución obtenida por la litografía. Algunas de las sustancias usadas se listan en el cuadro 3.2.

Material	Etchant	Velocidad	Observaciones
Au	13 g KI + 7 g I_2 + 250 ml H_2O		calentar para disolver cristales
Cr	20 g $(\text{NH}_4)_2\text{Ce}(\text{NO}_3)_6$ 3.5 ml ácido acético glacial 96.5 ml DI H_2O	5000Å/5 min	nitrate amoniacal de cerio sal
Cu	3 gotas FeCl_3 50ml DI H_2O	1000Å/1 min	Cloruro Férrico

Cuadro 3.2: Tabla de ataques químicos usados en microfabricación en el laboratorio.

3.5. Deposición de materiales

Se cuenta con un equipo de evaporación construido en el laboratorio. Dentro de una campana de alto vacío (presión final de 10^{-6} mBar) se calienta una naveta de W, Mo, o Nb por efecto Joule, haciendo pasar una corriente. Dentro de la naveta se coloca el material a evaporar. Este se funde, se evapora y se deposita en el sustrato colocado frente a la naveta. Por evaporación sólo se pueden depositar metales: Cu, Pb, Au, Al, Ti, Fe. La deposición es muy direccional, debido al alto vacío presente durante la evaporación, por lo que resulta ideal para aplicar métodos aditivos, tipo lift-off.

También existen en el laboratorio tres equipos de deposición sputtering ac y dc. Por esta técnica se puede depositar una variedad de materiales, no sólo metales. Las películas depositadas por sputtering tienen una adhesión mucho mejor al sustrato que las evaporadas. La deposición es menos direccional debido a que se realiza a presiones más altas, típicamente 10^{-2} mBar.

3.6. Fabricación de las RJJ

En esta tesis se fabricaron RJJ con juntas tipo S-N-S de Pb-Cu-Pb de efecto proximidad. Se utilizaron métodos sustractivos, depositando primero la bicapa Cu-Pb y luego eliminando el Pb de las regiones entre islas. El principal motivo de hacerlo así es el requerimiento de limpieza de la interfase Cu-Pb. Si se depositara primero el Cu, y luego por lift-off las islas de Pb la interfase pasaría por muchos pasos, se oxidaría, resultando en un pobre acoplamiento. Los pasos a seguir durante la fabricación de una muestra de RJJ típica son los siguientes:

1. Limpieza del sustrato.
2. Deposición de la bicapa.
3. Litografía de las islas.
4. Ataque con iones.
5. Litografía de los contactos.
6. Ataque químico de los contactos.
7. Litografía de protección.

A continuación se describe de cada uno de estos pasos:

1. Limpieza del sustrato: El proceso de fabricación comienza con la preparación del sustrato. Se utilizan wafers de silicio (Si) monocristalino nuevos. Se probaron varios protocolos diferentes de limpieza del sustrato. El principal objetivo de la limpieza es mejorar la adhesión de la bicapa al sustrato. El protocolo que dio mejores resultados en ese sentido es el siguiente:

- Acetona, 2 min. en ultrasonido (US). Para sacar restos orgánicos.
- Isopropanol, 2 min. en US. Para limpiar la acetona.
- Agua deionizada (DIH_2O), 2 min. en US. Para limpiar el isopropanol. Secado por soplado con N_2 .
- Plancha a 100 C, 2 min. Para desgasar moléculas adsorbidas.

Luego de este proceso el sustrato está listo para depositar la bicapa.

2. Deposición de la bicapa: Después de concluir la limpieza el sustrato debe colocarse inmediatamente en vacío para evitar que vuelva a depositarse suciedad. Nuevamente, el problema es la adhesión de la bicapa. Los metales Pb y Cu se depositan por evaporación. Las películas depositadas por éste método presentan una adhesión muy pobre, y la bicapa suele despegarse en algún paso del procesado posterior. Los mejores resultados de adhesión se obtuvieron depositando primero una pequeña capa de Cu por sputtering, en el sistema de deposición Pelco SC-6, con una presión base de 10^{-2} mbar. Se colocan usualmente unos 100 o 200 Å (150 seg.). Luego, se deposita la bicapa por evaporación. El Pb se coloca simplemente en una de las canastas de evaporación. El Cu debe ser limpiado previamente en ácido nítrico, y debe tenerse la precaución de usar una naveta nueva, una limpia, o una usada con Cu limpio. Se tienen esos cuidados debido a que la corriente crítica de las juntas depende crucialmente del camino libre medio de los electrones normales en el Cu, y éste depende fundamentalmente de las impurezas en la película. Se colocan unos 2000 a 2500 Å de cada metal, depositados a unos 10 Å/seg, a una presión final de aproximadamente 10^{-6} mBar, uno a continuación del otro sin romper el vacío.

3. Litografía de las islas: En las muestras realizadas por litografía óptica, se utilizó la resina Shipley 1400 diluida 1:1 en su solvente, que tiene un espesor de aproximadamente 0.5 μm . La máscara utilizada fue diseñada aquí, y luego enviada para su fabricación

en Align-Rite [5](Burbank, California, EEUU.). Es una máscara de Cr sobre cuarzo de 3in. Tiene varios diseños diferentes de RJJ, redes cuadradas, triangulares, panal de abejas, cada una con distintas separaciones entre islas. Las muestras fabricadas fueron RJJ cuadradas con una separación entre islas de $1\mu\text{m}$. Los parámetros del proceso de litografía son los siguientes: tiempo de exposición ~ 5 seg. (depende del patrón a transferir), y revelado 20 seg. El resto de los pasos es análogo a los descritos en la sección 3.2.

En las redes fabricadas por litografía electrónica como las presentadas en el capítulo 6 se siguió el procedimiento descrito en la sección 3.3.

- 4. Ataque con iones:** El ataque del Pb entre islas se realiza con el cañón de iones de Ar^+ . Para que el ataque sea homogéneo en toda la muestra, el haz de iones se ajusta a su máximo ancho (10 mm). Y con el mismo objetivo, en las RJJ más grandes se realiza además un barrido en la posición de la muestra frente al haz. El proceso completo tarda alrededor de 6 horas, y resulta evidente cuando el ataque está completo por el cambio de color de la película al terminar el Pb y quedar expuesto el Cu.
- 5. Litografía de los contactos:** Este proceso es semejante al paso **3** sólo que esta vez se utiliza una máscara con la forma de los contactos, impresa en Bavaria [3]. Se utiliza la resina Shipley 1400 pura, que tiene un espesor de $1.4\mu\text{m}$. Los tiempos de exposición y revelado son de 15-18 seg. y 40 seg. respectivamente.
- 6. Ataque químico de los contactos:** Para el ataque químico final de los contactos de tensión y corriente (ver Figura 2.2) se utiliza cloruro férrico, FeCl_3 del tipo utilizado para circuitos electrónicos. Se necesitan 2 o 3 gotas de FeCl_3 en 50 ml de DI H_2O para disolver los 4000 o 5000 Å de bicapa en unos 3 minutos. Nótese que este ácido normalmente utilizado para disolver el Cu también ataca el Pb.
- 7. Litografía de protección:** Se coloca finalmente una capa de resina litografiada en forma de cuadrado, cubriendo la zona central, la red, y dejando expuestas las zonas de contactos eléctricos. Esto se hace por protección, para evitar que la RJJ quede expuesta y pueda ser dañada durante la manipulación posterior.

3.7. Fabricación de las bobinas serpentina

En los primeros años de esta tesis surgió la idea de modificar la medición tradicional de susceptibilidad magnética, mediante la construcción de bobinas serpentina por técnicas litográficas con una gran relación de aspecto, y una la distancia bobina/muestra muy pequeña [10, 11]. Sin embargo no pudo ser implementada experimentalmente debido a dificultades técnicas en la fabricación, hasta el último año de trabajo. El proceso de fabricación de las RJJ resulta en sí bastante complejo, y las facilidades disponibles en el laboratorio resultan inadecuadas para su procesamiento si además debe añadirse la construcción de las bobinas sobre el mismo sustrato.

Un par de bobinas con forma de serpentina deberían ser fabricadas encima de la muestra, separadas entre ellas y de la muestra por capas aislantes. Los requerimientos para la fabricación son los siguientes: tamaño total unos 6 mm de lado; ancho de línea de unos $30\mu\text{m}$; alineación primario-secundario mejor que el ancho de línea; máxima longitud posible; la capa aislante lo más delgada posible, pero suficientemente gruesa para asegurar que las bobinas no se cortocircuiten.

En la práctica, la litografía de las bobinas no presenta mayores dificultades. El principal problema fue la capa de material aislante que separa la red de las bobinas, y el primario del secundario. Se probaron varios materiales, entre ellos resina fotosensible sobre-cocinada, SiO_2 y SrTiO_3 depositados por sputtering. En todos los casos, después de mucho esfuerzo, los resultados fueron negativos. Al final de un largo proceso de fabricación, de varios días,

las bobinas se encontraban cortocircuitadas a través del aislante, o la adhesión al sustrato era mala y la muestra se despegaba.

Una alternativa de fabricación menos compleja era fabricar las bobinas y la RJJ en sustratos separados, y luego colocar ambos sustratos enfrentados para la medición. Esto separa la fabricación de la red de las bobinas, pero tiene otras dificultades. Para minimizar la distancia red-bobinas debían colocarse los sustratos enfrentados. Y para ello los contactos de las bobinas deberían salir por detrás del sustrato. Esto resulta técnicamente muy complicado, por lo que esta opción tampoco prosperó.

Se consideró también la alternativa de fabricar las bobinas en circuitos impresos. Luego de varias conversaciones con la compañía SEI Circuitos Impresos [12] sobre el diseño óptimo disponible dentro de sus posibilidades de fabricación se llegó a un acuerdo sobre el proceso no-conventional requerido. Pero no se llegó a un acuerdo respecto al precio, además de que a esa altura ya había prosperado otra opción, que fue la que finalmente se utilizó en la fabricación de las bobinas.

Simultáneamente con este diálogo con SEI, se estableció contacto con el Dr. Daniel López de Nanofabrication Research Lab, Bell Labs Lucent Technologies, New Jersey. Allí cuentan con facilidades de micro y nanofabricación con tecnologías de punta a nivel mundial en la industria de la microelectrónica, que pueden ser aprovechadas a través del fuerte vínculo existente entre ambos laboratorios. Luego de una larga etapa de diseño, se estableció el proceso que finalmente sería utilizado.

Para las bobinas se utilizaría aluminio (Al). Esta, con el tiempo resultó no ser una buena elección, debido a que la transición superconductor del Al se encuentra dentro del rango de temperaturas de los fenómenos que se quieren estudiar. Una mejor opción habría sido Au o Cu. Como material aislante se eligió SiO_2 , debido a que es un material muy conocido y utilizado en la industria electrónica. Se realizaría luego una planarización del SiO_2 , dado que las RJJ se construyen encima de las bobinas, y es importante que la superficie sea lo más plana posible. Finalmente se realiza un RIE (Reactive Ion Etching) para abrir agujeros a través del óxido para hacer contacto eléctrico a las bobinas.

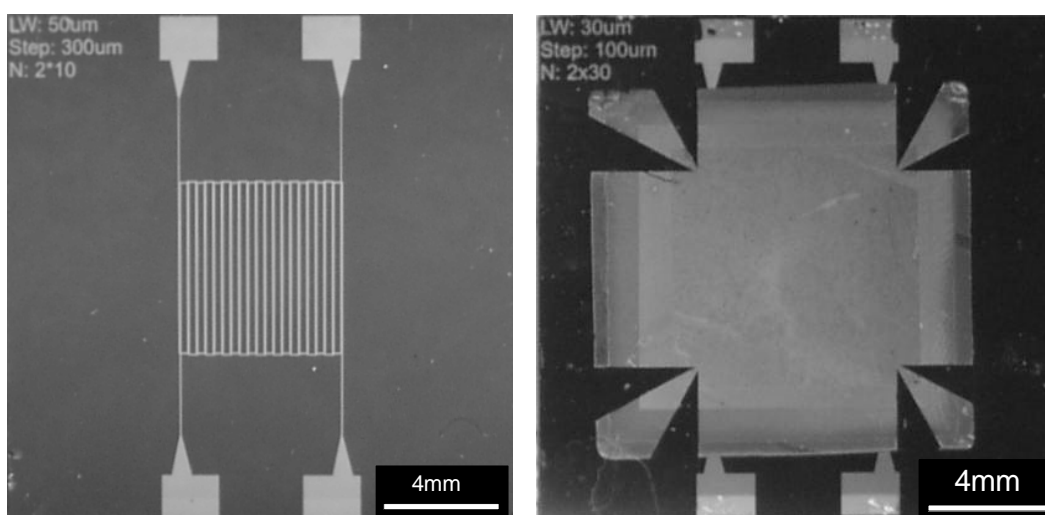


Figura 3.2: Izquierda: Fotografía de las bobinas fabricadas. El área ocupada por las bobinas es de 6×6 mm. Derecha: Una muestra completa, con contactos en la RJJ de tensión y corriente en ambas direcciones. El tamaño total del sustrato es de 18 mm.

El proceso de fabricación completo de las bobinas es el siguiente:

- Deposición SiN, $0.5\mu\text{m}$, para aislación del sustrato.
- Deposición Al evaporación 7500 \AA . primario, máscara Coil1. Etching PAE (una mezcla de ácidos acético, nítrico y fosfórico).
- Deposición SiO₂, $2\mu\text{m}$, a partir de TEOS. (tetraetilortosilicato) por PCVD (Plasma Chemical Vapor Deposition).
- Deposición Al evaporación 7500 \AA . secundario, Máscara Coil2. Etching PAE.
- Deposición SiO₂, $3\mu\text{m}$, a partir de TEOS, por PCVD
- CMP (chemical-mechanical polishing), planarización de la superficie.
- Litografía contactos. RIE (Reactive Ion Etching). Agujeros contactos.

Se emplearon wafers de Si de 8 in (20 cm) de diámetro, por lo que se procesaron unas 70 bobinas simultáneamente. Las máscaras para la litografía se imprimieron en Bariloche en imprenta Bavaria, y fueron luego enviadas a New Jersey. Se fabricaron finalmente 3 wafers, para un total de más de 200 bobinas. Si bien algunas de ellas se encuentran cortocircuitadas, como las construidas aquí, el hecho de tener una gran cantidad hace que sea fácil encontrar algunas en perfecto estado.

En la parte izquierda de la Figura 3.2 se presenta una fotografía de las bobinas. Dado que las redes tienen hasta 10 mm de lado, todas las bobinas se hicieron en un área de 6 mm de lado para evitar observar los efectos de borde. En una misma máscara (8 in) caben más de 70 bobinas, por lo que se pudieron variar algunos parámetros. Precisamente, los números señalados en la esquina superior izquierda de cada bobina corresponden a: LW el ancho de línea, y Step es el paso, la distancia entre dos líneas sucesivas.

La RJJ se construye encima de las bobinas a partir de una bicapa de Cu-Pb, por el proceso explicado en la sección 3.6. La red está eléctricamente separada de las bobinas por una capa de SiO₂. La parte derecha de la Figura 3.2 es una muestra completa, con los contactos de tensión y corriente en ambas direcciones.

Como se mostrará en el capítulo 7, la magnitud de la señal medida por el secundario es proporcional a la longitud total de la bobina a lo largo de la dirección larga, donde primario y secundario se superponen. Esta longitud puede calcularse, para la geometría utilizada, como: $L = 6\text{ mm} * 6000 / \text{Step}$, donde Step es 100, 200 ó 300 (medido en μm), por lo que las longitudes son $L = 36, 18$ y 12 cm respectivamente.

Bibliografía

- [1] G. T. Kovacs, *Micromachined Transducers Sourcebook*, 1 ed. (McGraw-Hill, New York, 1998).
- [2] M. Madou, *Fundamentals of microfabrication*, 1 ed. (CRC Press, Boca Raton, 1997).
- [3] Imprenta Bavaria. Curuzu Cuatiá 50, S. C. de Bariloche, Río Negro. Tel.: 430965. E-mail: bavaria@bariloche.com.ar.
- [4] Nanofilm, <http://www.nanofilm.com>.
- [5] Align-Rite Corporation. 2428 Ontario St. Burbank, CA 91504 USA. u otros fabricantes.
- [6] Kic. Whiteley Research Inc., <http://www.srware.com>, whres@srware.com.
- [7] NPGS, JC Nability Lithography Systems, <http://www.jcnability.com/>.
- [8] J. S. Reparaz, Tesis de Maestría, Instituto Balseiro, C.N.E.A. y U.N.Cuyo, Bariloche, Argentina, 2003.
- [9] C. E. Chialvo, Tesina de Licenciatura, Instituto Balseiro, C.N.E.A. y U.N.Cuyo, Bariloche, Argentina, 2004.
- [10] D. E. Shalóm y H. Pastoriza, *J. Low Temp. Phys.* **135**, 153 (2004).
- [11] D. E. Shalóm y H. Pastoriza, *Solid State Commun.* **126**, 379 (2003).
- [12] SEI Circuitos Impresos. José Cubas 3051, Buenos Aires. E-mail: sei@fibertel.com.ar. Tel.: 4574-5009.

Capítulo 4

Simulaciones numéricas

Una de las características más atractivas de las RJJ es que pueden modelarse de manera sencilla por su acoplamiento sólo a primeros vecinos, de forma análoga al modelo de espines 2D XY. En este modelo se describe cada isla superconductora utilizando un único parámetro angular, que representa la fase del parámetro de orden superconductor de la isla, y donde cada isla interactúa con sus primeras vecinas con quienes está conectada a través de junturas Josephson. La simplicidad del modelo permite realizar simulaciones numéricas, que complementan las mediciones experimentales y ayudan a comprender la física involucrada.

En el transcurso de esta tesis se realizaron algunos estudios numéricos y analíticos sobre la energía potencial de vórtices en distintos tipos de RJJ, homogéneas e inhomogéneas. En este capítulo se introduce el modelo utilizado en las simulaciones numéricas, así como también los conceptos necesarios para su análisis. En cuanto a innovaciones en técnicas de simulación se destaca el desarrollo del método de fases fijas, una variación de las técnicas de relajación que permite calcular la energía potencial de vórtices en ubicaciones que son inaccesibles a otros métodos de simulación. Las técnicas aquí introducidas son extensamente utilizadas en los capítulos 5 y 6.

4.1. Modelo

El modelo para describir las islas superconductoras utiliza un único parámetro angular φ_i , que representa la fase del parámetro de orden superconductor de la isla i , y donde cada isla interactúa con sus primeras vecinas, con quienes está conectada a través de junturas Josephson. Se desprecian las variaciones del módulo del parámetro de orden, ya que se lo considera constante en cada isla, y para todas las islas.

Para modelar el comportamiento de junturas Josephson reales suele utilizarse el modelo

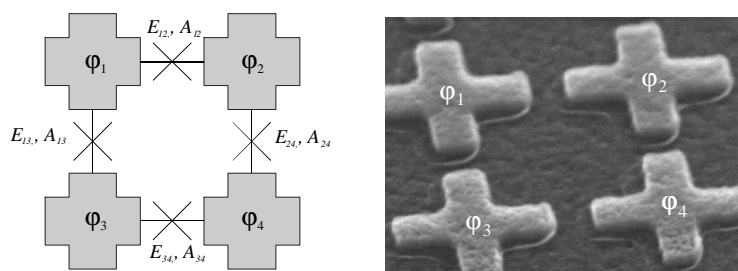


Figura 4.1: Esquema de las islas y junturas de una red de 2×2 islas.

RCSJ, donde cada juntura tiene además en paralelo una resistencia y un capacitor (ver ecuación 1.4). Estos términos capacitivo y resistivo sólo contribuyen a la dinámica de la red, no a la estática. En este capítulo se presenta un estudio de las configuraciones estáticas de fases y vórtices, por lo que quedará sólo el término Josephson, despreciándose los términos capacitivo y resistivo. Esto sirve, por ejemplo, para calcular la energía en función de la posición de vórtices, o estados fundamentales.

La energía de acoplamiento Josephson entre la isla i y la j como las que se muestran en la Figura 4.1 puede escribirse como:

$$E = -E_J^{i,j} \cos(\varphi_i - \varphi_j).$$

Esta relación implica que el acoplamiento entre dos islas tiene su mínimo de energía si ambas fases tienen el mismo valor (si son paralelas). A este acoplamiento se lo puede denominar ferromagnético, en analogía con dipolos magnéticos.

La presencia de un campo magnético perpendicular al plano de la red puede agregarse a través del término de la integral de línea del potencial vector, para que la diferencia de fases sea invariante de calibre:

$$A_{ij} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_i^j \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

$$\gamma_{ij} = \varphi_i - \varphi_j - A_{ij}$$

Para el caso de campo magnético no nulo el acoplamiento entre islas ya no es estrictamente ferromagnético. Incluso puede darse el caso, si $f = 1/2$, de que el acoplamiento sea de tipo antiferromagnético para algunas junturas. Cada juntura tendrá su mínimo de energía cuando las fases difieran en exactamente A_{ij} . Para el caso en que el campo magnético es homogéneo puede escribirse el flujo magnético en una plaqueta:

$$\sum_{\text{plaqueta}} A_{ij} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \oint_{\text{plaqueta}} \vec{A} \cdot d\vec{l} = 2\pi f$$

donde $f = Ba^2/\Phi_0$ representa el número de cuantos de flujo por celda unidad o plaqueta; a es el parámetro de red; y B el campo magnético perpendicular. Es sencillo observar que en circuitos cerrados de varias junturas Josephson no habrá en general configuraciones para las cuales todas las junturas se encuentren en su valor mínimo. De allí que al parámetro f se le dé el nombre de *frustración*.

Sumando la energía de todas las junturas se llega finalmente al hamiltoniano del sistema:

$$\mathcal{H} = - \sum_{i,<j>} E_J^{i,j} \cos \varphi_i - \varphi_j - A_{ij} \quad (4.1)$$

Al no incluir términos de la energía magnética de las corrientes se asume apantallamiento despreciable, $\lambda_\perp \rightarrow \infty$. Esta suposición es en general válida en redes de junturas con corriente crítica muy pequeña, como es el caso de las de tipo S-N-S.

En el hamiltoniano de la ecuación 4.1 las fases φ_i son grados de libertad del sistema. El problema de hallar mínimos locales de la energía total es un caso particular de problema de minimización de una función de muchas variables. En este trabajo se utilizó el algoritmo de Metrópolis con temperatura nula y actualización en paralelo como técnica de minimización. Esta técnica de relajación consiste en proponer un pequeño cambio en una fase, y rechazar o aceptar el cambio dependiendo de si la energía total aumenta o disminuye, repitiendo este procedimiento para cada una de las fases, para completar un paso del algoritmo. De esta manera la configuración se acerca progresivamente a un mínimo local. Se explicita que el sistema se acerca a mínimos que son locales y no absolutos ya que no se explora todo el espacio de fases. Dado que la energía no aumenta en ningún caso, este algoritmo llevará a

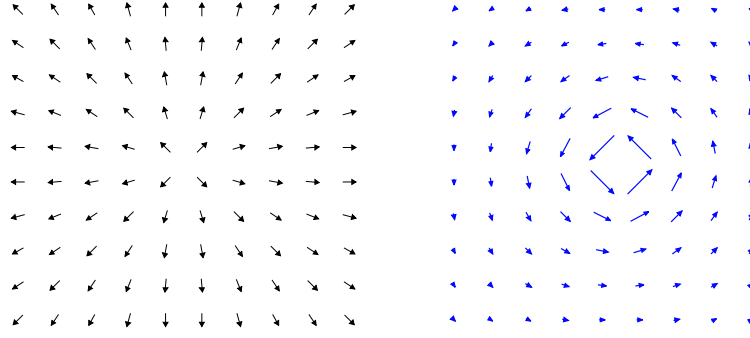


Figura 4.2: Izquierda: Una configuración de fases de la red conteniendo un vórtice. Derecha: La corriente neta que atraviesa cada isla, calculada de la configuración de fases de la izquierda. El vórtice puede verse como un torbellino de corriente.

configuraciones que están relativamente cerca de la condición inicial en el espacio de las fases. Así se obtuvo por ejemplo la configuración de fases a campo nulo para un vórtice en el centro de la red mostrada en la Figura 4.2. En ese caso se comenzó con la condición inicial dada por el método del arcotangente [1], y a partir de allí se dejó relajar al sistema. A campo nulo el estado fundamental no tiene vórtices, las fases en todas las islas están paralelas. Sin embargo, como la condición inicial contiene un vórtice y existe una barrera de potencial que el sistema no puede superar con el algoritmo mencionado, el sistema relaja hacia un mínimo local, con un vórtice.

Cabe recordar que en este algoritmo, la sucesión de estados por los que pasa el sistema al minimizar el hamiltoniano no está relacionada con una evolución temporal, ya que es sólo un algoritmo para obtener las configuraciones de mínima energía. En cambio, estas últimas configuraciones son estados metaestables de una RJJ, y por lo tanto potencialmente observables a temperatura nula.

La conservación de la corriente es equivalente a la condición de mínimo local

La corriente superconductor que atraviesa una juntura está dada a partir de una dada configuración de fases por [2]:

$$I_s = I_C^{i,j} \sin \gamma_{ij}.$$

En la parte derecha de la Figura 4.2 se muestran las corrientes que circulan en la RJJ, calculadas con esta ecuación a partir de las fases mostradas en la parte izquierda.

La continuidad de la corriente en cada nodo i de la red exige que la suma de las corrientes en el nodo sea nula:

$$\sum_{\langle j \rangle} I_C^{i,j} \sin(\varphi_i - \varphi_j - A_{ij}) = 0$$

donde $\langle j \rangle$ significa que la suma se realiza sobre los primeros vecinos de i . Por otro lado, si se deriva el hamiltoniano 4.1 respecto a φ_i e iguala a cero $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \varphi_i} = 0$ se llega exactamente a la misma expresión (recordando que la energía de acoplamiento y la corriente crítica se relacionan por $E_J^{i,j} = \frac{\hbar I_C^{i,j}}{2e}$). La expresión anterior en términos del hamiltoniano asegura que la configuración de fases que la satisface es un mínimo local. Por lo tanto las condiciones de conservación de la corriente en cada nodo y de que la configuración sea mínimo local son equivalentes. En conclusión, las configuraciones finales de fases obtenidas por métodos de relajación conservan necesariamente la corriente en cada nodo.

4.2. La posición de los vórtices

Los vórtices son excitaciones topológicas que en este modelo se caracterizan sólo en términos de las fases en cada nodo. Puede verse un vórtice como un torbellino de corriente girando en una dirección dada. La dirección del flujo de la corriente (horario o antihorario) determina el signo de la vorticidad. Formalmente se obtiene la vorticidad o carga de un vórtice en una plaqueta como:

$$b = \sum_{\text{plaqueta}} \text{nint}(\gamma_{ij}/2\pi)$$

donde $\text{nint}(x)$ es el entero más cercano a x , que restringe la diferencia de fases al intervalo $[-\pi, \pi]$ [3]. La vorticidad de una plaqueta puede tomar los valores $b = -1, 0$ y 1 . De esta manera se puede, para una configuración dada, calcular la posición de todas las singularidades. Las singularidades con $b = 1$ son denominadas *vórtice*, y si $b = -1$, *antivórtice*. Por ejemplo, en la Figura 4.2 la expresión anterior aplicada en todas las plaquetas dará $b = 0$, excepto en la plaqueta central, donde $b = 1$.

En el caso más simple, como en la Figura 4.2 las cuatro diferencias de fases de la plaqueta central valen $\pi/2$, de modo que las corrientes en esa plaqueta son máximas, $\sin(\pi/2) = 1$. Sin embargo en un caso más general puede ocurrir que el vórtice se ubique en posiciones menos simétricas, como las mostrada en la Figura 4.3. Esto puede ser ocasionado por fuerzas que empujan al vórtice fuera de la ubicación central, como por ejemplo interacción con otros vórtices, una corriente externa, o una distribución no homogénea de acoplamientos, como se explicará más adelante, y se muestra en la parte derecha de la Figura 4.4.

Posición dentro de la plaqueta

En casos como lo descrito en el último párrafo, donde la información de en cuál plaqueta se localiza el vórtice puede no ser suficiente, se desea conocer más específicamente la posición del vórtice dentro de la plaqueta que tiene vorticidad no nula. Un ejemplo concreto se obtiene al construir una red cuadrada de $N = 12$ islas por lado y colocando vórtices en las plaquetas (3,3) y (9,9), equiespaciadas del centro de la red. Al dejar relajar el sistema, la interacción repulsiva no es suficiente para remontar el potencial periódico de red y en la configuración de equilibrio metaestable que se alcanza los vórtices claramente desplazados del centro de sus plaquetas. Utilizando el método que a continuación presentamos en este caso particular, hallamos que estos vórtices en equilibrio se encuentran a más de $0.25a$ del centro de sus respectivas plaquetas, debido a la interacción repulsiva.

El método consiste en calcular la posición $x - y$ del vórtice (dos incógnitas) medido desde una esquina de la plaqueta, a partir de las cuatro fases (cuatro datos del problema) φ_i de las cuatro islas. Este problema, considerado como un sistema de ecuaciones, está sobredeterminado. Sin embargo se ve que el número real de datos es tres, y no cuatro. Esto es consecuencia de que todas las magnitudes físicas medibles como la energía y la corriente de las juntas dependen de diferencias de fases en las juntas, y no de las fases en sí. Se obtiene el mismo estado si se resta a todas las fases un valor constante φ_0 . Y si en particular se elige ese número arbitrario igual a alguna de las fases $\varphi_0 = \varphi_k$, el número de datos se reduce explícitamente a tres. Aún así el problema sigue estando sobredeterminado. Habrá que elegir un criterio de solución, o minimizar una función auxiliar para obtener los valores de x e y que mejor se ajustan. Esto puede apreciarse de una manera más gráfica en el siguiente ejemplo. Las cuatro fases de la figura 4.3 “apuntan” a un mismo punto. En analogía con el método del arcotangente [1] explicado más adelante en este capítulo, es claro que para esta configuración de fases la posición del vórtice está bien determinada, y es (x, y) . Si ahora se tuerce una de las fases, por ejemplo reemplazando φ_1 por $\varphi_1 + \delta\varphi$ para tener

una configuración de fases más general de la RJJ, las cuatro fases ya no “apuntan” al mismo lugar geométrico y la posición ya no está unívocamente determinada. Para casos generales como este es que puede aplicarse el método que a continuación se desarrolla.

Por lo explicado en el párrafo anterior se debe elegir un criterio para determinar la posición del vórtice dentro de la plaqueta. Como primer paso, se pueden utilizar sólo dos diferencias de fases de juntas adyacentes, como son $\alpha = \gamma_{13}$ y $\beta = \gamma_{34}$ en la Figura 4.3, perdiendo la información de una de las fases φ_2 . Este nuevo problema de obtener la posición del vórtice a partir de dos diferencias de fases sí está unívocamente determinado y tiene una única solución. Los valores de α y β son datos, obtenidos de las configuraciones de fase que se desea estudiar. En conclusión, se necesita una expresión que entregue $(x, y) = (x(\alpha, \beta), y(\alpha, \beta))$.

Por trigonometría puede obtenerse una expresión para la posición del vórtice (x, y) dentro de una plaqueta a partir de las diferencias de fase de dos juntas adyacentes α y β . El desarrollo de esta cuenta se presenta en el Apéndice de este capítulo. Es necesario calcular un ángulo auxiliar γ . Las expresiones finales resultan:

$$\gamma = \arctan\left(\frac{1/\tan\beta - 1}{1/\tan\alpha - 1}\right)$$

$$y = \frac{1}{\tan\gamma + \tan(\beta - \gamma)}$$

$$x = y \tan\gamma = \frac{1}{1 + \tan(\beta - \gamma)/\tan\gamma}$$

que dan la posición (x, y) del vórtice a partir de las diferencias de fase de dos juntas adyacentes.

Dado que la elección de cuál de las islas se deja fuera del cálculo es arbitraria, es razonable combinar luego la información de las cuatro posibles elecciones. La manera más sencilla es promediar los resultados para la posición del vórtice en las cuatro diferentes elecciones de fases. De esta manera se tendrá la posición a partir de la información de todas las fases. Este método fue implementado y utilizado en esta tesis, por ejemplo para calcular la posición del vórtice que se muestra en la parte inferior de la Figura 4.5.

El desarrollo aquí presentado se aplica a singularidades tipo vórtice, con $b = 1$. Para singularidades tipo antivórtice, con $b = -1$ se aplica de manera análoga, cambiando el signo de las fases que se utilizan como entrada del algoritmo. Para mayor generalidad para ambos signos de b , puede decirse que en lugar de utilizar las fases, se utiliza b multiplicado por las fases a la entrada del algoritmo.

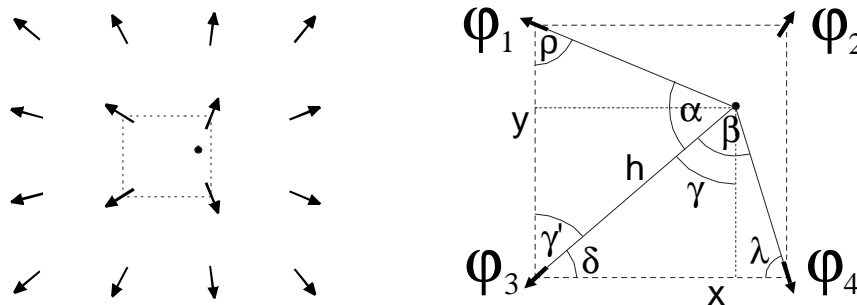


Figura 4.3: Izquierda: Una configuración arbitraria de fases. La singularidad se ubica en la plaqueta central. Derecha: Ángulos utilizados para obtener la posición en términos de las diferencias de fases (ver Apéndice al final de este capítulo).

4.3. El método de fases fijas

Al realizar las simulaciones numéricas de las RJJ, las fases de cada isla son grados de libertad del sistema. Se utilizan métodos de relajación (algoritmo de Metrópoli) para encontrar configuraciones de fases correspondientes a mínimos locales de energía. Pero cuando se quiere estudiar el paisaje de energías de un vórtice moviéndose en la red es necesario calcular la energía en posiciones que no corresponden a mínimos locales, como en la Figura 4.4. Para esto se desarrolló una técnica de simulación para calcular la energía de vórtices en otras ubicaciones, no sólo en los fondos de potencial (mínimos locales). Esta técnica consiste en fijar y controlar el valor de las 2 o 4 fases más cercanas a la posición del vórtice, y permitir que todo el resto del sistema relaje. De esta manera se puede hacer que el vórtice se coloque en posiciones que no son mínimos locales del hamiltoniano, así estimar su energía en posiciones inaccesibles por técnicas usuales de relajación.

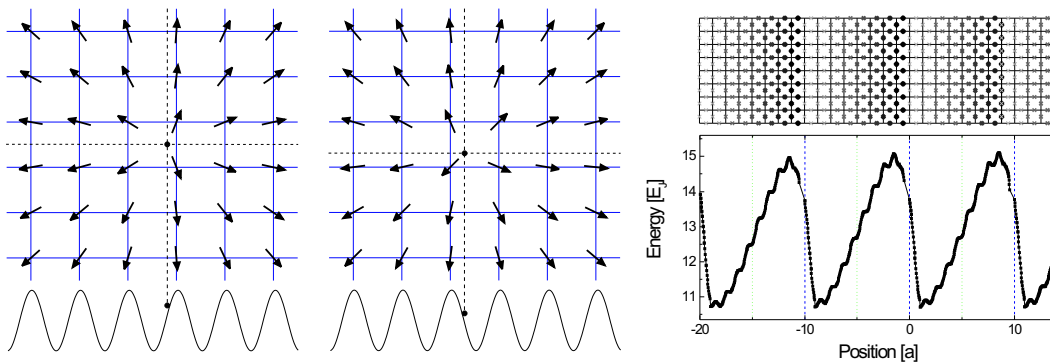


Figura 4.4: Algunas posiciones de los vórtices inaccesibles con metodos convencionales de relajacion. Las flechas representan las fases, y la curva de abajo representa la energía en función de la posición. Izquierda: El vórtice está a $(0.3; 0)a$ del centro de la plaqueta. Centro: El vórtice está a $(-0.2, -0.2)a$ del centro. Derecha: Energía potencial de un vortice en una red de juntas ratchet en función de la posición, calculado fijando las 4 fases de la plaqueta del vórtice. Este potencial no puede ser calculado por técnicas de relajación convencionales.

Detalles del método

Este método de simulación consiste en fijar y controlar el valor de la fase de las 2 o 4 islas más cercanas al vórtice, para obligar a que el vórtice se ubique en la posición deseada. Esto claramente implica una perturbación respecto del sistema original, y se ve reflejado por ejemplo en el hecho de que en islas cuyas fases son fijadas se viola conservación de la corriente. Esto es claro ya que los estados finales no son mínimos locales del hamiltoniano, y como se mostró más arriba ambas condiciones están íntimamente relacionadas. Esto debe tenerse en cuenta, pero no es un problema grave. El método de fases fijas puede ser utilizado para obtener una imagen cualitativa de la forma potencial que percibe el vórtice al moverse en una RJJ.

En este método se pueden fijar 2 o 4 fases. En la variante de dos fases fijas (2FF) la perturbación externa es menor. Pero el control que se tiene sobre el vórtice también es menor. En la variante de cuatro fases fijas (4FF) el control es mayor, permitiendo colocar a los vórtices en posiciones más abruptas, con pendientes más escarpadas. Pero con 4FF la perturbación también es mayor, induciendo un error mayor en el valor de energía obtenido. Por lo tanto de una combinación de ambas variantes se puede extraer una buena idea de la forma del potencial en que se mueve el vórtice.

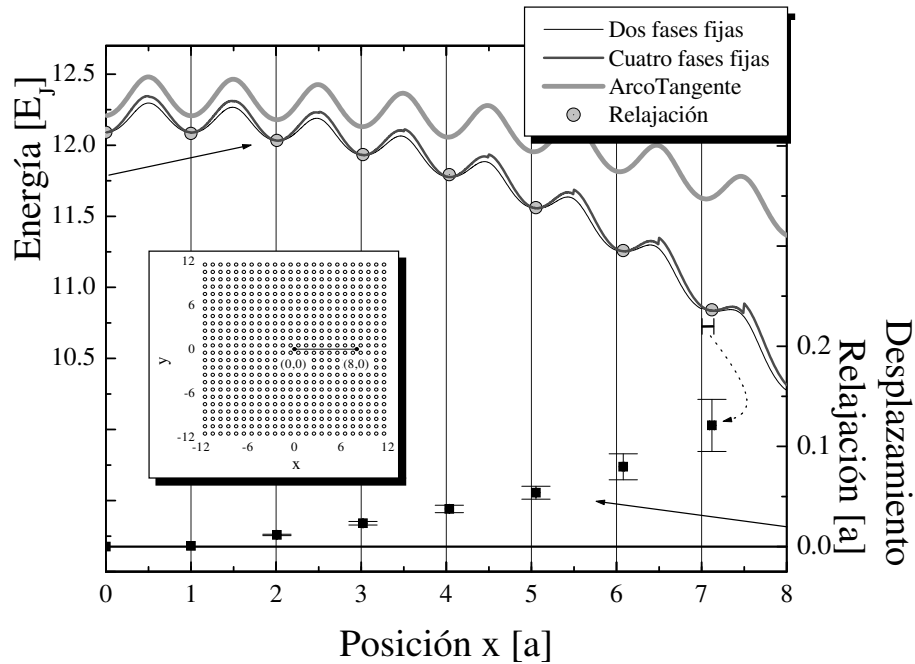


Figura 4.5: Energía en función de la posición del vórtice (potencial), en una RJJ de $N = 24$ con condiciones de borde libres y sin campo magnético, calculada por los métodos de relajación, dos y cuatro fases fijas, y arcotangente. En el método de relajación, la posición del vórtice fue medida utilizando el método descrito en la sección 4.2. En la parte inferior se grafica este desplazamiento del vórtice respecto del centro de la plaqueta para las configuraciones obtenidas por el método de relajación. En el inset, un esquema de la red y de las posiciones que recorre el vórtice.

Como condición inicial de la simulación se utiliza el método del arcotangente [1], que consiste en sumar a cada isla de la red ubicada en (x_i, y_i) la magnitud:

$$\varphi_i = + \arctan \left(\frac{y_i - y_v}{x_i - x_v} \right) \quad (4.2)$$

donde (x_v, y_v) es la posición del vórtice. Este método da una buena aproximación, sencilla de calcular, a partir de la cual los métodos de fases fijas y relajación convergen rápidamente.

Este método se utiliza para calcular la energía de un vórtice en función de su posición en la red. Por lo tanto debe variarse continuamente el parámetro de la posición. A medida que el vórtice pasa de una ubicación a la siguiente, las islas más cercanas al vórtice (que son las islas cuyas fases se controlan) van cambiando. Por esto, en algunas oportunidades se observan pequeños saltos en el potencial en las posiciones en que cambian las islas controladas. En la variante 4FF esto ocurre al pasar por sobre la juntura, y en 2FF ocurre al pasar por el centro de la plaqueta.

A modo de ejemplo, en la Figura 4.5 se presenta la energía potencial de un vórtice a lo largo de la línea central de una red de $N = 24$ islas de lado, calculada por todos los métodos aquí descriptos. Lo primero que se observa es que el potencial se puede descomponer en dos componentes: una oscilación, debida al potencial de caja de huevos, de amplitud $0.2E_J$ [4]; y una caída al acercarse al borde de la red, que refleja el hecho de que en ausencia de campo, el estado fundamental no tiene vórtices. Estos términos son descriptos en mayor detalle en el capítulo 5.

La curva superior es la calculada en los estados generados por el método del arcotangente.

La energía es claramente mayor que la de los otros métodos, ya que en este método las fases no relajan. Los círculos grises representan los únicos estados que se pueden obtener utilizando la técnica de relajación sin fases fijas. El vórtice necesariamente cae al fondo de los mínimos locales. Nótese que, excepto en $x = 0$ y 1 , la posición de estos estados no coincide con centros de las plaquetas. Esto se debe a que la curva envolvente del potencial se hace cada vez más empinada en las sucesivas posiciones. Se utilizó la medición de la posición del vórtice en la plaqueta (sección 4.2), y en el gráfico se utilizó la posición medida de esa manera. También se presenta en la parte inferior el desplazamiento de estos estados respecto de los centros de plaqueta. A medida que el vórtice se acerca al borde de la red, la posición se desplaza más del centro de la plaqueta, hasta que para $x > 8$ ya no hay más mínimos locales, como se puede ver por los métodos de fases fijas. Ambos efectos, el desplazamiento respecto del centro de la plaqueta y la desaparición de los mínimos locales son producto de la caída de la energía cerca del borde de la red.

Las dos curvas de fases fijas son bastante similares. Coinciden entre ellas y con relajación en los mínimos locales. La energía calculada por 2FF es un poco más baja que la de 4FF, señal de que en 4FF la perturbación externa es mayor. En esta última también se observan pequeños saltos en los valores semienteros de la posición, cada vez más grandes al acercarse al borde de la red. Eso es resultado, como ya se dijo, de cambiar las islas que son controladas, precisamente en las posiciones $x = k + 1/2$, con k entero. Para 2FF también se tienen estos saltitos, ubicados en valores $x = k$ pero son considerablemente menores en tamaño, y no apreciables en la figura. Para posiciones mayores que $x = 8$, fuera de lo mostrado en la figura, el potencial se hace tan escarpado que la “fuerza” ejercida por las 2 o 4 fases fijas no alcanza para retener al vórtice, y éste cae fuera de la red.

Debe hacerse la observación que los métodos de fases fijas pueden utilizarse sólo si hay un único vórtice en la red. En presencia de muchos vórtices, los valores de las fases a fijar no están definidos. Los métodos de fases fijas no pueden utilizarse para estudiar la interacción vórtice-vórtice, sólo para investigar la interacción vórtice-potencial.

4.4. Aplicaciones del método de fases fijas

En este trabajo se utilizó el método de fases fijas para estudiar no sólo redes homogéneas (todos los acoplamientos iguales) sino también varias configuraciones de modulación espacial de los acoplamientos. A continuación se describen algunos de estos: red acanalada, sitios de anclaje, y redes ratchet.

Red acanalada

Como parte de las líneas de investigación de nuestro grupo se encuentran las fases dinámicas de vórtices, y su estructura interna. Dentro de ese contexto surgió la idea de utilizar muestras acanaladas, que son redes con franjas de juntas con un valor de acoplamiento denominado *débil*, alternadas con franjas con acoplamiento mayor, denominado *fuerte* [5]. En el inset del panel izquierdo de la Figura 4.6 se muestra un esquema de este tipo de red. La idea de este experimento es que los vórtices ubicados en las regiones de acoplamiento fuerte tengan un potencial de anclaje más profundo (típicamente $0.2 E_J$) que los de las regiones de juntas débiles. De esta manera, al aplicar una corriente de transporte de valor adecuado, los primeros se quedan quietos, mientras que los segundos comienzan a moverse, como producto de la fuerza de la corriente. Si el caso fuera como el descrito hasta aquí, comparando con valores de corriente crítica de una red débil podríamos estudiar el módulo de corte C_{66} de la estructura de vórtices, y detectar la transición de fusión de la red. Se llegó incluso a fabricar y medir algunas muestras de este tipo.

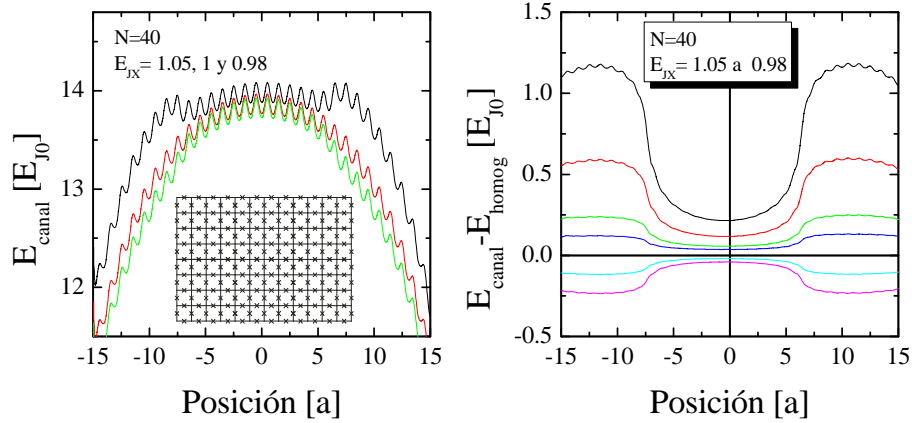


Figura 4.6: Izquierda: Energía en función de la posición para una red acanalada sin campo magnético. La red se divide en 3 franjas, como se esquematiza en el inset. La franja central tiene acoplamientos de valor unidad mientras que las franjas externas tienen acoplamiento $E_{JX} = 1.05, 1$ y 0.98 . Derecha: Diferencia entre la energía de red acanalada y la de una red homogénea. $E_{JX} = 1.05, 1.02, 1.01, 0.99$ y 0.98 .

Realizando algunas simulaciones numéricas utilizando los métodos de fases fijas se obtuvieron las curvas de potencial para redes acanaladas como el de la Figura 4.6. Allí se vio que el efecto de modular el acoplamiento no sólo modifica la amplitud de la oscilación del potencial. Además la energía de base aumenta en las regiones fuertes. Y ese era un parámetro que no había sido tenido en cuenta, y que modificaría claramente la distribución de vórtices en la red, alterando la estructura cristalina que se deseaba mantener inalterada. De modo que la idea de utilizar redes acanaladas quedó descartada, al menos hasta comprender en mayor detalle todos los efectos de esta modificación de los acoplamientos. Este fue el primer hallazgo importante obtenido utilizando el método de las fases fijas.

Redes con defectos

Otro estudio realizado mediante el método de las fases fijas fue el resultado de la introducción de defectos, una o unas pocas juntas diferentes en una red homogénea. Cuando la energía de acoplamiento de la o las juntas modificadas se hace menor, denominamos al defecto *sitio de anclaje* debido a que la energía de un vórtice baja al colocarse en esa posición. En la parte derecha de la Figura 4.7 se muestran algunos resultados obtenidos de esa manera. Allí se observa que la energía del vórtice se modifica de una manera cualitativamente esperable al pasar por sobre la junta modificada. Un estudio cuantitativo muestra que variación de la energía $\Delta E_{\text{defecto}}^{\text{juntura}}$ del vórtice ubicado exactamente en la junta es:

$$\Delta E_{\text{defecto}}^{\text{juntura}} = 2\Delta E_J$$

respecto de una red homogénea, donde ΔE_J mide la variación del acoplamiento de la junta modificada en unidades de E_{J0} , la magnitud del acoplamiento de las juntas en la red homogénea. Dado que en una red homogénea la posición de la junta es un punto de ensilladura, se necesitará un valor finito mínimo de ΔE_J para convertir esa posición en un mínimo local. Por ello que si se quiere anclar al vórtice en una posición determinada modificar una junta no es la mejor herramienta.

En lugar de modificar una única junta, supóngase que se reduce la corriente crítica de las cuatro islas de una plaqueta. El centro de la plaqueta que ya era un mínimo local, bajará su energía convirtiéndose en un sitio de anclaje mucho más eficiente. Un análisis

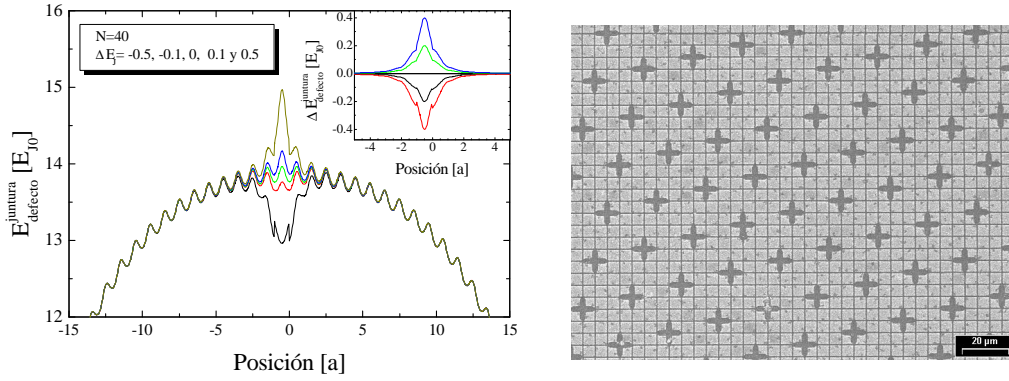


Figura 4.7: Izquierda: Energía en función de la posición para una red con una junta modificada, con $\Delta E_J = -0.05, -0.01, 0, 0.01$ y 0.02 . Inset: Diferencia entre la energía de red con defecto y la de una red homogénea, para $\Delta E_J = -0.02, -0.01, 0.01$ y 0.02 . Derecha: Fotografía electrónica de barrido de un sector de la muestra $P = 15$ con defectos tipo plaqueta. Los cuadrados gris claro son las islas SC, y las líneas oscuras que los separan son las juntas. Las estructuras que se ven con forma de cruz oscura corresponden a centros de anclaje, donde las cuatro juntas de esa plaqueta están debilitadas haciendo las juntas más anchas.

cuantitativo de este tipo de defectos mostró que la energía de un vórtice ubicado en el centro de la plaqueta modificada se modifica en:

$$\Delta E_{\text{defecto}}^{\text{plaqueta}} = 4\Delta E_J$$

respecto de una red homogénea. Obsérvese que a pesar de estar modificando cuatro juntas, la corrección no es cuatro veces mayor que en el caso de una junta. Esto es sencillo de explicar observando que al colocar al vórtice sobre la junta de acoplamiento E_J , ésta contribuye con $2E_J$ a la energía total, mientras que al ubicar al vórtice en el centro de una plaqueta cada una de las cuatro juntas contribuyen con E_J .

Para comparar los resultados obtenidos por las simulaciones, se fabricaron muestras con sitios de anclaje periódico, conmensurado con valores de $f = 1/P$, colocando un defecto cada P plaquetas de área. Cada defecto consiste en hacer que las cuatro juntas de una plaqueta tengan corriente crítica muy pequeña. Esto se puede implementar experimentalmente haciendo algunas juntas más separadas, como se muestra en la parte derecha de la la Figura 4.7 para una muestra de $P = 15$. También se fabricaron muestras con $P = 17$. La configuración de defectos se elige buscando la configuración de menor energía entre todas las posibles formas de ubicar P vórtices en una red de $P \times P$ celdas unidad, con condiciones periódicas de contorno[6].

Se realizaron algunas mediciones preliminares en estas muestras, sin resultados definitivos acerca de la eficiencia de los sitios de anclaje. La principal dificultad de la medición reside en que se intenta resolver una estructura ubicada en campos de $f = \pm 1/P$, muy cerca de otra estructura mucho más grande, ubicada en $f = 0$. Una forma de mejorar este experimento será fabricar muestras con P más pequeño, de manera de separar el campo magnético de conmensuración del de $f = 0$.

Ratchets

Como último ejemplo de aplicación del método de fases fijas se menciona aquí el estudio de las redes de juntas con modulación tipo ratchet [7], realizado para complementar las mediciones experimentales en esos potenciales, que se describen ampliamente en el capítulo 6. Los ratchets son potenciales periódicos y asimétricos, en los cuales el transporte de partículas tiene características muy singulares (ver referencias al final de dicho capítulo).

Una conclusión general que se obtiene de la aplicación del método de fases fijas en redes inhomogéneas es el hecho de que el valor del potencial en un punto dado depende principalmente de la magnitud de los acoplamientos de junturas cercanas a esa ubicación, y en una menor medida de las junturas más alejadas. Por esto en una región de junturas fuertes el potencial es mayor, mientras en una región de junturas débiles el potencial es menor. La intuición sugiere que esto es esperable cualitativamente, pero no dice cómo obtener un resultado cuantitativo. El método de fases fijas hace eso, permite calcular de manera sencilla la forma cuantitativa de la energía potencial de un vórtice en una RJJ inhomogénea.

4.5. Programa de simulación

Durante el transcurso de esta tesis escribimos un programa de simulación en el entorno de programación IDL [8] con interfase gráfica, para observar y experimentar con la dinámica de vórtices en RJJ. En la Figura 4.8 se muestra la interfase gráfica del programa. La función de todos sus elementos se describe a continuación.

En el sector señalado como 1 se grafican las fases, vórtices y/o corrientes, dependiendo de la selección del botón 9. En la parte inferior, en 25 se grafica la energía de los sucesivos pasos de la simulación. Allí puede, si se realizan barridos en posición, observarse el potencial que percibe el vórtice. El selector 6 permite modificar el tamaño de la RJJ que se simula. Al modificarlo, se actualizan automáticamente todos los parámetros internos y el gráfico 1. Los botones 2, 3, 4, 5, 7 y 8 permiten construir los estados iniciales de la simulación: el botón

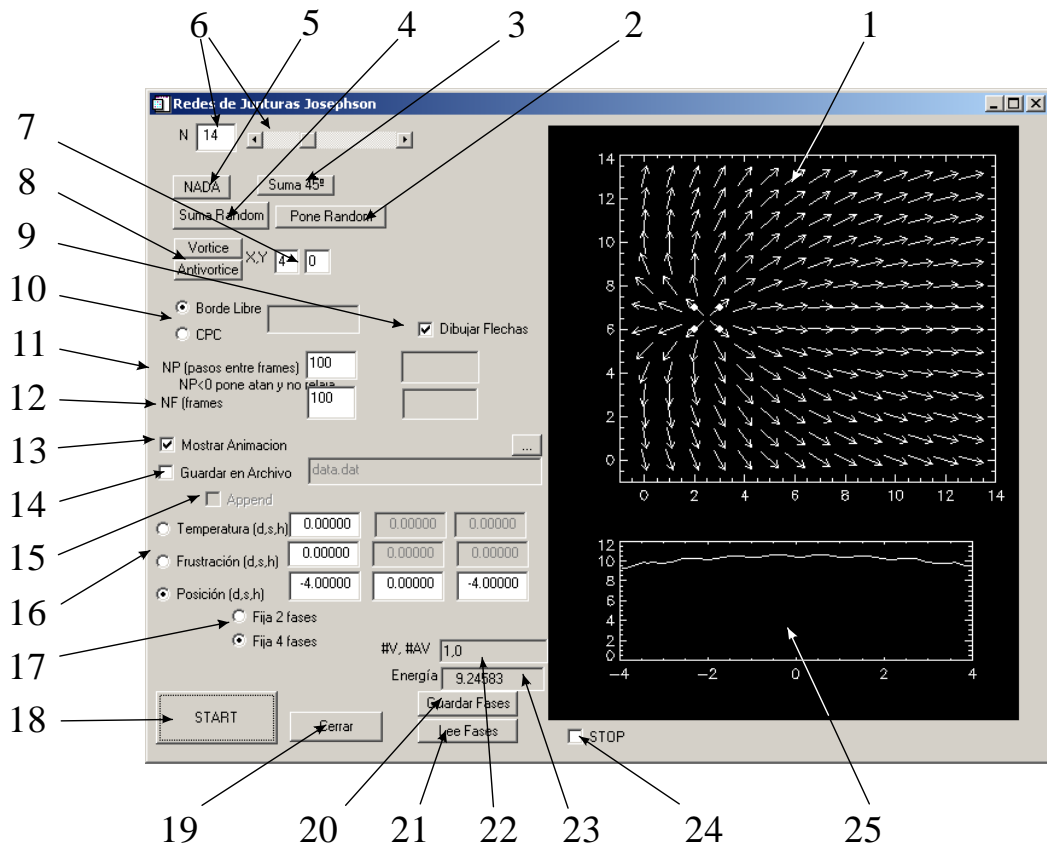


Figura 4.8: Controles de la interfase gráfica del programa de simulación, descriptos con detalle en el texto.

5 coloca todas las fases paralelas; 2 y 4 suman una configuración aleatoria; y los botones 8 colocan un vórtice o un antivórtice en la posición de la red indicada por 7. El selector 10 permite seleccionar si las condiciones de contorno son periódicas o libres.

El selector 16 permite hacer barridos en Temperatura, Frustración (campo) o Posición. En cada uno se puede seleccionar valor inicial, paso y valor final. El selector 17 se activa cuando se selecciona barrido en Posición, y elige si el control de la posición se hace con 2FF o con 4FF. NF, el número de frames 12 es el número de partes en que se divide el intervalo inicial a final del barrido, y está por lo tanto relacionado a los valores inicial, final y paso. NP, el número de pasos 11 define el número de iteraciones del algoritmo de minimización que se realizan entre cada par de frames. Por lo tanto, $NP \cdot NF$ es el número total de iteraciones realizadas al finalizar el programa.

El programa también permite guardar los valores intermedios de energía en un archivo, que se selecciona en 14. Se guarda en archivo la energía cada $NP/2$ pasos de la simulación, que corresponden a la situación intermedia y final de cada uno de los NF valores diferentes de barrido.

Las etiquetas de texto 22 y 23 muestran el número de vórtices, antivórtices y la energía de la configuración actual. Los botones 20 y 21 permiten guardar y leer de un archivo las configuraciones de fases, lo que permite interrumpir y reanudar sesiones de simulación. Finalmente, el botón 18 inicia la simulación, y 24 permite interrumpir la simulación (esta es la única forma de interrumpir, sin recurrir a la terminación del proceso desde el sistema operativo).

Para obtener el potencial en las diferentes situaciones de acoplamientos inhomogéneos, ya sean redes ratchet, acanaladas, o defectos, o cualquier otra distribución imaginable, debe modificarse el código del programa manualmente. No se han implementado estas características en la interfase gráfica debido a la gran cantidad de parámetros independientes que habría que controlar.

4.6. Conclusiones

Una de las características más atractivas de las RJJ es que pueden modelarse de una manera sencilla, y realizar simulaciones numéricas que poseen una interpretación física simple en términos de excitaciones tipo vórtice. En este capítulo se desarrollan algunas herramientas numéricas utilizadas para estudiar vórtices en RJJ. Entre estas herramientas se obtuvo una expresión que permite determinar la posición de un vórtice localizado dentro de una plaqueta.

Se desarrolló la técnica de relajación de fases fijas, que permite calcular el potencial en ubicaciones inaccesibles a otros métodos de simulación. Entre sus aplicaciones se mencionan el potencial de un vórtice en redes homogéneas de tamaño finito; y entre las redes con acoplamientos no homogéneos mencionamos las redes acanaladas, defectos puntuales, y redes ratchet.

Finalmente, el método de fases fijas aplicado a redes inhomogéneas permite confirmar de una manera cuantitativa el hecho de que el valor del potencial en un punto dado depende principalmente de la magnitud de los acoplamientos de juntas cercanas, y en una menor medida de las juntas más alejadas. Por esto en una región de juntas fuertes el potencial es mayor, mientras en una región de juntas débiles el potencial es menor.

Apéndice. Cálculo de la posición del vórtice dentro de la plaqueta

Calculemos la posición del vórtice (x, y) dentro de la plaqueta (medidos en unidades de a el parámetro de red), a partir de las diferencias de fases de dos juntas adyacentes α y β . Calculemos primero un ángulo auxiliar γ . A partir de los ángulos de la Figura 4.3 puedo escribir las siguientes expresiones:

$$\frac{\sin \rho}{h} = \sin \alpha \quad \text{y} \quad \frac{\sin \lambda}{h} = \sin \beta$$

además $\alpha + \gamma' + \rho = \pi, \quad \beta + \lambda + \delta = \pi, \quad \gamma + \delta = \pi/2, \quad \text{y} \quad \gamma' = \gamma.$

A partir de estas expresiones puedo despejar h en las primeras dos, e igualar, para obtener:

$$h = \frac{\sin \alpha}{\sin \rho} = \frac{\sin \beta}{\sin \lambda}$$

$$\sin \alpha \sin \lambda = \sin \beta \sin \rho$$

$$\text{de donde} \quad \sin \alpha \cos(\beta - \gamma) = \sin \beta \sin(\alpha + \gamma).$$

Esta última expresión contiene sólo una incógnita, γ (recordemos que α y β son datos). De allí puede despejarse γ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \sin \alpha \cos(\beta - \gamma) &= \sin \beta \sin(\alpha + \gamma) \\ \cos \gamma (\cos \beta \sin \alpha - \sin \alpha \sin \beta) &= \sin \gamma (\cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \sin \beta) \\ \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} &= \frac{\sin \alpha (\cos \beta - \sin \beta)}{\sin \beta (\cos \alpha - \sin \alpha)} \\ \tan \gamma &= \frac{1/\tan \beta - 1}{1/\tan \alpha - 1} \end{aligned}$$

$$\gamma = \arctan \left(\frac{1/\tan \beta - 1}{1/\tan \alpha - 1} \right)$$

con esta última expresión puedo finalmente calcular el valor de γ , y utilizarlo para calcular x e y

Cálculo de $x(\gamma)$ e $y(\gamma)$

Para calcular las posiciones del vórtice con los datos α , β y γ , podemos escribir las siguientes expresiones,

$$\begin{aligned} \tan \gamma &= x/y \\ \tan(\beta - \gamma) &= (1 - x)/y \end{aligned}$$

para deducir finalmente las siguientes:

$$y = \frac{1}{\tan \gamma + \tan(\beta - \gamma)}$$

$$x = y \tan \gamma$$

reemplazando α , β y γ se puede calcular x e y .

Bibliografía

- [1] M. Rzchowski, S. Benz, M. Tinkham, y C.J.Lobb, Phys. Rev. B **42**, 2041 (1990).
- [2] B. D. Josephson, Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
- [3] V. I. Marconi, Tesis Doctoral, Instituto Balseiro, C.N.E.A. y U.N.Cuyo, Bariloche, Argentina, 2002.
- [4] C. J. Lobb, D. W. Abraham, y M. Tinkham, Phys. Rev. B **27**, 150 (1983).
- [5] J. S. Reparaz, Tesis de Maestría, Instituto Balseiro, C.N.E.A. y U.N.Cuyo, Bariloche, Argentina, 2003.
- [6] M. Franz y S. Teitel, Phys. Rev. B **51**, 6551 (1995).
- [7] D. E. Shalóm y H. Pastoriza, Phys. Rev. Lett. **94**, 177001 (2005).
- [8] IDL Versión 5.2. Research Systems Inc. <http://www.rsinc.com>.

Capítulo 5

Efectos de tamaño finito

La mayor parte de los estudios numéricos y analíticos realizados en RJJ se concentran en redes de tamaño infinito, o con condiciones periódicas de contorno. Sin embargo en sistemas experimentales reales las condiciones de contorno son necesariamente abiertas, y son de tamaño finito. Por ello resulta de interés el análisis de redes de tamaño finito, en las cuales las islas superconductoras ubicadas en el perímetro de la muestra tienen menos islas vecinas que las ubicadas en el interior de la red. En este capítulo se estudian algunos efectos de tamaño finito en RJJ.

La contribución más importante de esta tesis en cuanto a resultados analíticos es probablemente el modelo de anillos [1], presentado en la sección 5.1. Es un modelo que a pesar de su extrema sencillez, demuestra ser de gran utilidad para calcular la dependencia de la energía con campo en redes de tamaño finito. Este modelo permite calcular entre otras cosas el primer campo crítico, campo al cual resulta energéticamente favorable la entrada del primer vórtice.

En la sección 5.2 el resultado del modelo de anillos se combina con otros términos que tienen en cuenta la dependencia con la posición y corriente de un vórtice en la red. Se completa así una expresión analítica para la energía potencial total de un vórtice en una RJJ de tamaño finito en presencia de campo magnético y corriente aplicada.

Esta expresión final se compara con resultados numéricos obtenidos por métodos de relajación con y sin fases fijas en diversas situaciones. El acuerdo es notable, poniendo en evidencia la validez tanto de la expresión analítica como de las simulaciones.

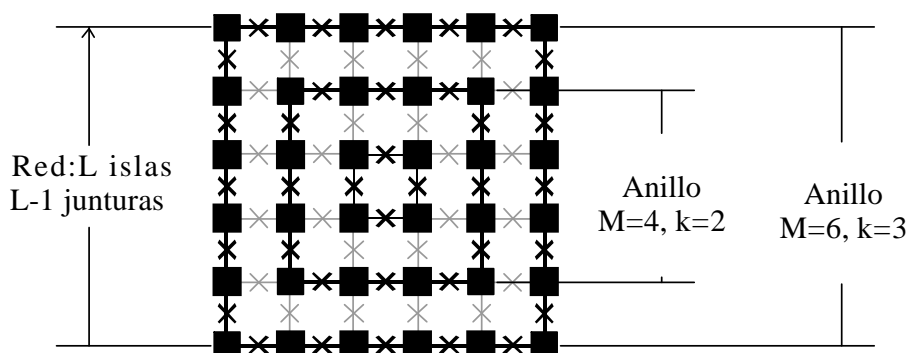


Figura 5.1: Esquema de una red de junturas de L islas de lado, con $L - 1$ junturas por lado. En negro se indican las junturas que conforman los anillos, mientras que en gris se señalan las junturas *radiales* que acoplan los sucesivos anillos. El modelo de anillos no toma en cuenta las junturas radiales, considera que la red está formada por anillos desacoplados.

5.1. Modelo de anillos: energía del estado fundamental

En sistemas de RJJ de tamaño finito el estado fundamental del sistema en presencia de campo magnético perpendicular no puede ser descripto por una red de Bravais de vórtices, como es el caso en sistemas infinitos [2, 3]. El modelo más simple que contempla la energía de una juntura Josephson ideal (sin términos capacitivo ni resistivo) puede escribirse como:

$$E_J^{i,j} = E_{J0}(1 - \cos \gamma_{i,j}),$$

donde la energía está medida en unidades de $E_{J0} = \frac{\hbar I_C}{2e}$ la energía de acoplamiento; e es la carga del electrón; I_C es la corriente crítica de una juntura; $\gamma_{i,j} = \theta_i - \theta_j - \frac{2e}{\hbar c} \int_i^j \vec{A} \cdot d\vec{l}$ es la diferencia de fases invariante de calibre entre los nodos i y j ; y \vec{A} es el potencial vector. El Hamiltoniano de esta red de junturas puede expresarse como:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_{i, \langle j \rangle} E_J^{i,j}, \quad (5.1)$$

donde i recorre toda la red y $\langle j \rangle$ recorre los primeros vecinos de i (cuatro para una red cuadrada). Dado que no se tienen en cuenta términos de acoplamiento magnético entre las corrientes, este hamiltoniano corresponde al límite de apantallamiento despreciable, $\lambda_{\perp} \gg L$, el tamaño de la red.

A continuación presentamos un modelo que, a pesar de su extrema sencillez captura de manera notable las características principales de la dependencia del estado fundamental de una red cuadrada finita, en presencia de un campo magnético perpendicular.

El estado fundamental de una red cuadrada de tamaño finito y sin campo se obtiene colocando todas las islas con la misma fase $\theta_i = \theta_0$. Por lo tanto, la energía de este estado $\mathcal{H} = 0$ es cero. Al colocar un pequeño campo magnético perpendicular, corrientes Meissner fluyen por el perímetro de una muestra superconductora, y decaen hacia el centro de la muestra. En presencia de un vórtice en el centro de la muestra habrá un torbellino de corrientes, circulando en uno u otro sentido dependiendo del signo del vórtice. Estas corrientes decaen en magnitud al alejarse de la posición geométrica de la singularidad. En ambos casos, tanto en presencia de un vórtice como sin él, las corrientes tienen una simetría cuasi-circular, paralela a los bordes, circulando alrededor del centro de la red. Un modelo que conserve las características de la configuración de un vórtice y del campo debe mantener esta simetría de corrientes concéntricas. Por esto proponemos el denominado “modelo de anillos”. Este consiste en considerar que la corriente circula *únicamente* por anillos cuadrados, concéntricos y desacoplados, dejando de lado las junturas radiales, que acoplan los sucesivos anillos. En la Figura 5.1 se esquematiza una red de $L = 6$ islas de lado, y se resaltan los sucesivos anillos concéntricos. En la búsqueda del estado fundamental con un único vórtice, se considerará al vórtice ubicado en el centro de la red. Por lo tanto, para que el centro de la red coincida con el centro de una plaqueta, se utilizarán sólo valores pares del tamaño L .

Para calcular la energía total dentro de este modelo sumaremos la energía de las junturas de los anillos, dejando de lado las junturas radiales (grises en la Figura 5.1). Dado que los anillos se suponen desacoplados, la corriente ($I_{i,j} = I_C \sin \gamma_{i,j}$) en cada una de todas las junturas de un dado anillo es constante, por lo que todos los $\gamma_{i,j}$ de un anillo deben ser idénticos. Por ello, el cálculo de la energía total se reduce a calcular esta $\gamma_{i,j}$ para cada anillo. Para ello, utilizando la cuantificación del fluxoide se llega a:

$$\begin{aligned} \sum_{\text{anillo}} \gamma_{i,j} &= 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} + 2\pi n_v \\ &= 2\pi f(m-1)^2 + 2\pi n_v, \end{aligned}$$

donde f es la frustración definida como la razón entre el flujo magnético por plaqueta y el cuanto de flujo Φ_0 ; $n_v = (1, 0 \text{ ó } -1)$ es el número de vórtices encerrados por el anillo

(para mantener la simetría debe restringirse el número de vórtices a no más de uno); m es el número de islas en un lado del anillo cuadrado; y $(m-1)^2$ es el área de dicho anillo. Como $\gamma_{i,j} = \gamma_m$ es constante en el anillo de lado m , el término de la izquierda es simplemente γ_m multiplicado por el número de juntas en el perímetro $4(m-1)$:

$$\gamma_m = \frac{\pi}{2} f(m-1) + \frac{\pi}{2} \frac{n_v}{m-1}. \quad (5.2)$$

La energía total de un anillo de lado m es $(1 - \cos \gamma_m)$ (en unidades de E_{J0}) multiplicado por el número de juntas en el perímetro:

$$E_{\text{anillo}}(m) = 4(m-1) \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} f(m-1) + \frac{\pi}{2} \frac{n_v}{m-1} \right) \right]. \quad (5.3)$$

Finalmente la energía total de una red de $L \times L$ puede escribirse como la suma de los $L/2$ anillos concéntricos que la forman ($m = 2k$, pues m es par):

$$E_T(n_v, f) = \sum_{k=1}^{L/2} 4(2k-1) \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} f(2k-1) + \frac{\pi}{2} \frac{n_v}{2k-1} \right) \right] \quad (5.4)$$

Ésta es una expresión general para la energía de una red cuadrada de juntas Josephson con condiciones de contorno abiertas con anillos desacoplados, con un (o ningún) vórtice en el centro, y con campo magnético aplicado. Esta expresión tiene en cuenta las L^2 juntas que forman los $L/2$ anillos, mientras que deja fuera las $L(L-2)$ juntas radiales que acoplan los sucesivos anillos. Por ello es esperable que este modelo no sea una buena estimación del valor constante de la energía de base. Por otro lado, la dependencia con el campo magnético está muy bien representada en este modelo, como se verá a lo largo de este capítulo.

Modelo de anillos sin vórtices

Para evaluar la utilidad del modelo de anillos se discutirán algunos casos particulares, comenzando por la situación en ausencia de vórtices. Para ello se evalúa la ecuación 5.4 para $n_v = 0$:

$$E_T(n_v = 0, f) = \sum_{k=1}^{L/2} 4(2k-1) \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} f(2k-1) \right) \right].$$

En el límite de campo magnético pequeño, $f \ll \frac{1}{L}$, puede desarrollarse en serie de Taylor $1 - \cos(x) \approx x^2/2$:

$$\begin{aligned} E_T(n_v = 0, f) &\approx \sum_{k=1}^{L/2} 4(2k-1) \left[\frac{\pi^2}{8} f^2 (2k-1)^2 \right] \\ &\approx \frac{\pi^2 f^2}{2} \sum_{k=1}^{L/2} (2k-1)^3 \\ &\approx \frac{\pi^2 f^2}{16} (L^4 - 2L^2). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Esto da una dependencia cuadrática con f , con una curvatura que aumenta con L^4 . Comparando numéricamente esta última expresión con la sumatoria original de $E_T(n_v = 0, f)$ para distintos valores de L se encontró que el error relativo disminuye como $1/L^2$, justificando la utilización de ésta última expresión para la energía de una red de tamaño L en ausencia de vórtices.

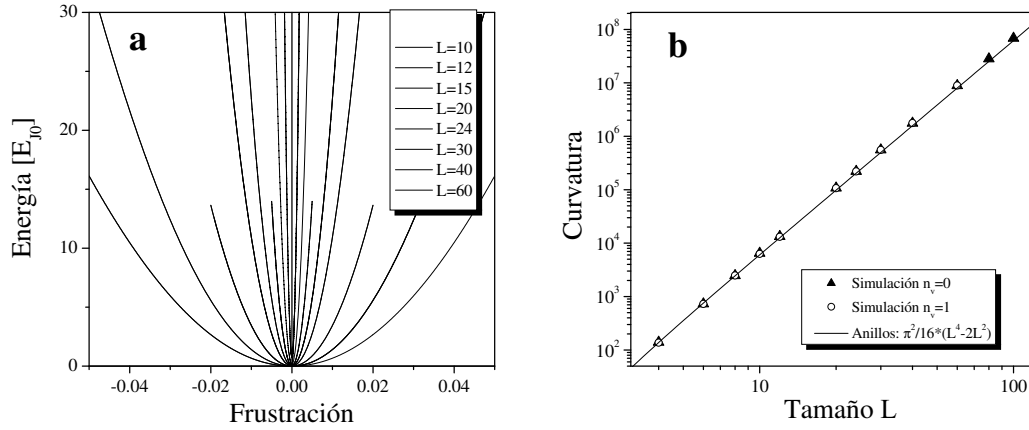


Figura 5.2: a) Energía en función de la frustración para varios tamaños de red sin vórtices. A partir de un ajuste cuadrático de estos datos se calculó la curvatura para cada tamaño. b) Curvatura de la energía con f , en función del tamaño de la red. Los datos de la simulación se obtuvieron de ajustes cuadráticos de **a** y de la Figura 5.5 a. La línea corresponde al modelo de anillos, la ecuación 5.8, válida tanto para $n_v = 0$ como para $n_v = 1$.

Se comparó este resultado con simulaciones numéricas para varios tamaños de red. Para esto se comenzó del estado $f = 0$, $\theta_i = 0$, para luego aumentar progresivamente el campo magnético, dejando relajar todas las fases para cada valor de campo. En la Figura 5.2 **a** se muestran los resultados así obtenidos, para cada tamaño L . El comportamiento para f suficientemente pequeño es cuadrático. Ajustando por cuadrados mínimos estas parábolas se obtuvieron los valores de la curvatura para cada tamaño de red, que se muestran en la parte derecha de la figura. Para comparar con la aproximación de anillos, en la misma figura se graficó la expresión $c = \frac{\pi^2}{16}(L^4 - 2L^2)$ que da la curvatura en función del tamaño, mostrando el buen acuerdo entre modelo y simulación.

Modelo de anillos con un vórtice

Otro caso particular importante es el de un vórtice ubicado en el centro de la red, $n_v = 1$. Para evaluar la energía del sistema a campo pequeño podemos aproximar la ecuación 5.4 por: $E_T(n_v = 1, f) \approx a + b f + c f^2$. El término constante a representa el costo energético de crear un vórtice en ausencia de campo. El valor obtenido a partir de $E_T(n_v = 1, f = 0)$ no resultará satisfactorio, ya que el modelo de anillos captura notablemente la dependencia con campo, no así el valor constante de energía (ver Figura 5.3 en la próxima sección). Por ello, para el término constante se utilizará la expresión $a = U_0(x = 0) = \pi \log[2L]$, que se desarrolla más adelante en éste capítulo. El modelo de anillos se utilizará exclusivamente para obtener la dependencia de la energía con f .

El coeficiente lineal b puede obtenerse derivando $E_T(n_v = 1, f)$ respecto a f , evaluada en $f = 0$. Así se obtiene:

$$\left. \frac{\partial E_T(n_v, f)}{\partial f} \right|_{f=0} = - \sum_{k=1}^{L/2} 2\pi(2k-1)^2 \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{n_v}{2k-1}\right). \quad (5.6)$$

Para los términos de k grande se puede desarrollar $\sin(x) \approx x$:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial E_T(n_v, f)}{\partial f} \right|_{f=0} &\approx - \sum_{k=1}^{L/2} \pi^2 (2k-1) \\ &= - \frac{\pi^2}{4} L^2. \end{aligned} \quad (5.7)$$

En un estudio numérico se halló que el error relativo de ésta última expresión respecto de la ecuación 5.6 decrece monótonamente como $1/L^2$, por lo tanto se utilizará $b = -\frac{\pi^2}{4} L^2$ como el término lineal.

El término cuadrático c puede obtenerse como la segunda derivada de $E_T(n_v = 1, f)$ respecto de f , y evaluado en $f = 0$:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 E_T(n_v, f)}{\partial^2 f} \right|_{f=0} &= \pi^2 \sum_{k=1}^{L/2} (2k-1)^3 = \\ &= \frac{\pi^2}{8} (L^4 - 2L^2). \end{aligned} \quad (5.8)$$

se llega exactamente al mismo resultado que para la curvatura en el caso sin vórtices en la ecuación 5.5 (notando que entre el término cuadrático c y la derivada segunda hay un factor 2). Reuniendo los términos constante, lineal y cuadrático, se llega finalmente a la expresión:

$$E_T(n_v = 1, f) \approx \pi \log[2L] - f \frac{\pi^2}{4} L^2 + f^2 \frac{\pi^2}{16} (L^4 - 2L^2)$$

para la dependencia de la energía con el campo magnético.

5.2. Energía de un vórtice en función de la posición

Podemos extender los resultados de la sección anterior para construir una expresión general de la energía de un vórtice en función de su posición en la red, el campo magnético f y la corriente externa I . Esta energía puede descomponerse en cuatro términos (medidos en unidades de E_{J0}):

$$U(x) = U_0(x) + U_i(x) + U_{pot}(x) + U_f(x) \quad (5.9)$$

donde x es la posición del vórtice normalizada por a y medida desde el centro de la red; $U_0(x)$ es la energía del vórtice en ausencia de campo magnético y corriente externa, y no tiene en cuenta la periodicidad de la red; $U_i(x)$ es el término de interacción con la corriente externa; $U_{pot}(x)$ da cuenta de la periodicidad de la red; y $U_f(x)$ es el término de interacción con el campo magnético externo. A continuación se estudiará en detalle cada uno de estos términos.

$U_0(x)$: sin campo ni corriente

El término $U_0(x)$ tiene en cuenta el tamaño finito de la red en ausencia de campo y corriente. Puede descomponerse en dos partes. Una parte es la energía de creación de un vórtice en el centro de una red de tamaño L es $U_v = \pi \log[2\pi L]$ [4, 5]. Ese término no considera la deformación de las corrientes para satisfacer las condiciones de contorno. Otro término que tiene en cuenta la interacción del vórtice con los bordes puede obtenerse utilizando el método de las imágenes. Este consiste en colocar una serie (infinita en este caso) de vórtices imagen en las posiciones adecuadas, para simular las condiciones de contorno abiertas, y calcular la energía de interacción entre el vórtice y las imágenes. El resultado en

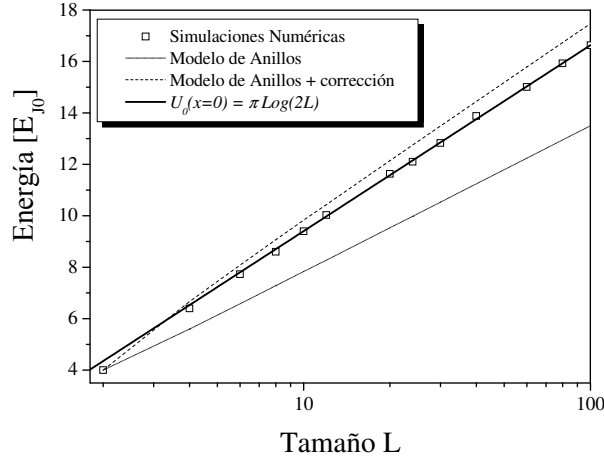


Figura 5.3: Energía de la configuración con un vórtice a campo cero. La curva del modelo de anillos sin corregir es la expresión $E_T(n_v, f = 0)$. La curva superior incluye la corrección calculada en el apéndice. La línea gruesa corresponde la ecuación 5.10 evaluada en $x = 0$: $U_0(x = 0) = \pi \log[2L]$.

el caso de una red larga, $L \times \infty$ se calcula en el apéndice de éste capítulo, y da como resultado $U_1(x) = \pi \log[1/\pi \cos(\pi x)]$. Por lo que para $U_0(x) = U_v + U_1(x)$ se tiene finalmente:

$$U_0(x) = \pi \log[2L \cos(\pi x)]. \quad (5.10)$$

Se comparó esta expresión con lo obtenido por resultados numéricos por métodos de relajación. Se estudió primero la dependencia con L para $x = 0$, un vórtice en el centro de la red. Para inicializar las fases se utilizó el método del arcotangente (ecuación 4.2). Para que el vórtice siempre se coloque en el centro de una plaqueta se utilizaron exclusivamente valores pares de L . Los valores obtenidos se muestran en la Figura 5.3 en función del tamaño. El acuerdo con la expresión $U_0(x = 0) = \pi \log[2L]$ se extiende a todos los tamaños estudiados. En la misma figura se muestra lo obtenido por el modelo de anillos, la expresión 5.4 para $n_v = 1$ y $f = 0$. Esta curva queda por debajo de lo obtenido en las simulaciones debido a que, como ya se explicó ese modelo no tiene en cuenta la energía aportada por todas las juntas radiales. Al sumar la energía de estas otras juntas con la expresión calculada en el Apéndice I al final de este capítulo, la energía resultante es un poco mayor a la obtenida en las simulaciones. Esto se debe a que el estado obtenido por el modelo de anillos no es un mínimo local de la energía total al activar los acoplamientos radiales.

Se analizó luego la dependencia de $U_0(x)$ con la posición con simulaciones numéricas. Para ello se empleó el método de las Fases Fijas descrito en el capítulo anterior. Este consiste en inicializar las fases con un vórtice en una posición por el método del arcotangente, y luego “empujarlo” fijando y controlando los valores de las 2 o 4 fases más próximas a la singularidad.

Dado que el potencial $U_1(x)$ (calculado en el Apéndice II al final del capítulo) se calculó para una red larga en lugar de una cuadrada, es esperable que los resultados no se ajusten exactamente a las simulaciones que se realizan en redes cuadradas. Sin embargo esta ecuación se ajusta muy bien como se ve en la Figura 5.4. No sólo retiene las características principales de la dependencia de la energía con x , sino también con un acuerdo cuantitativo sorprendente.

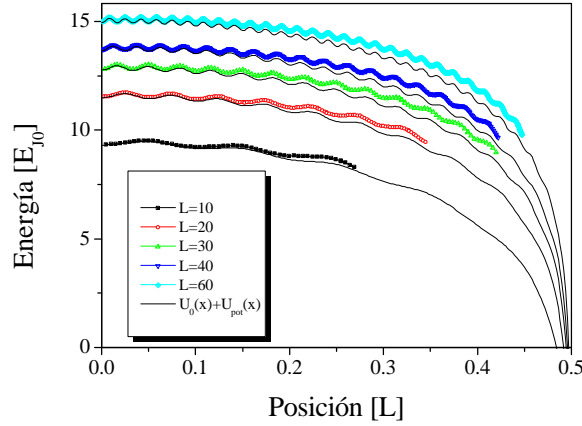


Figura 5.4: $U_0(x)+U_{pot}(x)$ en redes de tamaño $L = 10, 20, 30, 40$ y 60 celdas unidad, obtenidas con simulaciones numéricas por el método de fases fijas. Las líneas continuas corresponden a la suma de las ecuaciones 5.10 y 5.12 para los distintos L .

$U_i(x)$ y $U_{pot}(x)$: corriente externa y periodicidad

Al aplicar una corriente \vec{I} los vórtices experimentan una fuerza en la dirección ortogonal a la dirección de la corriente, y en magnitud proporcional a esta. La fuerza toma el valor $\vec{F} = \phi_0 \hat{z} \times \vec{I}$ de manera similar a la fuerza de Lorentz. Se puede escribir esta fuerza en términos de una energía potencial [6]:

$$U_i(x) = -2\pi I(x - 1/2) \quad (5.11)$$

donde I es el módulo de la corriente externa. Esto corresponde a inclinar el potencial hacia uno u otro lado, dependiendo del signo de I .

El término $U_{pot}(x)$ da cuenta de la periodicidad de la red de juntas. Es un corte del denominado potencial de caja de huevos, y es responsable de las oscilaciones del potencial que se muestra en la Figura 4.5. Fenomenológicamente se vio que se ajusta muy bien a la expresión:

$$U_{pot}(x) = -\frac{E_B}{2} \cos(2L\pi x). \quad (5.12)$$

donde E_B es la amplitud de la barrera estática que los vórtices deben saltar para pasar de una plaqueta a la siguiente, y toma un valor de $E_B = 0.2$ en redes homogéneas [4].

En la Figura 5.4 se grafica la energía en función de la posición del vórtice, que tiene en cuenta los términos $U_0(x)$ y $U_{pot}(x)$ dados por las ecuaciones 5.10 y 5.12 respectivamente. El acuerdo entre estas expresiones analíticas y los resultados numéricos es muy bueno.

$U_f(x)$: dependencia con el campo magnético

Finalmente se tiene la contribución a la energía debida a la presencia de campo magnético $U_f(x)$. Ésta tendrá una parte independiente de la posición ($U_f(x=0)$), y otra dependiente de la posición. La parte independiente tiene una componente lineal y una cuadrática con f ; podemos utilizar las expresiones 5.7 y 5.8, obtenidas por el modelo de anillos en la sección anterior.

Para la parte dependiente de la posición se puede mostrar que debe tener una dependencia del tipo kfx^2 , con k una constante. A esta dependencia se llega suponiendo que el vórtice percibe una fuerza debida a la corriente en la posición de la singularidad del vórtice, la cual

podemos obtener a partir de $U_i(x)$, y la corriente es la corriente de apantallamiento. Esta suposición no puede usarse para obtener un resultado cuantitativo debido a que la ecuación 5.11 se aplica sólo al caso de corriente homogénea. Sin embargo, la dependencia obtenida de esta manera ajusta de manera notable con las simulaciones. La corriente en cada punto de la red en presencia de campo y ausencia de vórtices puede calcularse a partir de la ecuación 5.2 para $n_v = 0$. Si bien esa ecuación es válida para m enteros, al pasar al continuo γ crece linealmente al alejarse del centro (lo mismo que la corriente, para f pequeño). La fuerza resulta entonces proporcional a fx , por lo que el potencial será kfx^2 . Escribiendo todos los términos se tiene finalmente:

$$U_f(x) = f^2 \frac{\pi^2}{16} (L^4 - 2L^2) - f \left(\frac{\pi^2}{4} L^2 - kx^2 \right) \quad (5.13)$$

donde k es el único parámetro de ajuste. El valor de este parámetro se obtuvo ajustando esta expresión con simulaciones numéricas y se obtuvo un valor de $k = 11$ (se describe a continuación). En un trabajo muy citado de 1990, van der Zant *et al* [5–9] escriben una expresión análoga del potencial en función de f , pero para redes largas, $L \times \infty$, en lugar de cuadradas. Allí escriben sólo una dependencia lineal con f , no presentan el término proporcional a f^2 . Además, en los términos lineales con f hay un factor de aproximadamente 2 entre lo presentado allí y la expresión $U_f(x)$, probablemente debido a que allí se estudian redes largas y aquí redes cuadradas.

Un vórtice en el centro con campo

En la Figura 5.5a se presenta la energía en función del campo magnético para redes cuadradas de diferentes tamaños, con un vórtice en el centro obtenido de las simulaciones por el método de relajación. Ajustando estas curvas se obtuvieron los términos lineal y cuadrático de $U_f(x = 0)$. El término lineal b obtenido del ajuste se muestra en la Figura 5.5b, junto con la ecuación 5.7, correspondiente al término lineal calculado a partir del modelo de anillos. Los valores de la curvatura para cada tamaño se muestran en la Figura 5.2b, junto con la curvatura del estado sin vórtices y la ecuación 5.8 obtenida del modelo de anillos. En ambas figuras el acuerdo entre las simulaciones y el modelo es notable, teniendo en cuenta que el modelo es extremadamente simple, así como las expresiones que se obtienen.

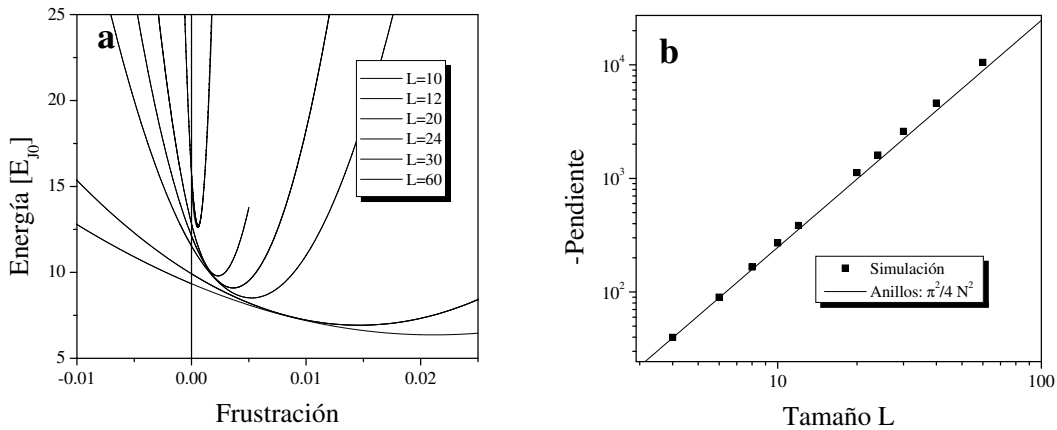


Figura 5.5: **a)** $U_0(x = 0) + U_f(x = 0)$ obtenido de simulaciones para varios tamaños de la red, con un vórtice en el centro. **b)** Pendiente de la energía en $f = 0$, en función del tamaño de la red. Los datos de la simulación se obtuvieron de las pendientes de **a** en $f = 0$. La curva del modelo de anillos es la ecuación 5.7.

Un vórtice fuera del centro con campo

Para completar el estudio de la energía potencial de un vórtice se realizaron simulaciones con el vórtice fuera del centro de la red, en presencia de campo magnético. Comparando los resultados de las simulaciones con $U(x)$ se pudo ajustar el valor del único parámetro libre: la constante k de la ecuación $U_f(x)$. El valor obtenido para el parámetro fue de $k \approx 11 \approx 7\pi/2$, al que se llegó por dos maneras diferentes.

Por un lado se utilizó el método de relajación sin fases fijas. Como condición inicial se colocó al vórtice en el centro de las sucesivas plaquetas, y luego se varió el campo magnético. Como resultado se obtienen las parábolas. Un ejemplo de esto se muestra en la parte izquierda de la Figura 5.6 para una muestra de $L = 20$. Al restar a todas estas curvas la correspondiente a $x = 0$, queda solamente el término que depende de ambos parámetros x y f , correspondiente al tercer término de la ecuación 5.13. En el inset de la figura se muestran esas diferencias. Un ajuste lineal de estas diferencias permite obtener la pendiente de cada una de las rectas. Graficando estas pendientes en función de x (no se muestra aquí) se vio que varían como $11x^2$, consistente con un término de energía igual a $11fx^2$. Este mismo procedimiento se aplicó a otros tamaños de red, dando los mismos resultados.

Por otro lado también se realizaron simulaciones utilizando el método de dos fases fijas. En este caso, a diferencia del anterior, se puede variar continuamente el valor de la posición. Se midió la energía en función de la posición para algunos valores de f . Realizando un procedimiento similar al descrito en el párrafo anterior, restando esta vez la curva correspondiente a $f = 0$ se obtiene una serie de parábolas. Estas parábolas corresponden a $U_f(x)$ ya que los otros términos se van al restar $U(x = 0)$. Ajustando las parábolas se obtuvo el valor de la curvatura para cada f , y para cada tamaño de red. En la parte derecha de la Figura 5.6 se grafica la curvatura para los valores de f y L utilizados. También se grafica la recta $11f$, confirmando nuevamente el valor de $k = 11$.

En la Figura 5.7 se presentan algunas series de datos obtenidos en las simulaciones, junto con las curvas correspondientes a $U(x)$. Se observa que, si bien el acuerdo no es perfecto, el modelo captura todas las características principales de la dependencia de varias decenas de curvas, para distintos valores del tamaño, posición, y campo magnético. Con un único parámetro de ajuste, $k = 11$.

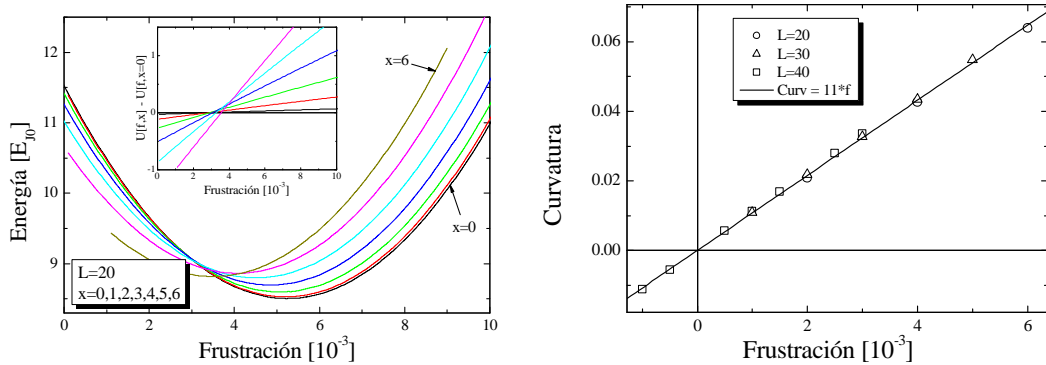


Figura 5.6: Izquierda: $U_f(x)$ en función de la frustración, en una red de $L = 20$, para el vórtice ubicado en las plaquetas $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, y 6 . Inset: Diferencia entre las curvas y la de $x = 0$, correspondiente al término kfx^2 de la ecuación 5.13. Derecha: Curvatura de $U_f(x)$ ($= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U_f(x)}{\partial x^2}$) en función de f , para algunos valores de L y de f . La línea continua corresponde a la recta $11f$.

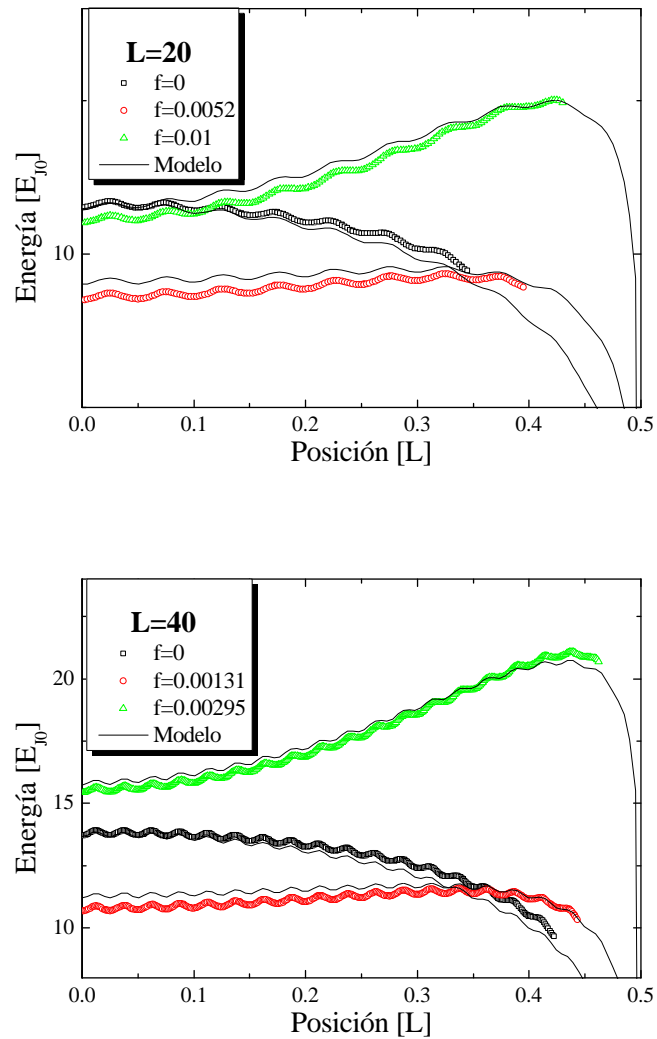


Figura 5.7: Energía potencial para algunos campos magnéticos y tamaños de red. Arriba: $L = 20$. Abajo: $L = 40$. Los símbolos corresponden a las simulaciones numéricas, realizadas por el método de dos fases fijas. Las líneas corresponden la expresión $U(x)$ de la ecuación 5.9, evaluada para los distintos valores de x , f y L .

5.3. Primer campo crítico

El cruce entre las curvas de energía con $n_v = 0$ y $n_v = 1$ definen el campo al cual se hace energéticamente favorable la creación de un vórtice. Este puede ser definido como *primer campo crítico* f_{C1} del sistema. Este parámetro se puede obtener de figuras como la 5.8 **a**, donde las curvas se cruzan. Los resultados para cada tamaño se presentan en la parte **b**. El valor de f_{C1} podría ser medido experimentalmente por métodos de transporte o inductivos.

A partir de las ecuaciones obtenidas en el modelo de anillos se puede llegar a una expresión analítica simple para el primer campo crítico. Se mostró en secciones anteriores que para $n_v = 0$ la energía es $E_{T0}(f) = cf^2$, mientras que para $n_v = 1$ es $E_{T1}(f) = a + bf + cf^2$. Igualando ambas expresiones $E_{T0}(f) = E_{T1}(f)$ puede calcularse fácilmente el campo crítico como:

$$f_{C1} = -\frac{a}{b} = \frac{4 \log[2L]}{\pi L^2},$$

donde a y b son los términos lineal y constante de la dependencia con campo magnético, dados por las expresiones $a = U_0(x = 0) = \pi \log[2L]$ y $b = -\frac{\pi^2}{4} L^2$. En la Figura 5.8 **b** se presentan los valores de campo crítico obtenidos de las simulaciones, junto a los obtenidos por esta expresión. Los valores obtenidos para f_{C1} tanto por el modelo como de la simulación difieren sustancialmente del valor obtenido para el límite infinito $f_{C\infty} \approx 1/L^2$, que corresponde al campo al cual aparecería un vórtice en una porción de $L \times L$ islas, de una red infinita (o con condiciones periódicas de contorno). Esta diferencia pone en evidencia que la influencia de los bordes no puede ser excluida al considerar estructuras de vórtices y transiciones de fase en RJJ.

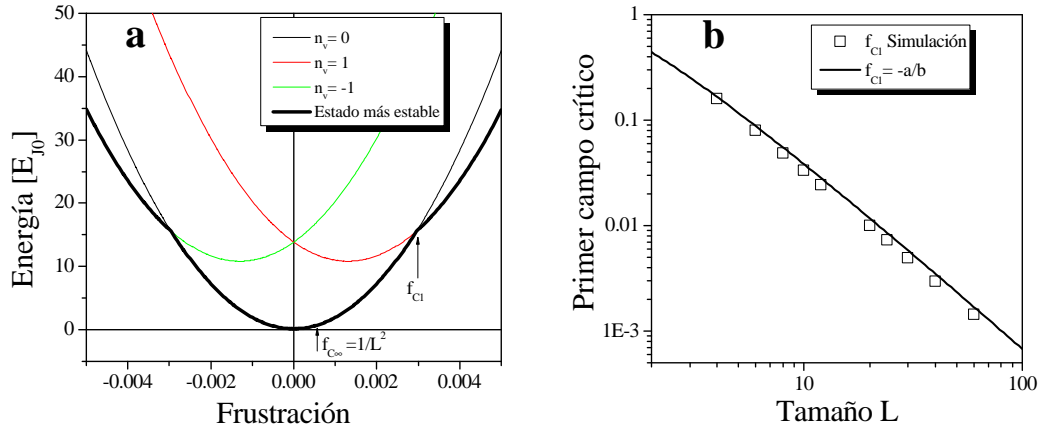


Figura 5.8: **a** Energía en función de la frustración, para los estados de 0, 1 y -1 vórtices, en la red de 40 islas de lado. En línea gruesa se muestra el estado de mínima energía para cada campo. Con flechas se señalan los valores de f_{C1} y $f_{C\infty} = 1/L^2$. **b** Campo crítico en función del tamaño de la red, obtenidos de las simulaciones y del modelo.

5.4. Conclusiones y proyección

En este capítulo se desarrolló el modelo de anillos, que permite calcular analíticamente y de manera sencilla la dependencia de la energía del estado fundamental con campo magnético, con un o ningún vórtice. Se presentan luego el resto de los términos que permiten completar la energía de una RJJ de tamaño finito en presencia de campo magnético pequeño, corriente, y con un vórtice colocado a lo largo del eje central de la red.

Se realizaron extensivos estudios numéricos que permitieron verificar la validez de la expresión $U(x)$ para todos los valores estudiados de x , f y L , con un sólo parámetro de ajuste.

Se obtuvo una expresión analítica para el primer campo crítico f_{C1} de una RJJ cuadrada. El efecto de tamaño finito es claramente representado por el hecho de que f_{C1} es mucho mayor que el límite infinito $f_{C\infty} \approx 1/L^2$. Estos resultados ponen en evidencia que la influencia de los bordes no puede ser excluida al considerar estructuras de vórtices y transiciones de fase en RJJ.

Las propiedades analizadas numérica y analíticamente en este capítulo podrían ser estudiadas experimentalmente en muestras de tamaño finito como la que se presenta en la Figura 5.9. Junto a esta se fabricaron muestras cuadradas de $N \times N$ islas de lado, con $N = 2, 3, 4, 6$ y 8 . Mediciones preliminares de transporte en función del campo magnético dieron resultados intrigantes e inesperados pero sin saldo concluyente, dejando la posibilidad abierta para realizar más experimentos en este área tan interesante como inexplorada.

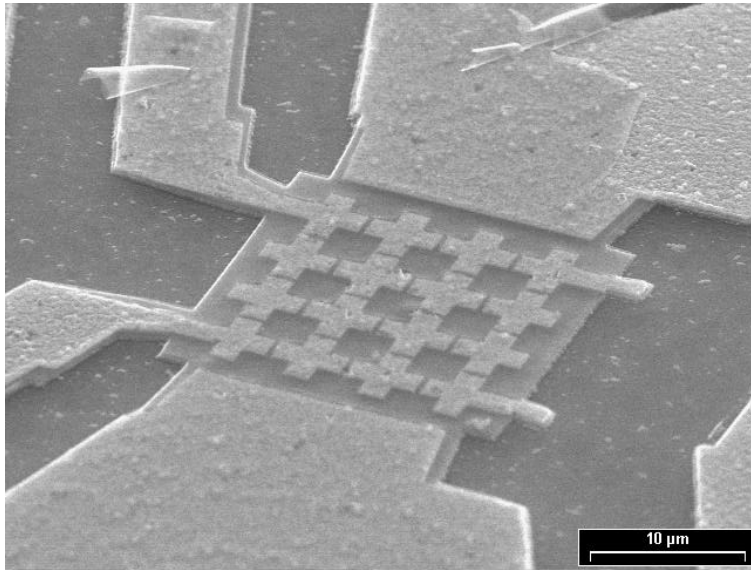


Figura 5.9: Fotografía SEM de una muestra de tamaño finito, 4x4 islas. Se colocaron contactos de tensión y corriente para realizar mediciones de transporte.

Apéndice I. Corrección por las juntas radiales sin campo

Al realizar las simulaciones se observó que en el estado $f = 0$ con un vórtice la energía calculada por el modelo es menor que la obtenida de las simulaciones. La mayor diferencia se debe a que en el modelo de anillos no se ha considerado la energía de las juntas radiales. En este apéndice se calcula la contribución a la energía de esas juntas radiales. Para ello se comienza por calcular la fase de cada isla, en cada anillo, llamando $\theta(i, m)$ a la fase de la isla i -ésima del anillo m -ésimo. Observando la Figura 5.10 se numeran las islas de un lado del anillo de lado m desde 0 hasta $m - 1$. Con esa notación, se fijan la primera y la última fases, $\theta(0, m) = -\frac{\pi}{4}$ y $\theta(m - 1, m) = \frac{\pi}{4}$. Para que la corriente sea la misma en cada junta, la fase debe variar linealmente. Así se obtiene:

$$\theta(i, m) = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \frac{i}{m-1}.$$

Como se ve en la Figura 5.10, la diferencia de fases entre una isla en el anillo de m islas de lado y otra en el siguiente, de $m + 2$ islas se escribe como $\theta(i, m) - \theta(i + 1, m + 2)$. La energía de todas las juntas radiales entre el anillo m y el $m + 2$, $E_A(m)$ se puede escribir como:

$$\begin{aligned} E_A(m) &= 4 \sum_{i=0}^{m-1} [1 - \cos(\theta(i, m) - \theta(i + 1, m + 2))] \\ &= 4 \sum_{i=0}^{m-1} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} \left(\frac{i}{m-1} - \frac{i+1}{m+1} \right) \right) \right]. \end{aligned}$$

De esta manera, la suma total de las energías de las juntas radiales E_R puede escribirse como la suma de todos los pares de anillos sucesivos:

$$\begin{aligned} E_R &= \sum_{k=2}^{N/2} E_A(2k - 2) \\ &= \sum_{k=2}^{N/2} 4 \sum_{i=0}^{2k-3} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} \left(\frac{i}{2k-3} - \frac{i+1}{2k-1} \right) \right) \right]. \end{aligned}$$

Al sumar esta corrección a la ecuación 5.4 se está calculando la energía total del estado de un vórtice con $f = 0$, aproximado por el modelo de anillos, mostrada en la Figura 5.3 .

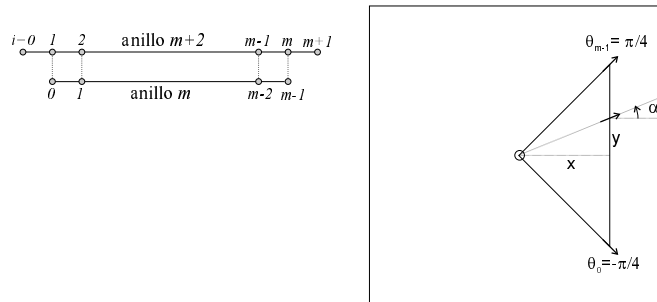


Figura 5.10: Parte izquierda: Esquema de las islas, utilizado para calcular la energía de las juntas radiales. Parte derecha: La fase de una isla ubicada en (x, y) respecto del centro de la muestra.

Apéndice II. Cálculo de la energía posicional en una red larga.

Se desea calcular la contribución a la energía total debida a la presencia de los bordes de la red, para el caso de una red infinitamente larga, de ancho L (en unidades de a). Esto puede hacerse por el método de imágenes, utilizado por ejemplo para calcular la interacción de cargas con un plano conductor [10]. En nuestro caso consiste en construir una configuración de vórtices imagen, de manera de cancelar la corriente transversal en los bordes. Luego, se calcula la energía de interacción del vórtice real con todas las imágenes.

La energía de interacción de un par de vórtices separados una distancia r (medida en unidades de a) puede escribirse como [5, 11] $E_P = -b_1 b_2 2\pi \log[r]$, donde b_i es el signo del vórtice i , reflejando el hecho de que para vórtices de igual signo la interacción es repulsiva, mientras que para vórtices de distinto signo la fuerza es atractiva.

Es fácil ver que debido a la presencia de dos bordes enfrentados habrá infinitas imágenes a ambos lados del vórtice real. Los términos se agrupan de a pares como se muestra en la Figura 5.11, utilizando numeraciones diferentes para las posiciones impares positivas y impares negativas. En la figura, x está medido respecto del centro de la red en unidades de L . La energía $U_1(x)$ medida en unidades de E_J puede expresarse como:

$$\begin{aligned} U_1(x)/\pi &= \sum_{n=1}^{\infty} \log[(2n-1)L - 2xL] - \log[2nL] + \sum_{n=-1}^{-\infty} \log[(2n+1)L - 2xL] - \log[2nL] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \log \left[\frac{(2n-1)L - 2xL}{2nL} \right] + \sum_{n=-1}^{-\infty} \log \left[\frac{(2n+1)L - 2xL}{2nL} \right] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \log \left[\frac{(2n-1)L - 2xL}{2nL} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \log \left[\frac{(-2n+1)L - 2xL}{-2nL} \right] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \log \left[1 - \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} + x \right) \right] + \log \left[1 - \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} - x \right) \right]. \end{aligned}$$

Estas sumas infinitas pueden evaluarse como $\sum_{n=1}^{\infty} \log \left[1 - \frac{a}{n} \right] = -\log[\Gamma(1-a)]$ a menos de una regularización, donde $\Gamma(x)$ es la función Gamma (factorial). Puede reescribirse la

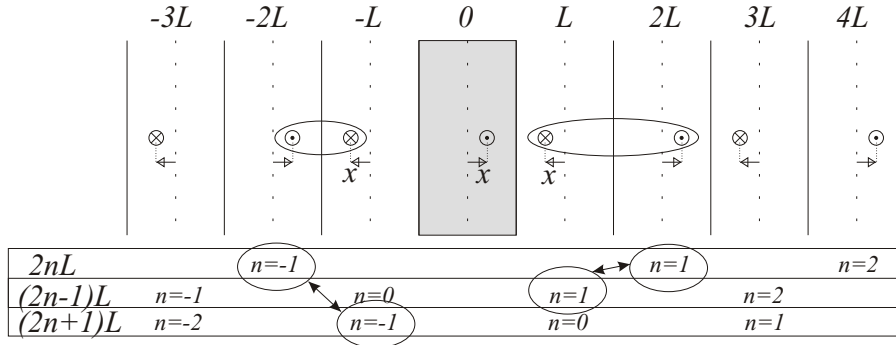


Figura 5.11: Esquema de un vórtice en una red larga, y las imágenes con las que interactúa. Para las posiciones impares positivas se utiliza la numeración $(2n-1)$, y para las impares negativas se utiliza $(2n+1)$. Los óvalos señalan los pares de vórtices cuyos términos se agrupan en la suma.

última:

$$\begin{aligned} U_1(x)/\pi &= -\log \left[\Gamma \left(\frac{1}{2} - x \right) \right] - \log \left[\Gamma \left(\frac{1}{2} + x \right) \right] \\ &= -\log \left[\Gamma \left(\frac{1}{2} - x \right) \Gamma \left(\frac{1}{2} + x \right) \right], \end{aligned}$$

y utilizando la identidad $\Gamma \left(\frac{1}{2} + a \right) \Gamma \left(\frac{1}{2} - a \right) = \pi \sec(a\pi) = \pi / \cos(a\pi)$ llegamos finalmente a:

$$\begin{aligned} U_1(x)/\pi &= -\log \left[\frac{\pi}{\cos(\pi x)} \right] \\ &= \log [1/\pi \cos(\pi x)] \end{aligned}$$

para la contribución a la energía debida al tamaño L finito de la red.

Bibliografía

- [1] D. E. Shalóm, J. S. Reparaz, y H. Pastoriza, *Eur. Phys. J. B.* **40**, 409 (2004).
- [2] T. C. Halsey, *Phys. Rev. B* **31**, 5728 (1985).
- [3] J. P. Straley y G. M. Barnett, *Phys. Rev. B* **48**, 3309 (1993).
- [4] C. J. Lobb, D. W. Abraham, y M. Tinkham, *Phys. Rev. B* **27**, 150 (1983).
- [5] R. S. Newrock, C. J. Lobb, U. Geigenmüller, y M. Octavio, *Solid State Physics* **54**, 263 (2000).
- [6] H. S. J. van der Zant, H. A. Rijken, y J. E. Mooij, *J. Low Temp. Phys.* **29**, 289 (1990).
- [7] H. S. J. van der Zant and B. J. Wees, C. J. Muller, H. A. Rijken, y J. E. Mooij, *Jpn. J. Appl. Phys.* **26**, 1763 (1987).
- [8] J. C. Ciria y C. Giovannella, *J. Phys.: Condens. Matter* **9**, 2571 (1997).
- [9] S. G. Lachenmann, T. Doderer, D. Hoffmann, y R. P. Huebener, *Phys. Rev. B* **50**, 3158 (3158).
- [10] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (John Wiley & Sons, New York, 1962).
- [11] J. Pearl, *Appl. Phys. Lett.* **5**, 65 (1964).

Capítulo 6

Efecto ratchet y rectificación

El movimiento de partículas en potenciales periódicos y asimétricos, denominados potenciales *ratchet* tiene características muy particulares de rectificación. Este es el llamado efecto ratchet y ha adquirido gran interés en los últimos años a partir de la sugerencia de que es el mecanismo que produce el transporte de algunas biomoléculas dentro de las células.

Este efecto puede estudiarse en RJJ gracias que en estos sistemas existe la posibilidad de diseñar potenciales para los vórtices de formas más o menos arbitrarias, que luego pueden ser fabricados y medidos experimentalmente. Como parte de este trabajo se diseñaron, fabricaron y midieron muestras de RJJ moduladas para formar potenciales ratchet. En este capítulo se presenta una serie de resultados experimentales que muestran una clara interacción entre las características de rectificación en el movimiento de los vórtices con los efectos colectivos, interacción vórtice-vórtice y su estructura cristalina.

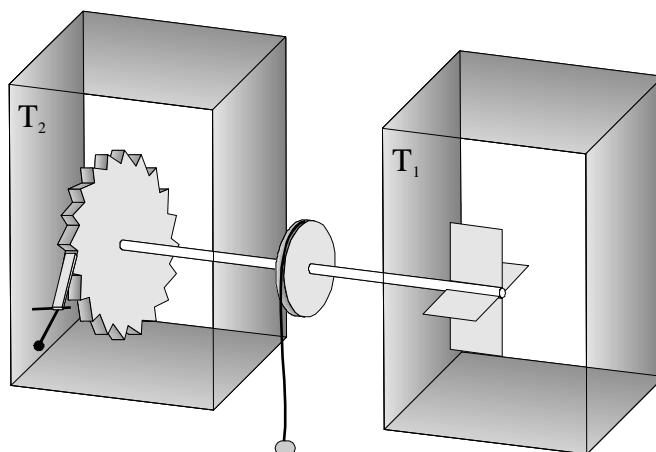


Figura 6.1: Dos reservorios de calor conectados por un eje que está unido a un trinquete (rueda dentada) en el baño térmico T_2 y a unas paletas en el baño T_1 . Debido al bombardeo de moléculas en el baño T_1 sobre las paletas el eje es forzado en ambas direcciones, con una de las direcciones bloqueada en promedio por la traba del trinquete. Cuando $T_1 = T_2$ no hay movimiento neto, de acuerdo con la segunda ley de la termodinámica. Si $T_1 > T_2$ se puede levantar un pequeño peso.

6.1. Introducción

Es un hecho conocido que de acuerdo a la segunda ley de la termodinámica no se puede extraer trabajo útil de un sistema en el que sólo actúan fluctuaciones térmicas o de equilibrio. El mecanismo que hace imposible sacar trabajo de ellas ha sido didácticamente discutido por Feynman, Leighton y Sands [1], basándose en un dispositivo formado por un trinquete (ratchet), una traba móvil, y una serie de paletas, como se muestra en la Figura 6.1. En presencia de fuerzas de no-equilibrio la situación cambia drásticamente: ahora un potencial periódico que no tiene simetría de reflexión puede rectificar las fluctuaciones de no-equilibrio para obtener una corriente neta [2]. A partir de esto, se denomina *ratchet* a un sistema que es capaz de transportar partículas en un potencial periódico con velocidad macroscópica no nula, a pesar de que *en promedio* no se aplica una fuerza macroscópica. Este tipo de potenciales periódicos y asimétricos ha ganado gran interés en vista de que cumple un papel fundamental en el transporte de biomoléculas dentro de las células [3–5].

Para comprender en detalle los mecanismos que permiten extraer trabajo de estos sistemas se describen a continuación algunos tipos de ratchets. Todos ellos se basan en los dos ingredientes imprescindibles: simetría rota en el espacio (potencial sin simetría de inversión) y correlaciones temporales (fluctuaciones no-térmicas).

Los *ratchets* de balanceo producen movimiento a partir de inclinar el potencial a uno y otro lado

Un sistema de partículas que se mueven de manera sobreamortiguada (velocidad proporcional a la fuerza) en un potencial periódico y asimétrico $V_R(x)$, con una fuerza externa uniforme se describe con la ecuación:

$$\eta \dot{x} = -V_R'(x) + F(t)$$

donde η es el coeficiente de rozamiento; \dot{x} es la velocidad; $V_R'(x)$ es la derivada espacial del potencial; y $F(t)$ es la fuerza externa periódica, es decir que satisface $F(t + \tau) = F(t)$ para algún período τ , por ejemplo $F(t) = A \sin(\omega t)$. Considérese el potencial lineal a trozos de la parte izquierda de la Figura 6.2a. Si se intentan mover partículas en una dirección, habrá una fuerza mínima necesaria para producir movimiento. Una fuerza suficientemente

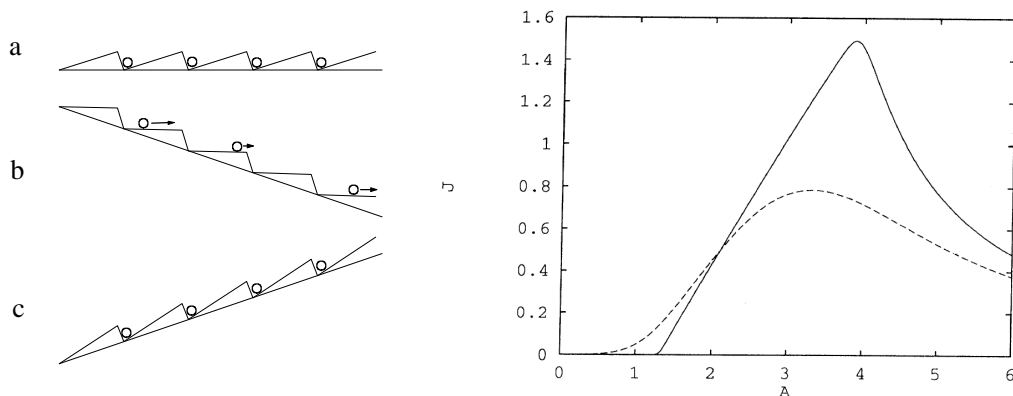


Figura 6.2: Izquierda: Rocking Ratchets: **a.** Un potencial periódico asimétrico, lineal a trozos. **b.** Al inclinarlo hacia un lado las partículas se mueven libremente. **c.** Al inclinarlo hacia el otro lado están trabadas y no se mueven. En un ciclo completo del balanceo las partículas tienen un movimiento neto hacia la derecha. Derecha: Velocidad media J en función de la amplitud de la fuerza alterna A , para temperaturas baja (línea continua) y media (línea punteada). Reproducido de [2].

grande también producirá movimiento en la otra dirección. Por lo tanto habrá dos fuerzas características: una para producir movimiento hacia la derecha, y otra para producir movimiento a la izquierda. Es decir que habrá dos umbrales para la amplitud de la fuerza A , iguales a $\max[V'_R(x)]$ y $-\min[V'_R(x)]$. El rol que juega la ruptura de simetría es hacer que estos dos valores sean diferentes. Para A menores que estos dos, las partículas no se mueven. Cuando está entre esos dos valores, el ratchet funciona como intuitivamente se espera: para un sólo lado. Cuando se supera el segundo umbral, las partículas se moverán para ambos lados, reduciendo la eficiencia del ratchet. En la parte derecha de la Figura 6.2 se muestra una curva típica de velocidad media de las partículas en función de la amplitud de la fuerza alterna. Dado que aplicar una fuerza uniforme a todo el sistema es análogo a balancear o inclinar el potencial, a este tipo de dispositivos se los denomina ratchets de balanceo o *rocking ratchets*.

Es importante notar que si en lugar de ser armónica, $F(t)$ estuviera compuesto por fluctuaciones térmicas de equilibrio (desacorrelacionadas) este dispositivo no podría producir corriente, ya que violaría la segunda ley de la termodinámica. Le faltaría uno de los ingredientes básicos para el transporte, las correlaciones temporales.

Los *flashing ratchets* producen movimiento neto a partir de encender y apagar el potencial

También puede obtenerse un transporte neto de partículas si se modula en el tiempo la altura del potencial asimétrico:

$$\eta\dot{x} = -G(t)V'_R(x) + \sqrt{2D}\xi(t) \quad (6.1)$$

donde $G(t)$ es la modulación temporal del potencial, y el término $\sqrt{2D}\xi(t)$ representa las fluctuaciones térmicas, con D el coeficiente de difusión y $\xi(t)$ un ruido blanco gaussiano de media nula y correlación $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \delta(t-t')$, es decir ruido térmico. De particular interés es el caso en que esta modulación $G(t)$ sólo toma los valores 0 y 1. Esto corresponde a la situación donde el potencial $V_R(x)$ se enciende y se apaga, y se lo denomina “flashing ratchet” esquematizado en la Figura 6.3. Una distribución de partículas que está inicialmente ubicada en un mínimo de potencial difunde simétricamente mientras el potencial está apagado. Cuando el potencial se prende otra vez, una porción de la distribución se va a ubicar en el mínimo siguiente. Por lo tanto en promedio habrá una corriente de partículas. Para que

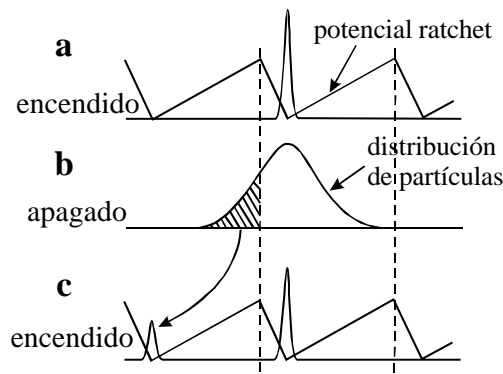


Figura 6.3: Flashing ratchets: **a.** Cuando el potencial está prendido, las partículas se ubican en un mínimo de potencial. **b.** Al apagar el potencial las partículas difunden de manera simétrica. **c.** Cuando el potencial se prende otra vez, algunas partículas caerán en el mínimo de la izquierda.

este dispositivo funcione es imprescindible la presencia de fluctuaciones de algún tipo, como en este caso el ruido térmico $\sqrt{2D}\xi(t)$ para producir la difusión durante el tiempo que el potencial está apagado. Por este motivo es que suele decirse que es un caso de transporte inducido por ruido.

Los *ratchets de correlación* producen transporte a partir de ruido no blanco o correlacionado

El nombre de los ratchets de correlación, o “correlation ratchets” se refiere a que como se dijo más arriba no se puede extraer trabajo cuando sólo actúan fluctuaciones térmicas de equilibrio, o ruido blanco como $\xi(t)$ en la ecuación 6.1. Sin embargo, si las fluctuaciones que actúan sobre el sistema son de no-equilibrio el delicado balance se rompe y podemos tener un transporte neto. Para ilustrar este caso se analiza la ecuación:

$$\eta\dot{x} = -V'_R(x) + \zeta(t)$$

donde $\zeta(t)$ representa las fluctuaciones. Si $\zeta(t)$ está correlacionado en intervalos que son más largos que la escala de tiempo de las fluctuaciones térmicas, el estado estacionario ya no satisface la condición de delicado equilibrio, resultando en una corriente no nula de partículas. Ejemplos de fluctuaciones de no-equilibrio $\zeta(t)$ pueden encontrarse en [2, 6–8], y en contraste al ruido blanco, se denominan fluctuaciones coloreadas.

Los *ratchets térmicos o difusivos* producen movimiento a partir de variar la temperatura

Otro tipo de ratchets se obtiene reemplazando la fuerza alterna por una variación armónica de la temperatura, sistema que llamaremos “ratchets térmicos o difusivos”. La ecuación que gobierna un sistema de partículas sobrearmortiguadas de esas características es:

$$\eta\dot{x} = -V'_R(x) + \sqrt{2D}\xi(t)[1 + A \sin(\omega t)]$$

donde A y ω son la amplitud y frecuencia de variación de la temperatura. No es difícil ver que para este sistema la corriente tiende a cero tanto para $\omega \rightarrow 0$ como para $\omega \rightarrow \infty$. Por lo que no es obvio a primera vista si un sistema como este puede producir una corriente neta no nula. Sin embargo este sistema ha sido estudiado y ha demostrado ser capaz de producir transporte [9, 10]. La idea básica es la que sigue. La temperatura fija el ancho de las distribuciones de partículas, y dado que la forma del potencial es asimétrica, la distribución de partículas fuera de equilibrio también lo será. La relación entre las probabilidades de escape hacia uno u otro lado cambia al variar la temperatura, y así se tiene de manera efectiva un transporte neto de partículas.

Es necesario repetir una observación general sobre los ratchets. Todos los tipos descriptos requieren los dos ingredientes imprescindibles para su funcionamiento: simetría rota en el espacio y correlaciones temporales. Estas últimas pueden introducirse en la fuerza externa, las fluctuaciones no-térmicas, el potencial, o una variación alterna de la temperatura.

Inversión de la corriente: no es posible predecir el sentido del movimiento en un ratchet

En algunos casos sencillos como los descritos en las secciones anteriores puede descubrirse por simple inspección para qué lado se moverán las partículas. Sin embargo, en general y para una forma arbitraria del potencial asimétrico no es posible predecir el signo de la corriente neta. Por ejemplo, para el caso particular $V_R(x) = -[\sin(2\pi x) + 0.25 \sin(4\pi x)]/2\pi$ se obtiene una corriente neta de partículas de signo opuesto si se lo utiliza como “ratchet térmico” (temperatura periódica en el tiempo) al que se obtiene con el mismo potencial si se utiliza como “ratchet de balanceo” (fuerza externa homogénea, periódica en el tiempo)[11]. En ciertos casos es posible incluso tener una inversión de la corriente al cambiar continuamente alguno de los parámetros como la amplitud y frecuencia de la fuerza o la magnitud del ruido correlacionado. Tanto así que el estudio de fenómenos de inversión de corriente ha crecido hasta convertirse en una actividad por sí misma [6, 7, 12]. Otro aspecto interesante de las inversiones de corriente es su dependencia con la interacción entre partículas, como la observada al cambiar la densidad de partículas sobreamortiguadas de tamaño finito en un potencial ratchet [13]. Esta es una característica muy relevante en el presente trabajo, ya que como se verá más adelante este sistema permite controlar la densidad de partículas, y por ello su interacción.

6.2. Ratchets en RJJ

Los vórtices superconductores en RJJ son un sistema ideal para estudiar el efecto ratchet debido a la versatilidad para diseñar y construir potenciales de formas arbitrarias y la posibilidad de variar la densidad de partículas y de aplicar fuerzas externas. Varios grupos han estudiado el caso de ratchets circulares [14, 15] y unidimensionales [16–18]. En todos estos trabajos utilizan potenciales unidimensionales, es decir que las partículas se mueven en una línea, y no interactúan, o interactúan a lo sumo con sus dos primeras vecinas. Si se extiende el potencial para que las partículas puedan moverse en dos dimensiones, podrán ahora formar estructuras sólidas o líquidas, interactuando de maneras más diversas. De la combinación entre interacciones y rectificación ratchet resulta una variedad de regímenes y comportamientos muy interesantes, que son objeto de estudio en este trabajo.

Una red cuadrada de islas superconductoras conectadas por juntas Josephson ideales con energía de acoplamiento E_J puede modelarse como en la ecuación 1.8, donde no se consideran términos capacitivos ni resistivos. La energía de cada junta se puede sumar para obtener el Hamiltoniano

$$\mathcal{H} = \sum_{\langle i,j \rangle} E_J^{i,j} [1 - \cos(\varphi_i - \varphi_j - A_{ij})], \quad (6.2)$$

donde φ_i es la fase del parámetro de orden superconductor en la isla i , la suma se realiza sobre los primeros vecinos; $E_J^{i,j}$ es la energía Josephson de cada junta; $A_{ij} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_j^i \vec{A} d\vec{l}$, y \vec{A} es el potencial vector. Este Hamiltoniano supone una longitud de penetración del campo magnético infinita, $\lambda_{\perp} = \infty$ (no toma en cuenta el auto-campo). Existen dos maneras básicas de modificar esta RJJ para controlar la energía de los vórtices en cada plaqueta: modulando las corrientes críticas de las juntas o modulando las áreas de las plaquetas. Se analizan a continuación en detalle cada uno de estos métodos.

El área de las plaquetas modifica el potencial de los vórtices

Una manera de hacer que el vórtice perciba un potencial diferente en cada plaqueta es construir la red de manera tal que el área encerrada por las plaquetas no sea siempre igual. La modulación geométrica del área estará contenida en el término A_{ij} . Esto queda claro al observar la parte izquierda de la Figura 6.4, donde se esquematizan una RJJ homogénea y una con área modulada. Los valores mostrados son proporcionales al A_{ij} de las juntas respectivas. En la medida de Coulomb ($\nabla \cdot \vec{A} = 0$) el potencial vector producido por un campo magnético homogéneo \vec{B} perpendicular a la red puede escribirse como $\vec{A} = -(0, \vec{B} \cdot \hat{x}, 0)$. Por lo tanto, las juntas paralelas al eje x tendrán $A_{ij} = 0$, mientras que las que se extienden paralelas al eje y tendrán $A_{ij} \propto Bx$.

La modulación del potencial por el área de la plaqueta se puede comprender analizando el caso de una RJJ de 4 islas, una sola plaqueta, al variar el área encerrada. Esto no corresponde al resultado exacto pues no tiene en cuenta la contribución de todas las otras juntas de la red, sin embargo resulta de gran utilidad pues contiene la idea básica de la modulación del área. La energía del estado fundamental en tal situación puede calcularse analíticamente, y el desarrollo se presenta en el Apéndice al final de éste capítulo. La energía de una plaqueta resulta $E_4 = 4 \left[1 - \cos \left(\frac{\pi(f-n)}{2} \right) \right]$, con $f = \Phi/\Phi_0 = Bs/\Phi_0$, donde B es el campo magnético externo y s es la superficie encerrada por la plaqueta. En la parte derecha de la Figura 6.4 se muestran las curvas correspondientes a esta energía en función del campo magnético, para dos plaquetas de área diferente. Dependiendo del valor del campo aplicado, se alternarán rangos en que la energía es menor en una u otra plaqueta, de una manera no trivial pero comprensible en términos de la energía calculada. También se ve que el comportamiento del sistema ya no es periódico con f , como en las redes homogéneas. Esta diferencia trae consecuencias que deben ser consideradas al realizar mediciones en este tipo de muestras.

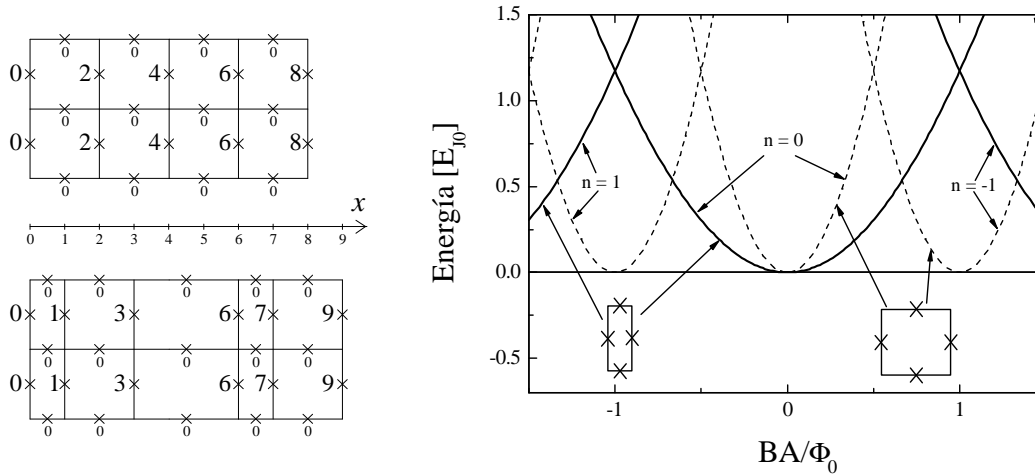


Figura 6.4: Izquierda: Esquema de dos RJJ, una con área de plaqueta constante, y otra con área de plaqueta modulada. Los valores representan el término A_{ij} correspondiente a cada junta, poniendo en evidencia que éstos términos son los que se modifican al modificar el área. Derecha: Energía en función del campo magnético en una plaqueta de 4 juntas, para áreas $s = A/2$ (línea continua) y $s = A$ (línea punteada). Las sucesivas curvas corresponden a $n = -1, 0$ y 1 vórtices encerrados.

Al utilizar este tipo de modulación debe tenerse en cuenta que en ausencia de campo magnético desaparece la modulación del potencial ratchet. Este hecho podría ser un inconveniente a la hora de medir, pero también podría utilizarse de manera favorable para

producir “flashing ratchets”, prendiendo y apagando un pequeño campo magnético. Pero el campo magnético también controla la densidad de vórtices en la muestra, por lo que la forma del potencial y la densidad de vórtices están relacionados, y no es posible controlarlas de manera independiente. Para utilizar RJJ con modulación de área habría que estudiar de manera más delicada todos estos efectos del campo magnético.

Las corrientes críticas de las juntas también controlan el potencial

Otra manera de tener control sobre la energía potencial de un vórtice en la red se obtiene si se controlan y modulan las corrientes críticas de las juntas. De manera tal que en la ecuación 6.2 ahora la modulación estará en los coeficientes $E_J^{i,j}$ en lugar de estar en A_{ij} , como en las muestras con modulación de área. Para tener una primera idea de cómo sería la forma del potencial se realizaron una serie de simulaciones numéricas. Utilizando el método de fases fijas explicado con detalle en el capítulo 4 se calculó numéricamente el potencial de un vórtice individual para una red con energías de acoplamiento que varían linealmente como dientes de sierra a través de la red, con campo magnético nulo. El resultado de este cálculo muestra claramente la forma casi ideal de ratchet, como se puede ver en la parte inferior de la Figura 6.5, apoyando la idea de utilizar estas RJJ con juntas moduladas para crear un potencial ratchet.

Se fabricaron muestras con modulación en el parámetro d , la longitud de la junta (ver Figura 1.1). Vale la pena aclarar que en esas muestras los acoplamientos no crecen linealmente como se supuso en las simulaciones. Sin embargo, cualitativamente los resultados son consistentes con el hecho de que las juntas que más contribuyen a la energía total del

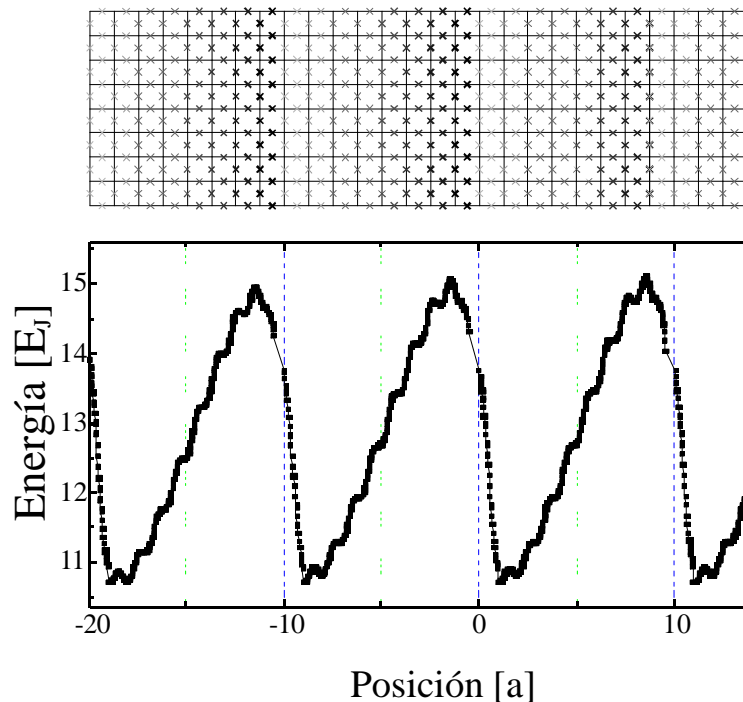


Figura 6.5: Arriba: Esquema de una RJJ ratchet con energías de acoplamiento E_J moduladas. Las cruces representan las juntas Josephson, con su ancho proporcional a la magnitud de E_J . Abajo: Energía potencial de un vórtice en una RJJ ratchet en función de la posición, obtenida de simulaciones numéricas. Tamaño de la red: $N = 60$; periodicidad $P = 10$; la energía de acoplamiento E_J varía linealmente de 0.5 a 1.4.

vórtice son las localizadas en la plaqueta donde está ubicado el vórtice. Si estas juntas son débiles (E_{J_0} baja) la energía potencial será baja. Si las juntas de la plaqueta son fuertes (E_{J_0} alta) el potencial del vórtice en ese lugar será alto. Esto era esperable intuitivamente, y es consistente con los resultados de la simulación de redes con defectos.

Utilizar d como parámetro de modulación tiene un par de inconvenientes. Uno es que no está bien definida la corriente crítica de la red. Cada junta tiene una corriente crítica diferente. Sin embargo la corriente crítica en las redes ratchet no es un parámetro relevante como lo es en redes homogéneas. El otro inconveniente de estas muestras es que el parámetro que define el potencial ratchet, la corriente crítica, no es directamente controlable en la fabricación. Como se explica a continuación, debido a no-linealidades en la fabricación y en la dependencia de I_C con d , no se puede predecir el valor de la corriente crítica de cada junta si se modula el parámetro d . Pero sí puede controlarse la magnitud relativa, qué junta es más débil y cual es más fuerte. Este control es, en principio, suficiente para construir un potencial ratchet periódico y asimétrico.

Otra manera de modificar la corriente crítica de las juntas sería controlar el ancho w , manteniendo el largo d constante para todas las juntas. En esta variante, la corriente crítica es directamente proporcional a w , permitiendo construir potenciales de manera mucho más controlada. Esta técnica de fabricación no fue implementada en las muestras fabricadas, pero será utilizada en las RJJ con corriente crítica modulada que se fabriquen en adelante.

La asimetría del potencial se mantiene al cambiar la temperatura

Dado que la corriente crítica de una junta individual varía de una manera no trivial con la temperatura, cabe preguntarse si para todas las temperaturas de medición el potencial sigue manteniendo la forma asimétrica de la Figura 6.5. La dependencia con temperatura de la energía de acoplamiento para una junta Josephson superconductor-normal-superconductor (S/N/S) está bien descrita por la expresión de de Gennes [19]:

$$E_J(T) = \frac{\hbar I_C(T)}{2e} = \frac{\hbar}{2e} I_0 (1 - T/T_0)^2 \exp(-d/\xi_N(T)) \quad (6.3)$$

donde I_0 representa la corriente crítica a temperatura nula; T_0 la temperatura crítica de los electrodos superconductores; d la distancia entre superconductores; y $\xi_N(T) = \xi_0/\sqrt{T}$ la longitud de coherencia en el metal normal. Como un parámetro descriptivo de la forma del potencial puede tomarse su altura, es decir la diferencia entre la parte más alta y la más baja. La altura del potencial ratchet es proporcional a la diferencia entre la corriente crítica de la junta más chica I_c^1 y la más grande I_c^2 :

$$I_c^1 - I_c^2 \propto \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^2 \left(e^{-c_1\sqrt{T}} - e^{-c_2\sqrt{T}}\right)$$

donde $c_i = d_i/\xi_0$, con $\xi_0 \approx 0.2 \mu\text{m}\sqrt{K}$ para las muestras medidas. Es fácil ver que la altura de la barrera no es monótona con la temperatura, pues tanto para $T = 0$ como para $T = T_c$ (las temperaturas mínima y máxima) la diferencia se anula, mientras que para valores intermedios de temperatura toma valores no nulos. Sin embargo es fácil notar que esta expresión es siempre positiva o negativa dependiendo de cuál de las juntas es más grande, es decir $\text{signo}(I_c^1 - I_c^2) = \text{signo}(d_2 - d_1)$. Un estudio cuidadoso de esta diferencia, con los parámetros $d_i = 0.1$ hasta $1 \mu\text{m}$ obtenidos de los experimentos permitió concluir que en el rango de temperaturas accesibles (0.5 K a 7 K) la diferencia es monótona creciente al bajar temperatura. En conclusión podemos afirmar que en las redes con d modulada, la altura de la barrera es cada vez mayor al reducir la temperatura.

6.3. Mediciones

Las muestras

En este trabajo se fabricaron RJJ de los dos tipos, moduladas en corriente crítica y en área de la plaqueta. Evaluando ventajas y desventajas de ambos tipos de muestras se eligieron las del primer tipo para realizar las primeras mediciones, priorizando la interpretación física más clara, y la mayor simplicidad de fabricación. Todas las mediciones presentadas en esta tesis fueron realizadas sobre muestras de ese tipo. Las muestras con modulación en el área de la plaqueta serán medidas en un futuro próximo.

Las RJJ son fabricadas por litografía electrónica y comido por iones de Ar^+ , a partir de una bicapa de $2500 \text{ \AA}/2500 \text{ \AA}$ de Plomo/Cobre. El área expuesta por el haz de electrones delimita la zona donde el plomo es eliminado por los iones de Ar^+ , definiendo las juntas entre las islas de Pb. En la Figura 6.6 se muestran fotografías SEM de algunas muestras. Se mantuvo la distancia entre los centros de las islas en $5 \mu\text{m}$, y se hicieron muestras de 100×100 islas, lo que da unos $500 \times 500 \mu\text{m}^2$ de tamaño total de la red. Para modular el valor de corriente crítica de las juntas se varió linealmente la dosis de línea utilizada en la litografía electrónica. Debido a no-linealidades intrínsecas del proceso de exposición y revelado, los anchos de las juntas no son proporcionales a la dosis. Más aún, la energía de una junta varía exponencialmente con el ancho (ver ecuación 6.3). Por lo que la relación entre dosis de exposición y energía de acoplamiento no es lineal, pero sí es monótona. A mayor dosis, la junta es más ancha y la corriente crítica es menor.

En un primer diseño, las juntas se definieron en litografía electrónica escribiendo sólo un cuadrículado de líneas unidimensionales, y se variaron las dosis de escritura de cada segmento para modular los anchos de las juntas. Este método es sencillo y rápido, pero tiene un inconveniente. El área de las juntas es muy grande comparado con el área de la plaqueta. Idealmente se requiere que esta relación de áreas sea muy grande. El área de estas juntas es sólo un factor 5 menor que el área de las plaquetas, ya que tiene casi $5 \mu\text{m}$ de largo, y hasta $1 \mu\text{m}$ de ancho. Este hecho resultará evidente al momento de realizar mediciones en función de la frustración, donde la periodicidad de las magnitudes medidas como la resistencia se ve alterada por el efecto de campo magnético en las juntas.

En la primera serie de muestras el ancho de las juntas fue modulado desde 0.2 hasta $1 \mu\text{m}$. Se fabricaron tres muestras con períodos del potencial ratchet de $P = 7, 10$ y 15 celdas

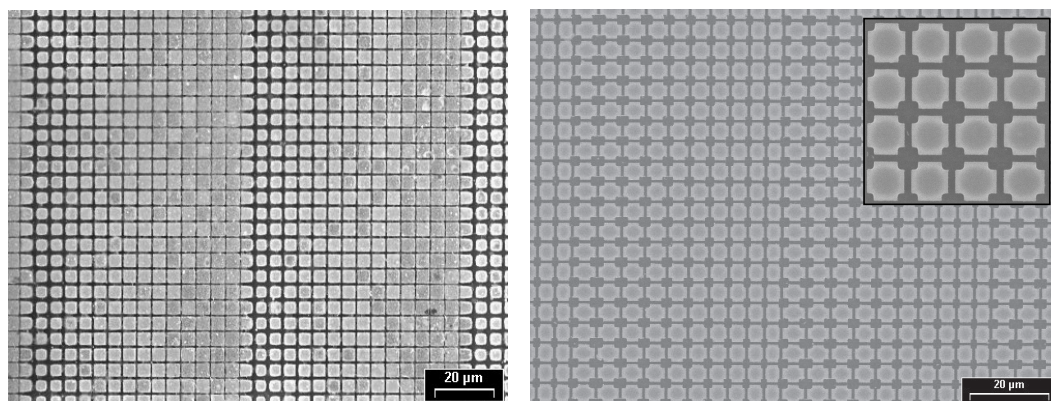


Figura 6.6: Izquierda: Fotografía electrónica de barrido de una región de la muestra V15. Las áreas claras son las islas superconductoras de Pb, y las áreas oscuras son Cu. El parámetro de red es $5 \mu\text{m}$, y el ancho de las juntas varía de 0.2 a $1 \mu\text{m}$. Derecha: Una muestra V10 con modulación del área, y cuadrados para reducir el área de la junta. El ancho de las plaquetas varía entre 4 y $6 \mu\text{m}$. En el inset un detalle de la misma muestra.

unidad, manteniendo el ancho total de la red constante (a partir de aquí denominadas V7, V10 y V15 respectivamente). En la parte izquierda de la Figura 6.6 se muestra una microfotografía de una región representativa de la muestra V15.

Se ha fabricado una segunda serie de muestras donde además de los segmentos unidimensionales se dibujaron cuadrados (ver parte derecha de la Figura 6.6) para reducir el área de las juntas, manteniendo el área de la plaqueta. Estas muestras no han sido medidas aún.

Fuerza continua

Para probar la eficiencia en rectificación de las muestras diseñadas se realizaron mediciones V-I con la fuerza para adelante y para atrás del potencial ratchet. Se ejerce la fuerza dc sobre los vórtices aplicando corriente positiva I_+ y negativa I_- con una fuente de corriente continua, y se mide el movimiento a través del voltaje dc producido, con un nanovoltímetro. El voltaje medido es proporcional a la velocidad media de los vórtices. Para eliminar el valor de offset que mide el nanovoltímetro, se resta el voltaje obtenido con corriente nula $V(0)$ a los voltajes de corriente positiva $V(I_+)$ y negativa $V(I_-)$, de modo que:

$$V_+ = V(I_+) - V(0)$$

$$V_- = V(I_-) - V(0).$$

Este procedimiento se repite para cada magnitud de corriente. En la Figura 6.7 se muestran los voltajes V_+ y V_- obtenidos con corriente positiva y negativa. Para corrientes bajas la fuerza ejercida sobre los vórtices no es suficiente para moverlos, el potencial de anclaje domina. A corrientes más altas se tiene la situación de rectificación, donde una dada magnitud de la corriente en un sentido logra mover los vórtices, y la misma magnitud aplicada en el sentido contrario no los mueve. Domina la asimetría del potencial ratchet. A corrientes mayores la diferencia entre ambas curvas se hace progresivamente menor dado

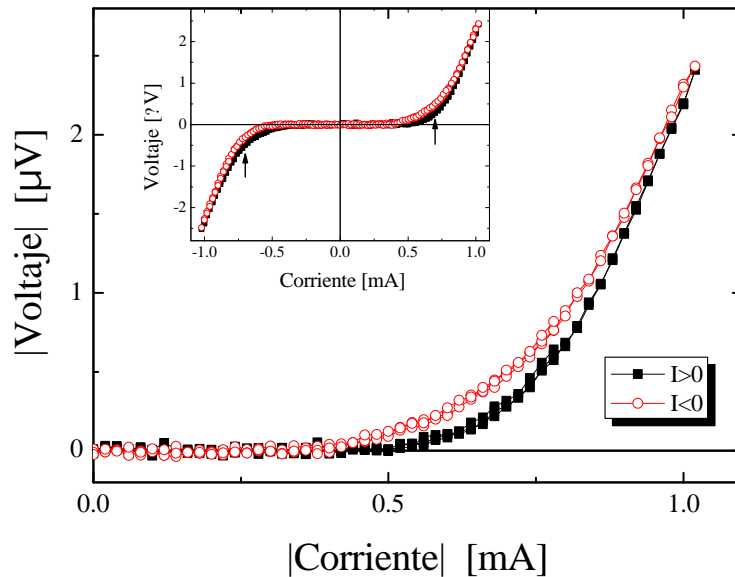


Figura 6.7: Característica V-I para corriente de corriente positiva y negativa. En el inset se muestra la curva completa junto con la misma curva invertida, poniendo en evidencia que no es estrictamente impar debido a la rectificación. Muestra V10, $T = 3K$, $f = 0.05$.

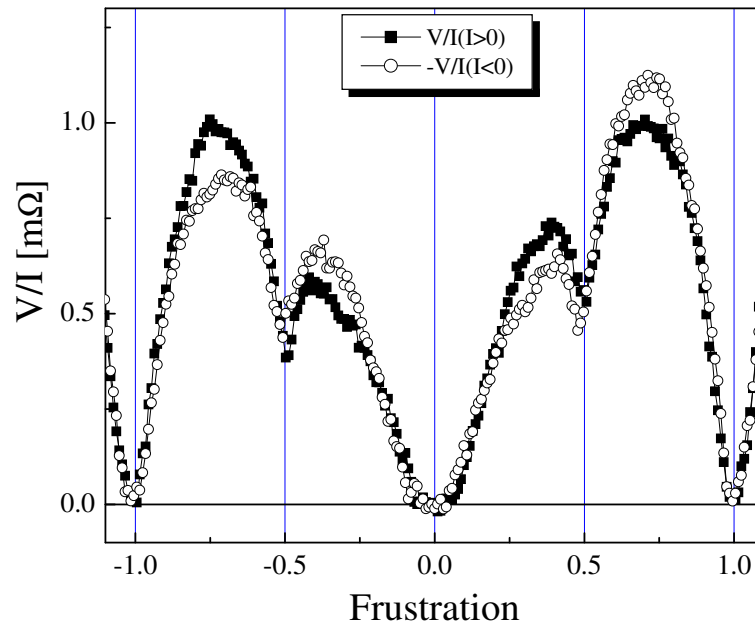


Figura 6.8: V/I en función de la frustración en la muestra V10 para una temperatura de $T = 3.2\text{K}$, para corriente dc positiva y negativa de módulo $I = 0.4\text{mA}$. La diferencia en la resistencia entre ambas direcciones es evidente, indicando la rectificación en el movimiento de vórtices en la red.

que, como se discutió en la sección 6.1, a corrientes suficientemente grandes los vórtices se mueven tanto para un lado como para el otro, reduciendo la eficiencia de rectificación del potencial.

En una medición “tradicional” de transporte se suele colocar corriente en uno I_+ y otro sentido I_- , y la resistencia se obtiene a partir de la semidiferencia de los voltajes obtenidos en ambas condiciones $R = (V_+ - V_-)/(2I)$. Por este método en las redes ratchet habría obtenido una curva promedio, y no es posible observar el efecto rectificador. Por ello, en mediciones como esta es fundamental realizar las tres mediciones de voltaje, para corriente positiva I_+ , negativa I_- y nula I_0 , y realizar las sustracciones de voltaje respectivas.

Hasta aquí se mantuvo la frustración fija, es decir que la densidad de vórtices inducidos por campo es constante. Los resultados más interesantes en términos de rectificación del movimiento de vórtices se obtuvieron al variar la densidad de vórtices y antivórtices. En la Figura 6.8 se muestra una curva que ejemplifica esta dependencia. Allí se presentan los datos de V/I para la muestra V10 en función de la frustración para ambas direcciones de la corriente. La periodicidad de la respuesta con números enteros y el mínimo en valores semienteros de la frustración son características de las RJJ. Esta periodicidad está convolucionada con el efecto del campo magnético en las juntas individuales, dado que como ya se discutió el área de las juntas es de entre 5 y 20% del área de la plaqueta. Por esto el valor alcanzado entre $f = 1/2$ y $f = 1$ es mayor que el alcanzado entre $f = 0$ y $f = 1/2$, y a campos más grandes V/I alcanza valores aún mayores, perdiéndose la estricta periodicidad. La rectificación del movimiento de los vórtices en la red resulta evidente viendo la diferencia entre ambas direcciones de la corriente. Un resultado notable de estas mediciones es el cambio en el signo de la diferencia cada medio período. Esta es una consecuencia directa de la periodicidad del Hamiltoniano con el campo magnético. En términos de vórtices se puede explicar considerando el *signo* de los vórtices móviles: desde $f = 0$ hasta $f = 1/2$ se tiene un número discreto de vórtices *positivos* que son arrastrados por

el potencial asimétrico hacia adelante. Por otro lado de $f = 1/2$ a $f = 1$ el conjunto mucho más denso de vórtices puede ser visto como vórtices *negativos* en un fondo completamente lleno de vórtices positivos quietos. Los vórtices de ambos signos sienten el mismo potencial ratchet, ya que este está fundamentalmente dominado por las energías de acoplamiento de la red. Por lo tanto ambos tipos de vórtices son empujados en la misma dirección por el potencial ratchet. Sin embargo el voltaje inducido por el movimiento de vórtices depende del *signo* del vórtice. Esto significa que si un vórtice positivo que se mueve hacia la *derecha* induce voltaje positivo, un vórtice negativo moviéndose hacia la *derecha* generará un voltaje negativo. El efecto ocurre similar e invertido para frustraciones negativas. Desde $f = 0$ hasta $f = -1/2$ el movimiento neto viene de un conjunto de vórtices negativos, y de $f = -1/2$ a $f = -1$ corresponde a vórtices positivos moviéndose en un fondo de vórtices negativos. A pesar de que esta imagen de la estructura de vórtices fue presentada en trabajos previos [20] a nuestro saber esta es la primera evidencia experimental del *signo* de los vórtices móviles. Características similares se observan a otras temperaturas y con las otras muestras medidas, V7 y V15.

Dependencia con frecuencia

Hasta aquí se estudió el movimiento de los vórtices como efecto de inclinar el potencial a un lado, y para luego inclinarlo hacia el otro lado. Si se aplica ahora una fuerza alterna, armónica, se tendrá una nueva variable que puede ponerse en juego: la frecuencia del balanceo. Se estará excitando al sistema como ratchet de balanceo, o “rocking ratchet”. Para realizarlo experimentalmente se aplicó una corriente alterna de amplitud y frecuencia dadas, mientras se mide el voltaje dc rectificado en función de frustración y temperatura. Se aplicó la corriente con una fuente de voltaje ac y una resistencia de $1\text{ k}\Omega$ en serie con la muestra, para convertir el voltaje en corriente. Además se colocó en serie un capacitor de 470 nF , formando un filtro pasa-altos, para asegurarse de no poner corriente dc en la muestra. Se midió el voltaje dc rectificado con un nanovoltímetro. De manera análoga al procedimiento para medir con corriente dc, se midió el voltaje con y sin corriente, para eliminar de offset del nanovoltímetro.

En la Figura 6.9 se presentan mediciones de *voltaje neto rectificado* en función de la frustración con corriente continua y alterna. En el caso de corriente dc se definió el voltaje neto rectificado dc (V_{Rdc}) como la diferencia entre los voltajes dc medidos con corriente positiva y negativa. En otras palabras, la diferencia entre las dos curvas de la Figura 6.8. En el caso de corriente alterna el voltaje neto rectificado ac (V_{Rac}) es simplemente el voltaje dc medido por el nanovoltímetro, al que le sustraemos el voltaje de corriente nula para eliminar el offset. Nótese que a excepción de la escala vertical, ambas curvas son idénticas.

La diferencia en la escala vertical puede ser comprendida analizando con cuidado cada una de estas mediciones, con la ayuda de la figura 6.7. En esa figura, V_{Rdc} corresponde a realizar la diferencia entre los círculos huecos y los cuadrados rellenos, a un valor dado de corriente. Y esto es equivalente a *sumar* (ya que uno es positivo y el otro negativo) el voltaje de por ejemplo $I = 0.7\text{ mA}$ con el de $I = -0.7\text{ mA}$, ambos esta vez sobre la curva de cuadrados rellenos, señalados con flechas en el inset de la figura. Para el caso de corriente alterna se utilizó una onda armónica en el tiempo (es decir sinusoidal) del tipo $I_{ac} = A \sin \omega t$. Por lo tanto la corriente aplicada a la muestra toma todos los valores entre $-A$ y A en un ciclo. Lo que mide el V_{Rac} es el valor medio del voltaje en ese ciclo. Podría obtenerse numéricamente convolucionando la dependencia temporal de la corriente con la curva V-I de la Figura 6.7 en un ciclo. Sin embargo es fácil ver que V_{Rac} es necesariamente menor que V_{Rdc} . Para comprenderlo gráficamente se puede observar que para que ambos valores sean iguales sería necesario que la diferencia entre la curva de cuadrados rellenos y la de círculos huecos fuera constante, independiente de la corriente.

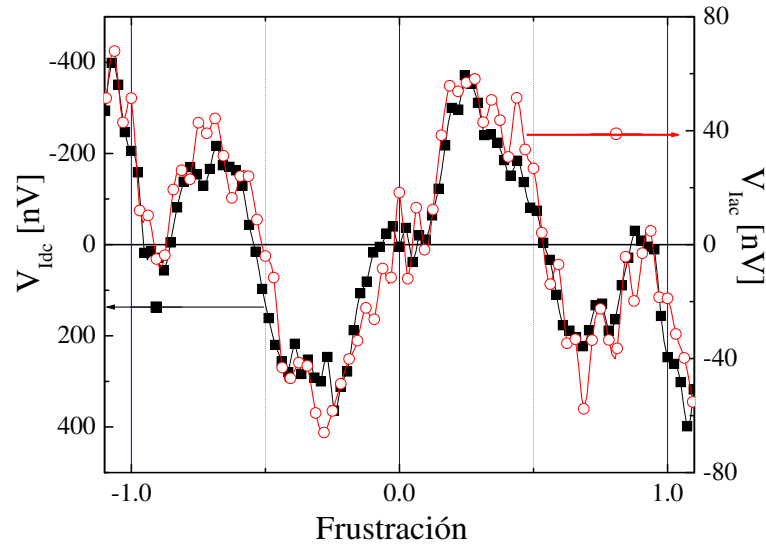


Figura 6.9: Voltaje neto rectificado en función de la frustración con corriente ac y dc. Los cuadrados rellenos fueron medidos con corriente continua, como diferencia entre dos curvas similares a la Figura 6.8. Los círculos huecos corresponden a mediciones con corriente alterna de $\nu = 1$ kHz. Ambas fueron tomadas en la muestra V15 a $T = 3$ K y $I_{rms} = 1.6$ mA.

Como conclusión de este resultado se puede afirmar que el experimento de aplicar corriente alterna nos da básicamente la misma información, aunque no es exactamente el mismo que el de aplicar corriente continua, mientras que acorta notablemente el tiempo de medición y mejora la relación señal–ruido.

Esta independencia de la frecuencia será válida siempre que la frecuencia sea suficientemente baja para que la distancia que recorren los vórtices en cada semiciclo de la corriente alterna sea mucho mayor que la periodicidad del potencial ratchet:

$$aP \ll v/\nu$$

donde $a = 5 \mu\text{m}$ es el parámetro de red, $P = 7, 10, 15$ es la periodicidad del potencial, $v \approx 20$ m/s la velocidad de los vórtices (ecuación 1.10), y ν la frecuencia. Este es el denominado *régimen adiabático* [5], que está caracterizado por el hecho de que las partículas se encuentran en todo momento en una condición de equilibrio instantáneo, y el tiempo toma el rol de un parámetro. En caso contrario, si la frecuencia se hace suficientemente grande aparecerán nuevos efectos, llamados efectos de “locking”. Para los valores geométricos y velocidad estimada de los vórtices, esos efectos deberán comenzar a ser relevantes a frecuencias de unos 400 kHz. Se realizaron mediciones en función de la frecuencia de una muestra V10, y se observó una respuesta prácticamente constante hasta $\nu = 100$ kHz. A frecuencias mayores el comportamiento se desvía de lo presentado aquí. Se atribuye esta desviación precisamente a efectos del tipo locking, mientras que la diferencia cuantitativa de los valores de frecuencia se debe probablemente a errores en la estimación de la velocidad de los vórtices.

Fuerza alterna

En la Figura 6.10 se muestran como gráficos de contorno la magnitud del voltaje rectificado en función de la frustración y la corriente ac aplicada, para las muestras V7 y V15 a una frecuencia de $\nu = 1$ kHz. También se exploraron otras frecuencias, y se obtuvieron los mismos resultados en el rango de frecuencias desde 10 Hz hasta 100 kHz. Gráficos similares

se obtuvieron para la muestra V10, y otras temperaturas, siempre presentan características similares a las que se describen a continuación. A corrientes bajas no se detecta voltaje, debido a que la corriente ac es más baja que la corriente crítica, y no se genera movimiento de vórtices. Este hecho fue verificado midiendo características V-I en las mismas condiciones y observando que el umbral de ambos voltajes (rectificado del experimento ac y de las mediciones V-I) coincide. A corrientes más altas se observa una respuesta compleja, periódica

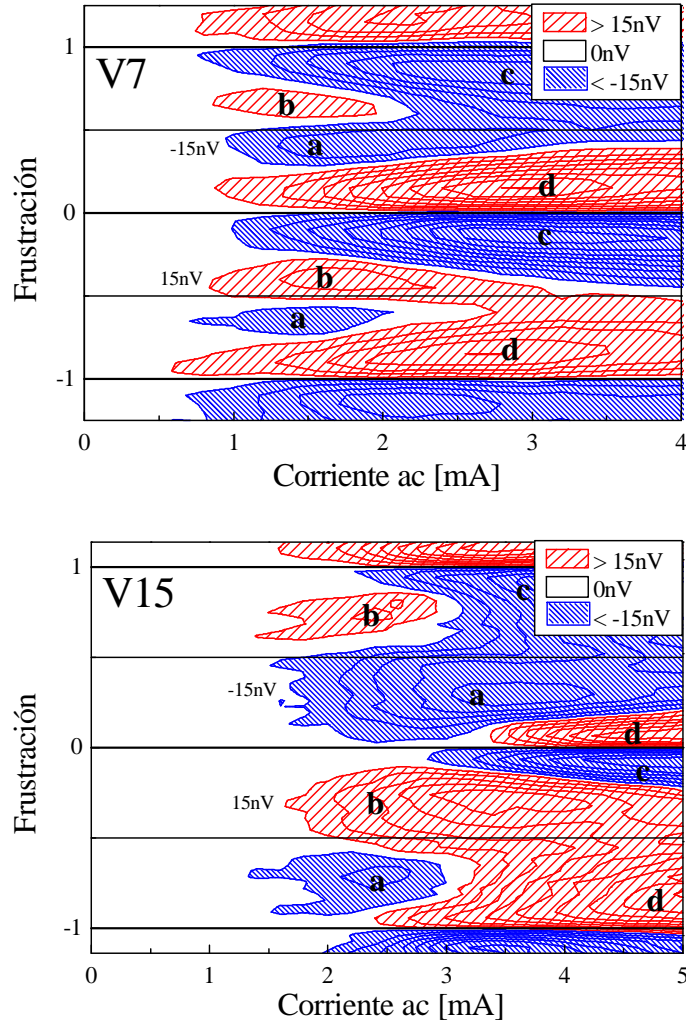


Figura 6.10: Voltaje rectificado en función de la frustración y la corriente ac para las muestras V7 (arriba) y V15 (abajo), para $T = 3.8$ K en la primera y $T = 2.8$ K en la segunda. Las regiones rayadas diagonal arriba-izquierda a abajo-derecha (azul, denso) indican valores negativos de voltaje. Las regiones rayadas diagonal arriba-derecha a abajo-izquierda (rojo, ralo) indican valores positivos de voltaje. Las líneas de contorno están dibujadas cada 30 nV. Las regiones **c**, **d** corresponden a estados de densidades conmensuradas $N \pm 1/P$ (ver texto).

con campo, con inversiones de corriente al variar campo magnético (densidad de vórtices) y corriente ac (fuerza impulsora), que se estudia a continuación.

A bajas densidades de vórtices se observa una estructura pronunciada para frustraciones de aproximadamente $f \simeq \pm 1/P$, reconocible en todas las muestras, señaladas **c** y **d** en la Figura 6.10. También se observa en $f \simeq (n \pm 1/P)$, con $n = \pm 1$, reflejando el carácter periódico de la respuesta. Una estructura similar se observa para las muestras V10, con el máximo ubicado en $f = 1/10$. Esto se muestra claramente en la Figura 6.11 donde se grafica el voltaje rectificado en función de la frustración multiplicada por P para las tres

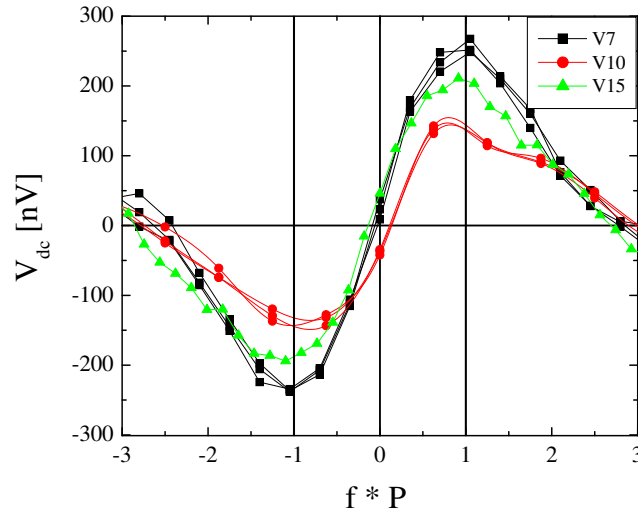


Figura 6.11: El pico del voltaje rectificado en función de la frustración normalizada por la inversa del período ratchet P , para las tres muestras V7, V10 y V15. V7: $T = 3.8$ K, $I = 3$ mA. V10: $T = 2.6$ K, $I = 2.1$ mA. V15: $T = 2.8$ K, $I = 5$ mA.

muestras investigadas. La corriente ac elegida para cada muestra es la que corresponde al máximo absoluto a una dada temperatura. Por ejemplo, en la muestra V7 y $T = 3.8$ K se presentan los datos para $I_{ac} = 3$ mA, mientras que en la muestra V15 a $T = 2.8$ K se grafica $I_{ac} = 5$ mA, como puede ser estimado en la Figura 6.10. La superposición de las curvas es notable indicando que existe una rectificación óptima del movimiento de vórtices cuando hay una conmensuración entre la estructura móvil de vórtices y el potencial ratchet periódico.

En base a la posición del pico en $f_{max} = 1/P$ para una muestra de período P del potencial ratchet, se puede especular que la estructura móvil sería similar a una fila de vórtices adyacentes ubicados en el fondo de cada diente del potencial ratchet. Es difícil predecir cuál es la configuración de vórtices en función de la frustración para este tipo de redes ratchet. Por lo tanto no es trivial describir cuál es el estado conmensurado responsable de la rectificación observada, y serán necesarias simulaciones numéricas para dilucidar este tema.

Se necesita una interpretación más compleja para analizar la inversión de signo observada a bajas corrientes en las regiones indicadas **a** y **b** en la Figura 6.10. El hecho de que esta inversión sea observada a altas densidades puede ser tomado como una indicación de que la interacción vórtice-vórtice supera la topografía geométrica de potencial y de manera efectiva cambia la forma y la asimetría del potencial ratchet. Ha sido largamente estudiado que en las fases dinámicas ocurre un cambio en la estructura del sistema de vórtices[21] cambiando la interacción vórtice-vórtice. Como resultado podría surgir una inversión de signo del movimiento rectificado a altas velocidades, producido por un cambio en las interacciones entre vórtices. Se necesitan más experimentos complementados con simulaciones numéricas para dar una explicación más detallada de este fenómeno. Sin embargo los resultados alcanzan para afirmar que existe una interacción entre el efecto ratchet y los fenómenos colectivos de los vórtices, su interacción y estructura cristalina.

Fuerzas continua y alterna sumadas

Se obtuvo un resultado interesante al realizar experimentos donde se aplica corriente continua sumada a la corriente alterna. La corriente alterna permite tener un movimiento neto de los vórtices debido a la rectificación por el potencial ratchet. Y la corriente continua ejerce una fuerza neta sobre los vórtices en un sentido privilegiado. En la Figura 6.12 se muestra una serie de curvas de voltaje dc en función de la frustración para varios valores de la corriente dc. Se ve que la forma de la curva es prácticamente la misma, independiente del valor de I_{dc} , para corriente chica. Existe un rango de corrientes en el cual el efecto rectificador alcanza para *invertir* la dirección de movimiento, haciendo que se muevan en contra de la fuerza media. Este efecto fue observado, y se señala con cuadrados huecos en la Figura 6.12.

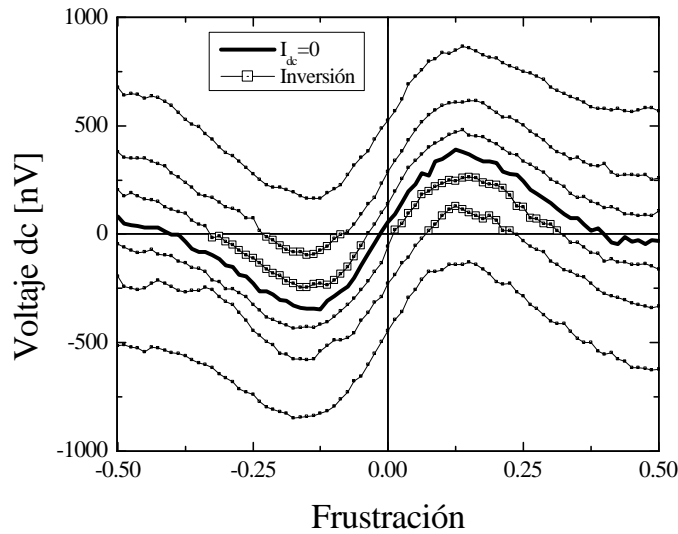


Figura 6.12: Voltaje dc en función de la frustración muestra V7 para $T = 3.6$ K, $I_{ac} = 3600 \mu\text{A}$, $I_{dc} = 100, 50, 20, 0, -20, -50, -100 \mu\text{A}$. La curva central, señalada con línea gruesa corresponde a $I_{dc} = 0$. Por encima de ella $I_{dc} > 0$, y por debajo $I_{dc} < 0$. Las partes de las curvas señaladas con cuadrados huecos corresponden a valores donde los vórtices se mueven en sentido contrario al de la fuerza neta.

Ratchets térmicos

Se denominan aquí ratchets térmicos a sistemas donde las partículas que se mueven en un potencial asimétrico se les aplica una variación armónica de la temperatura. Al aplicar esta variante en RJJ debe tenerse en cuenta que la corriente crítica en estos sistemas es dependiente de la temperatura (ver ecuación 6.3). Por esto, además de modificar el ancho de la distribución de partículas se estará modificando la altura del potencial ratchet. De esta manera se tendrá un dispositivo que se comporta como una mezcla de ratchet térmico-difusivo y flashing ratchet. Dependiendo de la forma funcional de $I_C(T)$ a diferentes temperaturas se tendrá dominio de uno de estos dos fenómenos sobre el otro.

Para estudiar este tipo de ratchets la idea es fabricar RJJ ratchet con modulación en la corriente crítica. Para poder aplicar una temperatura variable deben fabricarse sobre un sustrato que tenga pistas conductoras, por donde se pueda inyectar una corriente y calentar localmente por efecto Joule. Medir con temperatura alterna es complicado. Para tener frecuencias altas de modulación de la temperatura se necesita tener la muestra desacoplada térmicamente del sustrato, de lo contrario se calentaría todo el sustrato, que tiene mucha

masa. Se realizó una experiencia preliminar para decidir si esta idea podría funcionar. Para esto se utilizaron las RJJ homogéneas fabricadas sobre las bobinas serpentina explicadas extensamente en el capítulo 8. La idea es utilizar ahora las bobinas a modo de calefactor, pasando una corriente suficiente para calentar la muestra. Se utiliza baja frecuencia para que la dinámica térmica del sistema sustrato–calefactor–muestra alcance para modular la temperatura de la muestra. En la parte izquierda de la Figura 6.13 se muestra un esquema del experimento. En el gráfico de la derecha se muestra el voltaje dc y ac en función de

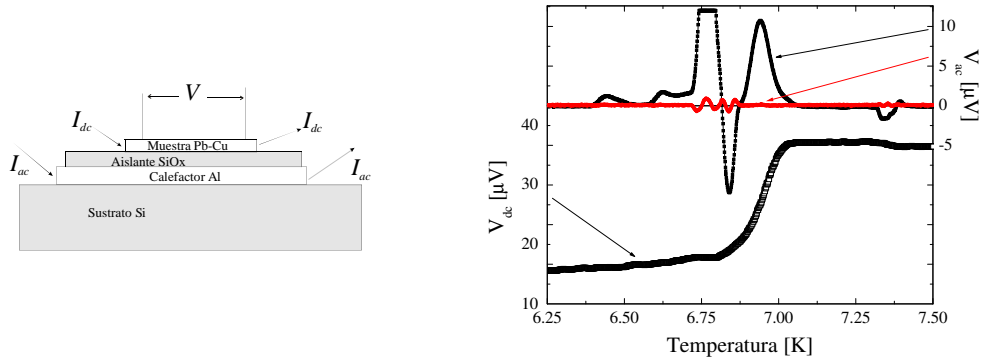


Figura 6.13: Izquierda: Esquema del experimento de temperatura alterna. I_{ac} es la corriente de calefacción alterna de frecuencia ν , I_{dc} es la corriente de medición, y V señala los contactos de medición de voltaje. Derecha: Voltaje dc y ac en función de la temperatura cuando se aplica una corriente alterna al calefactor. Los valores utilizados son: $I_{ac} = 2$ mA, $\nu = 38.1$ Hz, $I_{dc} = 4$ mA. Ver detalles en el texto.

la temperatura. La curva inferior es el voltaje dc V_{dc} medido con una corriente continua $I_{dc} = 4$ mA. Es simplemente la caída en la resistencia de la muestra en la transición normal–superconductor de las islas de Pb, a $T \approx 7$ K.

La corriente inyectada en el calefactor fue una onda cuadrada de amplitud $I_{ac} = 2$ mA, y valor medio 1 mA, de manera que en un semiciclo de la onda la corriente es nula y en el otro semiciclo la corriente es 2 mA. Se hizo de esta manera ya que si se hubiera utilizado una onda sinusoidal de media nula la frecuencia efectiva de la calefacción sería el doble, debido a que por efecto Joule la potencia es proporcional a I^2 , independiente del signo de I . En los mismos bornes de medición de voltaje se conectó también un amplificador lock-in, usando como referencia la corriente alterna aplicada al calefactor. Durante la medición ac la corriente dc permanece encendida, de manera tal que si la temperatura de la muestra cambia, el voltaje en los bornes también cambia, siguiendo la curva $V_{dc}(T)$. De esta manera se obtuvo las curvas que se muestran como voltaje ac V_{ac} . Para temperaturas a las cuales V_{dc} es constante, V_{ac} es nulo. Mientras que para las temperaturas a las que $V_{dc}(T)$ varía, V_{ac} tiene valores distintos de cero. Si la variación de temperatura en la muestra fuera pequeño, V_{ac} sería proporcional a la pendiente de $V_{dc}(T)$. Dado que en los datos no se cumple $V_{ac} \propto \frac{\partial V_{dc}(T)}{\partial T}$, se puede asegurar que la modulación de temperatura es considerablemente grande, aún para frecuencias tan altas como la utilizada. No sería complicado adaptar este método de calefacción para producir una modulación de temperatura en redes ratchet.

Una objeción que se podría hacer a este método de calentamiento con las bobinas serpentina es que además de calentar la muestra, aplican un campo magnético inhomogéneo variable. Esto es cierto para el dispositivo medido. Sin embargo debe recordarse que esta medición fue poco más que una exitosa prueba de factibilidad. Las redes ratchet se fabrican por litografía electrónica, y son mucho más pequeñas que las RJJ homogéneas fabricadas por litografía óptica. Las primeras tienen 0.5 mm de lado mientras que las segundas miden unos 10 mm. Esto hace que sea más sencillo acomodar las RJJ sobre el sustrato en una ubicación

suficientemente alejada de las bobinas para que no produzcan campo, pero suficientemente cerca, para que perciban la modulación de temperatura.

6.4. Conclusiones

Hemos fabricado una diversidad de muestras RJJ ratchet con las que pudimos estudiar a fondo el efecto ratchet en muy variadas condiciones. Una vez más las RJJ prueban ser un sistema ideal para experimentar en sistemas de partículas bidimensionales interactuantes en diversas situaciones.

Hemos presentado un diseño de redes de juntas Josephson que genera un potencial ratchet para los vórtices y antivórtices. En las mediciones de transporte realizadas se destacan los siguientes puntos:

- Se observa la rectificación del movimiento de los vórtices y antivórtices.
- En ciertas condiciones particulares se observa un movimiento neto en sentido contrario a la fuerza media.
- Se identifica por primera vez el *signo* de los vórtices transportados (vórtices ó antivórtices).
- Se observa un máximo en la rectificación para una condición conmensurada de la densidad de vórtices con el potencial ratchet.
- Se observó una fuerte interacción entre los efectos colectivos (interacción vórtice-vórtice, estructura de la red de vórtices) y el efecto ratchet.

En cuanto a diseño de las muestras, el método ideal para la fabricación de RJJ ratchet en particular y redes con modulación del acoplamiento en general es el de modular las corrientes críticas con el ancho w , para las aplicaciones que lo permitan. Otro elemento importante al momento de diseñar las muestras es el de reducir el área relativa de las juntas, por ejemplo colocando cuadrados en las esquinas, como en la parte derecha de la Figura 6.6.

6.5. Trabajo propuesto

- Fabricar y medir muestras con modulación de la corriente crítica y con cuadrados. Los resultados deberán ser más limpios a campos altos, por el efecto menos importante del campo magnético en las juntas.
- Medir muestras con modulación en área. Ya hay una serie fabricada una con $P=10$, con ancho 4-6, 4.5-5.5 y 4.75-5.25 μm , y largo 5 μm .
- Estudiar las muestras moduladas en área en modo flashing ratchet, usando el hecho de que con campo nulo no se tiene potencial de ratchet.
- Fabricar y medir muestras de ratchets bidimensionales, ver referencias [4], [22], y [23].
- Medir ratchet con densidad de vórtices alterna. Colocar un campo magnético dc, y sumarle uno ac. Los vórtices entran y salen, pero entran más fácil para un lado y salen más fácil para el otro. Se produce un voltaje, inducido por un campo magnético homogéneo alterno.
- Fabricar y medir ratchets térmicos, que producen un movimiento neto de vórtices a partir de aplicar una temperatura alterna, como se explica en la Figura 6.13.

Apéndice. Energía de un anillo de N juntas

Con el fin de analizar la energía potencial de un vórtice en redes con área modulada calculamos analíticamente la energía del estado fundamental de una plaqueta (anillo de 4 juntas) en presencia de campo magnético. Este resultado es fácilmente generalizable a un anillo de N juntas, y se presenta a continuación.

La energía total de un anillo de N juntas puede escribirse como $E_N = \sum_{i=1}^N (1 - \cos \gamma_i)$ donde γ_i es la diferencia de fases invariante de calibre de la junta i -ésima. Por lo que calcular la energía del estado fundamental se reduce a calcular estas γ_i . La condición de conservación de la corriente en cada nodo exige que $\sin \gamma_i = \sin \gamma_j$, para todo i, j . Además, en el estado fundamental la energía de todas las juntas es igual, por lo que vale también $\cos \gamma_i = \cos \gamma_j$ para todo i, j . Pero si el seno y el coseno de dos ángulos son iguales, esos dos ángulos son iguales. Por lo tanto $\gamma_i = \gamma_j = \gamma_N$, la fase invariante de calibre de cada una de las juntas en un anillo de N juntas.

Para calcular el valor de γ_N recurrimos a la cuantización del flujoide, que en este caso asegura que $\sum_i \gamma_i = 2\pi(f - n)$, con f el parámetro de frustración, y n el número de vórtices encerrados por el anillo. Dado que todas las fases son iguales, podemos calcular $\gamma_N = \frac{2\pi(f-n)}{N}$, que permite expresar finalmente la energía del estado fundamental de un anillo de N juntas como:

$$E_N = N \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi(f-n)}{N} \right) \right]$$

Esta expresión es una generalización para todo N de la ecuación 5.3 calculada para un anillo de m islas de lado, haciendo $4(m-1) = N$. En el caso particular de $N = 4$, es decir una red cuadrada de una sola plaqueta, se obtiene $E_4 = 4 \left[1 - \cos \left(\frac{\pi(f-n)}{2} \right) \right]$.

Bibliografía

- [1] R. P. Feynman, R. B. Leighton, y M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics* (Adison Wesley, Berlin, 1966), Vol. 1, Cap. 46.
- [2] M. O. Magnasco, Phys. Rev. Lett. **71**, 1477 (1993).
- [3] M. H. Friedman, *Principles and Models of Biological Transport* (Springer-Verlag, Berlin, 1986).
- [4] R. D. Astumian y P. Hänggi, Phys. Today **55**, 33 (2002).
- [5] P. Reimann, Phys. Rep. **361**, 57 (2002).
- [6] C. R. Doering, W. Horsthemke, y J. Riordan, Phys. Rev. Lett. **72**, 2984 (1994).
- [7] R. Bartussek, P. Reimann, y P. Hänggi, Phys. Rev. Lett. **76**, 1166 (1996).
- [8] F. Marchesoni, Phys. Rev. Lett. **77**, 2364 (1996).
- [9] P. Reimann, R. Bartussek, R. Häußler, y P. Hänggi, Phys. Lett. A **215**, 26 (1996).
- [10] Y. Li, Physica A **238**, 245 (1997).
- [11] P. Hänggi y R. Bartussek, en *Nonlinear Physics of Complex Systems – Current Status and Future Trends*, Vol. 475 de *Lecture Notes in Physics*, editado por J. Parisi, S. C. Müller, y W. Zimmermann (Springer-Verlag Heidelberg, Springer, Berlin, 1996), pp. 294–308.
- [12] D. Dan, M. C. Mahato, y A. M. Jayannavar, Phys. Rev. E **63**, 056307 (2001).
- [13] I. Derényi y T. Vicsek, Phys. Rev. Lett. **75**, 374 (1995).
- [14] F. Falo, P. J. Martínez, J. J. Mazo, T. P. Orlando, K. Segall, y E. Trías, Appl. Phys. A **75**, 263 (2002).
- [15] E. Trías, J. J. Mazo, F. Falo, y T. P. Orlando, Phys. Rev. E **61**, 2257 (2000).
- [16] I. Zapata, R. Bartussek, F. Sols, y P. Hänggi, Phys. Rev. Lett. **77**, 2292 (1996).
- [17] J. B. Majer, J. Peguiron, M. Grifoni, M. Tussveld, y J. E. Mooij, Phys. Rev. Lett. **90**, 056802 (2003).
- [18] F. Falo, P. M. an J. J. Mazo, y S. Cilla, Europhys. Lett. **45**, 700 (1999).
- [19] P. D. Gennes, Rev. Mod. Phys. **36**, 225 (1964).
- [20] M. Franz y S. Teitel, Phys. Rev. B **51**, 6551 (1995).
- [21] V. I. Marconi y D. Domínguez, Phys. Rev. B **63**, 174509 (2001).

- [22] A. Lorke, S. Wimmer, B. Jager, J. P. Kotthaus, W. Wegscheider, y M. Bichler, Phys. B: Cond. Matt. **249**, 312 (1998).
- [23] J. E. Villegas, S. Savel'ev, F. Nori, E. M. Gonzalez, J. V. Anguita, R. García, y J. L. Vicent, Science **302**, 1188 (2003).

Capítulo 7

Bobinas serpentina, teoría

En este capítulo introducimos la teoría que sustenta el uso de la nueva técnica de inductancia cinética anisotrópica para medir superconductores bidimensionales que implementamos experimentalmente en el próximo capítulo. Esta técnica se basa en el uso de bobinas planas con forma de serpentina fabricadas sobre la muestra, separadas por capas aislantes. Esta técnica permite medir propiedades de apantallamiento magnético, distinguiendo la señal proveniente de corrientes longitudinales y transversales a las bobinas. El transporte anisotrópico puede ser medido directamente con ésta técnica, aún en los casos en que la anisotropía es inducida por la propia corriente.

Debido al uso de una geometría plana, esta técnica tiene la ventaja adicional de que la distancia bobina-muestra es muy pequeña a todo lo largo de la bobina, optimizando la detección en muestras bidimensionales. El desarrollo de la técnica de susceptibilidad anisotrópica con bobinas planas ha sido publicado [1] y es el aporte más relevante de esta tesis en el aspecto de métodos de medición.

7.1. Introducción

En algunos regímenes de vórtices en movimiento la simetría es rota por la corriente

Los regímenes dinámicos de la materia de vórtices en superconductores son un ejemplo paradigmático donde la ruptura de simetría es producida por el propio movimiento de los vórtices. Este sistema fue estudiado por Giarmarchi y Le Doussal[2] quienes predijeron la existencia de una fase tipo vidrio de Bragg en movimiento. Esta fase tiene una estructura con un decaimiento tipo ley de potencias en las correlaciones posicionales de los vórtices, que son anisotrópicas con respecto a la dirección de la corriente, y está caracterizada por la existencia de una corriente crítica transversal. Más tarde Balents, Marchetti y Radzihovsky[3] cuestionaron la posibilidad de tal corriente crítica, y argumentaron a favor una fase esméctica. En esta fase, los vórtices se mueven por canales estáticos bien definidos conservando la correlación perpendicular a los canales, pero perdiendo la correlación a lo largo de ellos. El caso particular de potenciales periódicos fue estudiado a través de simulaciones numéricas por varios grupos [4-6]. V. I. Marconi [7] del grupo del Dr. D. Domínguez obtuvo el diagrama de fases dinámica temperatura-corriente que se muestra en la figura 7.1. Allí encuentran tres fases de baja temperatura. (i) Sólido anclado: hay una red ordenada de vórtices que tiene orden cristalino de quasi-largo alcance, coherencia superconductor, y resistencia nula en las direcciones longitudinal y transversal. (ii) Anclada transversal: hay una red de vórtices móvil que tiene picos de Bragg anisotrópicos, orden de quasi-largo alcance, coherencia superconductora transversal y resistividad transversal nula,

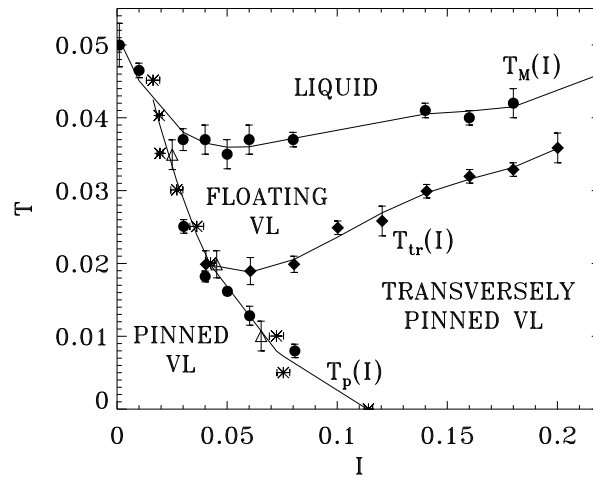


Figura 7.1: Diagrama de fases dinámico temperatura-corriente para $f = 1/25$, obtenida por V. I. Marconi [7]. Se señalan las fases sólida anclada (Pinned VL) y flotante (Floating VL), anclada transversal (Transversely pinned VL), y líquida.

con una corriente crítica transversal finita. (iii) Sólido flotante: hay una red de vórtices que está desanclada en ambas direcciones y tiene orden cristalino de quasi-largo alcance.

Varios experimentos presentaron evidencias a favor y en contra de la existencia de estas fases dinámicas y del movimiento en canales [8–11]. Sin embargo ninguno de estos experimentos detecta directamente el transporte anisotrópico. Sólo la línea que separa las estructuras ancladas de las flotantes ($T_P(I)$ en la figura) puede ser medida de manera directa por técnicas de transporte.

La motivación principal para el desarrollo de las bobinas serpentina fue precisamente desarrollar una herramienta experimental que permita medir la anisotropía en el transporte eléctrico inducida por la corriente, permitiendo distinguir en principio entre las diferentes fases dinámicas predichas en las simulaciones.

La corriente rotante no sirve para medir sistemas con anisotropía inducida por la corriente

Existen sistemas naturales y artificiales en los cuales la corriente crítica I_c depende del ángulo en el que haga circular la corriente. En otras palabras son intrínsecamente anisotrópicos y suele hablarse de anclaje orientacional. La manera más sencilla de medir esta clase de sistemas con anisotropía intrínseca es utilizar mediciones de transporte con corriente rotante [12, 13]. Para eso se define litográficamente un patrón tipo estrella en la muestra (ver Figura 2.2). La corriente puede ser aplicada (y rotada) y el voltaje medido en cualquier dirección, obteniendo la anisotropía en el transporte de manera directa. Sin embargo, este procedimiento no es aplicable a sistemas donde la anisotropía no es intrínseca, sino que es introducida por la propia corriente eléctrica.

La corriente crítica transversal puede utilizarse en simulaciones pero falla en experimentos

Una magnitud muy utilizada en simulaciones numéricas para estudiar la anisotropía de las fases dinámicas es la corriente crítica transversal [4, 6]. Para detectarla se aplica una corriente en una dirección, suficiente para poner los vórtices en movimiento. En la dirección

transversal se aplica otra pequeña corriente, a modo de perturbación. Midiendo el voltaje en la dirección perpendicular puede detectarse el desanclaje transversal, y si esto ocurre a corriente no nula, la existencia de una corriente crítica transversal. Como un ejemplo de la aplicación de este método, los puntos señalados como $T_{rt}(I)$ de la Figura 7.1 han sido determinados de esta manera.

Sin embargo, a pesar de los muchos esfuerzos realizados la corriente crítica transversal no ha podido ser medida experimentalmente. No existe un consenso acerca de las razones de esto, pero existen al menos dos sugerencias. Por un lado, la inyección de corrientes en el experimento es mucho menos controlable que en simulaciones. Cuando los vórtices están anclados, la corriente se distribuye principalmente por los bordes de la muestra, por el efecto Meissner. Cuando los vórtices están completamente desanclados, la corriente circula homogénea a lo ancho de la muestra. En el experimento de corriente crítica transversal se está precisamente en medio de estos dos casos límite. La dificultad de controlar la precisa inyección de corriente en la red hace que sea complicado medir el efecto de una pequeña corriente transversal.

La segunda sugerencia se basa en el hecho de que al colocar una gran corriente longitudinal y una pequeña transversal los vórtices perciben una fuerza neta a un ángulo. Puede ocurrir que inicialmente se muevan por los canales definidos por la corriente longitudinal, pero eventualmente comenzarán a torcer su movimiento hacia la dirección paralela a la fuerza neta. Estos efectos no han sido detectados, pero podrían ser el motivo de que no se ha podido observar experimentalmente la corriente crítica transversal.

La susceptibilidad anisotrópica parece la opción ideal

En la búsqueda de un procedimiento experimental sensible a la anisotropía inducida por la corriente se vio que métodos de transporte con corriente en distintas direcciones no resulta adecuado. Es necesaria una medición sensible a la coherencia superconductor. La herramienta experimental disponible más apropiada parece ser la susceptibilidad alterna, que se describe en el capítulo 2. Esta técnica utiliza tradicionalmente una bobina circular para generar un campo magnético alterno, y otra bobina circular para detectar las corrientes inducidas en la muestra. Dado que es requisito que el sistema sea sensible a la anisotropía, es necesario abandonar la simetría circular. Un primer intento fue implementado mediante el uso de bobinas rectangulares [14], con resultado limitado. Una mejora subsiguiente fue fabricar bobinas planas por litografía directamente sobre la muestras.

El uso de bobinas planas posee una ventaja adicional. Al analizar las mediciones inductivas con bobinas tridimensionales (tanto circulares como rectangulares), se observa que la mayor parte de la señal detectada por el secundario viene principalmente de las espiras más cercanas a la muestra. Las espiras del primario más alejadas casi no producen campo en la muestra, y las espiras más alejadas del secundario prácticamente no perciben las corrientes en la muestra (ver el Apéndice: Análisis de la medición inductiva, al final del capítulo 2). Esto hace pensar que el uso de bobinas planas, fabricadas directamente sobre la muestra tendrán una sensibilidad superior a la obtenida por las técnicas tradicionales debido a que la distancia bobina-muestra es muy pequeña a todo lo largo de la bobina.

Para la fabricación de este tipo de bobinas planas, la litografía es la herramienta idónea. En la sección 3.7 se realiza un repaso de las sucesivas ideas consideradas a lo largo de esta tesis para fabricar estas bobinas, y el proceso que finalmente se utilizó para construirlas. A continuación se analiza en detalle el efecto de las bobinas planas sobre una muestra plana superconductor.

Pero antes, una aclaración respecto a las diferentes corrientes. En este capítulo se usan tres de estas cantidades: la que se inyecta en el primario o corriente de excitación \vec{J}_d , la que esta induce en la muestra o corriente de apantallamiento \vec{K}_s , y la corriente de transporte

que se hace pasar por la muestra a través de los contactos externos \vec{I} . En cada oportunidad que en el texto se menciona a una corriente se especifica a cuál de ellas se está refiriendo. Sin embargo se previene al lector para que no se deje confundir.

7.2. Bobinas lineales

Una cinta de corriente induce corriente longitudinal en la muestra

Para comenzar a comprender el funcionamiento de las bobinas planas comencemos estudiando el caso más simple: un sistema de medición compuesto por dos cintas conductoras de ancho b infinitamente extensas en el eje y , separadas una distancia $d/2$ entre ellas y del plano de la muestra como se esquematiza en la Figura 7.2a. Por la cinta superior denominado *primario* o *de excitación* se hace pasar una densidad de corriente uniforme K_0 que se puede escribir como:

$$\vec{J}_d(\vec{r}) = \begin{cases} \hat{y}K_0\delta(z-d) & |x| < b/2, \\ 0 & |x| > b/2. \end{cases}$$

Utilizando el formalismo desarrollado por J. Pearl [15, 16] y siguiendo un procedimiento análogo al utilizado para las bobinas circulares y rectangulares en el apéndice del capítulo 2 se puede calcular la densidad de corriente inducida en la muestra por la presencia del primario. El desarrollo de este resultado se presenta en el apéndice al final de este capítulo. Como resultado se obtiene la densidad de corriente inducida en la muestra:

$$\vec{K}_s(x) = \hat{y}K_0 \left[I\left(\frac{x}{b} + \frac{1}{2}, \frac{d}{b}\right) - I\left(\frac{x}{b} - \frac{1}{2}, \frac{d}{b}\right) \right] \quad (7.1)$$

con
$$I(u, v) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin(uq)e^{-vq}}{q(1 + \frac{\lambda_\perp}{b}q)} dq$$

donde λ_\perp es la *longitud de penetración efectiva del campo magnético perpendicular*. Esta magnitud es una medida de la capacidad superconductora del material. Es la distancia característica en la que la muestra apantalla el campo magnético perpendicular, y está íntimamente relacionada con el valor de la corriente crítica. Para RJJ vale $\lambda_\perp = \frac{\phi_0}{2\pi\mu_0 I_C}$. Cuanto mayor es la corriente crítica, menor es la distancia en la cual las corrientes logran apantallar el campo externo, y menor es λ_\perp .

La primera y más importante conclusión de la expresión 7.1 es que la dirección de las corrientes inducidas en la muestra siguen la misma dirección de las corrientes de excitación. Si en las bobinas de excitación circula corriente en la dirección y , en la muestra también circularán corrientes exclusivamente a lo largo de esa dirección. Este resultado es de suma importancia, ya que a primera vista se justifica que con esta técnica podrá explorarse la muestra induciendo corrientes \vec{K}_s en una dirección preferencial, independiente de la dirección de la corriente de transporte \vec{I} inyectada a la muestra.

La distribución de corrientes de apantallamiento en la muestra dada en la ecuación 7.1 puede calcularse numéricamente. Se determinó de esta manera la magnitud de la corriente en función de la posición para algunos valores de λ_\perp , y para los parámetros $b = 50 \mu\text{m}$ y $d = 1 \mu\text{m}$, estos últimos tomados de los experimentos. El resultado se muestra en la Figura 7.2. La corriente inducida presenta una dispersión respecto de la corriente de excitación. Se ve que \vec{K}_s no es simplemente la imagen especular de \vec{J}_d sino que se encuentra redondeada o suavizada. Existen en general dos fuentes de dispersión entre \vec{J}_d y \vec{K}_s : una dispersión geométrica, y una dispersión superconductora. La dispersión geométrica se debe a la distancia entre la corriente aplicada y la muestra, y representa la pérdida de resolución en la corriente debida a la propagación del campo magnético en el espacio libre. Esta parte de la dispersión es representada por el factor $e^{-\frac{d}{b}q}$. La distancia característica de esta dispersión

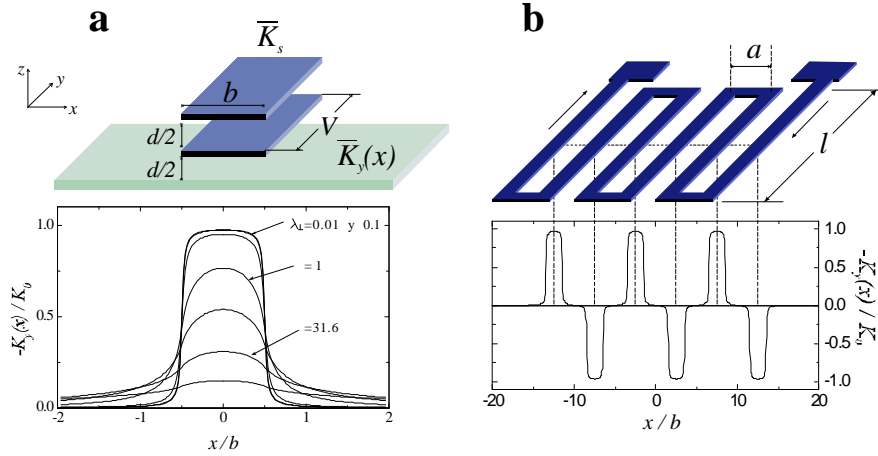


Figura 7.2: **a.** Arriba: Esquema del sistema de medición de bobinas lineales. Abajo: Perfil de las corrientes de apantallamiento inducidas por el primario. Las curvas corresponden a valores de λ_\perp : 0.01, 0.1, 0.316, 1, 10, 31.6 y 100, para $b = 50 \mu\text{m}$ y $d = 1 \mu\text{m}$. **b.** Arriba: Esquema de las bobinas serpentina. Abajo: Perfil de la densidad de corriente inducidas por estas bobinas.

es d , la distancia entre la cinta y la muestra. Eso se aprecia en la figura, observando que las curvas para valores $\lambda_\perp = 0.1, 0.01$ y menores se acumulan, no se obtiene mayor definición por más pequeña que se haga λ_\perp , debido a la dispersión geométrica.

Aún en el caso en que la cinta de corriente se coloque infinitamente cerca de la muestra, las corrientes de apantallamiento no reproducen exactamente la corriente de la cinta. Esta parte de la dispersión refleja la incapacidad de los superconductores de apantallar corrientes que varían rápidamente en distancias cortas. Es representada por el término $\frac{1}{q(1+\frac{\lambda_\perp}{b}q)}$, y se puede ver que λ_\perp es la distancia característica en que caen las corrientes. Para valores pequeños de λ_\perp sólo se tendrá la dispersión geométrica. Mientras que para λ_\perp mayores que d y b , la dispersión superconductora domina la distribución de la corriente de apantallamiento.

Una segunda cinta conductora detecta las corrientes inducidas

Para completar el sistema de medición se coloca una segunda cinta conductora denominada *secundario* o *de detección*, en el medio entre la película y el primario, a una altura $d/2$ como se muestra en la figura 7.2a. En esta bobina de detección se induce un voltaje V , generado por las corrientes tanto del primario como de la muestra. Esta fem puede calcularse integrando el valor del campo eléctrico en el secundario $V = \int_{sec} \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{l}$. El campo eléctrico puede calcularse a partir del potencial vector a través de:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (7.2)$$

en la medida de Coulomb. Finalmente se puede calcular el potencial vector producido por las todas las corrientes $\vec{J}(\vec{r}')$, incluyendo las del primario y la muestra utilizando:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'.$$

La relación 7.2 asegura que una distribución de corrientes estática no producirá voltaje en el secundario, ya que $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$. Por lo tanto, para que el sistema sea capaz de detectar una señal deberá incorporarse una variación alterna de la corriente en el primario. La magnitud del voltaje medido será proporcional a la frecuencia ω de la corriente de excitación. El

voltaje en el secundario puede ser medido experimentalmente por medio de por ejemplo un amplificador lock-in.

Una excitación alterna produce una respuesta en fase y contrafase

Al aplicar una excitación alterna en el primario, la distribución geométrica de las corrientes de apantallamiento dada por la ecuación 7.1 no cambia. Sin embargo la variación alterna incluye otro ingrediente. Un campo eléctrico en la muestra también induce corrientes disipativas (pensando a las juntas Josephson según el modelo RCSJ), por lo que además se tendrán corrientes disipativas. Estas dos componentes, las corrientes inductivas y las disipativas, estarán desfasadas temporalmente de la corriente del primario. Ambas pueden medirse utilizando un amplificador lock-in de dos fases.

Para interpretar correctamente las componentes en fase y cuadratura de las corrientes se recurre a la ley de Ohm. Para una excitación armónica puede escribirse esta ley como:

$$\vec{K}_s = \frac{\vec{E}}{Z_{\square}} = \frac{\vec{E}}{R_{\square} + i\omega L_{\square}}$$

donde $Z_{\square} = (R_{\square} + i\omega L_{\square})$ es la impedancia de superficie, definida en términos de la resistencia e inductancia superficiales. Si la resistencia se hace muy pequeña, $R_{\square} = 0$, se recupera la ecuación de London y la validez de la expresión 7.1 si se define la inductancia superficial como $L_{\square} = \lambda_{\perp}/(2\mu_0)$. En ese caso la muestra se comporta como puramente superconductor, con corrientes circulando en contrafase con la excitación (recordando que el campo eléctrico \vec{E} está en fase con la corriente de excitación). En el otro límite, cuando el término disipativo sea dominante sobre el inductivo, las corrientes inducidas en la superficie serán muy pequeñas. En un caso general, donde deban considerarse tanto el término resistivo como el inductivo de la impedancia superficial, las corrientes en la muestra tendrán componentes no nulas en fase y contrafase con la excitación.

En la técnica tradicional de susceptibilidad alterna se utilizan dos bobinas secundarias invertidas, en una configuración llamada astática, para cancelar el voltaje producido por el primario sobre el secundario (ver Figura 2.6). Por simplicidad durante la fabricación, el sistema de bobinas serpentina cuenta con sólo un secundario, por lo que la *fem* inducida será generada tanto por las corrientes del primario como de la muestra. La calibración de este sistema será un poco diferente a la técnica usual.

Las bobinas lineales son sensibles a λ_{\perp}

Dado que se desea maximizar la corriente en la muestra para una dada corriente de excitación, se eligen los parámetros geométricos de manera que d sea lo más pequeño posible. Los valores típicos en las bobinas fabricadas son: $b \approx 50 \mu\text{m}$, $d \approx 1 \mu\text{m}$, se fijan en el momento del diseño, y son constantes para una dada realización de las bobinas. En el régimen de temperatura baja tendremos que además $\lambda_{\perp} \ll b$, por lo que la corriente en la muestra es prácticamente una reflexión especular de la corriente de excitación. El secundario, ubicado exactamente entre los dos, no detectará voltaje debido a que los voltajes generados por muestra y primario son iguales y contrarios, y se cancelan. En el otro régimen, cerca de T_c la disipación será dominante, la corriente sobre la muestra será muy pequeña y el secundario detectará solamente el voltaje inducido por el primario.

La longitud de penetración efectiva λ_{\perp} es fuertemente dependiente de temperatura en películas superconductoras y RJJ (ver la ecuación 6.3). Diverge en T_c^0 ya que la corriente crítica se anula. Para temperaturas cercanas a la crítica λ_{\perp} es mayor que las otras distancias características del sistema por lo que las corrientes sobre la muestra son muy pequeñas. Luego, dentro del rango de temperatura accesibles, el valor de λ_{\perp} disminuye hasta valores

típicamente menores que $1 \mu\text{m}$, haciendo que $\lambda_{\perp} + d \ll b$. De esta manera la variación en la longitud de penetración efectiva λ_{\perp} será la principal responsable de la variación de corrientes en la muestra, y consecuentemente del voltaje medido, haciendo de esta una técnica muy sensible a λ_{\perp} .

Utilizando las bobinas lineales podemos distinguir entre λ_{\perp}^x y λ_{\perp}^y

En los métodos tradicionales de susceptibilidad alterna las corrientes inducidas en la muestra tienen simetría circular. A diferencia de esto, para el diseño elegido en este sistema las corrientes inducidas por el primario en la muestra circulan exclusivamente en la dirección y . El secundario detecta estas corrientes. Por lo tanto se tiene un sistema de medición que explora la muestra a través de corrientes en una única dirección. Por ello este es un método ideal para medir propiedades anisotrópicas, en las cuales λ_{\perp} es diferente en una y otra dirección.

Si se define litográficamente la muestra con contactos en forma de estrella (ver Figura 2.2) se podrá variar la magnitud de las corrientes en ambas direcciones, de tal forma que la corriente neta en la muestra circule a un ángulo arbitrario. Así se puede variar continuamente la dirección relativa de la corriente respecto a las bobinas. Por ello esta técnica permite en principio detectar la anisotropía aún en situaciones donde, como en las fases de vórtices descriptas en la introducción de este capítulo, la anisotropía es provocada por la propia corriente \vec{I} .

Con el diseño de bobinas lineales, la magnitud de la señal medida será proporcional a la longitud de las bobinas. No resulta práctico fabricar muestras arbitrariamente largas, por lo que se debe buscar una alternativa. En la próxima sección se describe esa manera alternativa.

7.3. Bobinas Serpentina

En las bobinas tradicionales de muchas vueltas se puede considerar que el campo magnético en el interior es uniforme y en el exterior es nulo. Por esto la magnitud de la señal medida por el secundario es proporcional al *área* encerrada. A diferencia de ello, en la técnica de bobinas lineales se generan corrientes de apantallamiento solamente debajo de la cinta. La magnitud de la señal medida es entonces proporcional a la *longitud* de las líneas de excitación y medición. Por lo tanto para maximizar la señal deben hacerse las cintas tan largas como sea posible. Pero varias limitaciones experimentales impiden fabricar muestras más largas que 10 mm. Además, para desprestigiar los efectos de borde, las bobinas no deberían extenderse más que un 60% del lado. Por ello se necesita una manera de prolongar las líneas más allá de esos 6 mm, aprovechando el carácter bidimensional de las muestras.

Las bobinas serpentina detectan lo mismo que las lineales, en un cuadrado

La forma más sencilla de hacer líneas más largas sin salir de un área cuadrada es diseñar las líneas con forma de serpentina como se muestra en la figura 7.3. En el régimen de temperatura baja, $\lambda_{\perp} + d \ll b$, la corriente inducida \vec{K}_s en la muestra tendrá una distribución que se asemeja a la de la bobina serpentina, y tendrá un perfil como el que se muestra en la parte inferior de la Figura 7.2b. Esto sugiere una diferencia entre estas bobinas serpentina y las lineales. Cuando λ_{\perp} sea en magnitud parecida o mayor que a , la distancia entre dos líneas sucesivas de la serpentina, la corriente inducida en la muestra por dos líneas se superponen. Y dado que se alternan líneas con corriente positiva (en $+y$) con líneas con corriente negativa (en $-y$) la corriente en la muestra se cancela. El método pierde sensibilidad para $\lambda_{\perp} \geq a$.

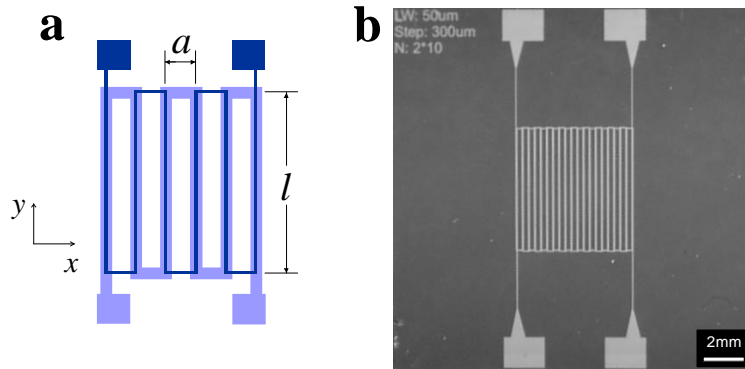


Figura 7.3: **a.** Esquema de las bobinas serpentina. **b.** Fotografía de una de las bobinas fabricadas. El tamaño del sustrato es de 18 mm de lado, y la longitud de las bobinas es de $l = 6$ mm.

Esto debe ser tenido en cuenta a la hora de diseñar las bobinas, ya que para hacer las bobinas más largas, debe hacerse a pequeño, incrementando la superposición entre líneas.

Los parámetros geométricos utilizados en las bobinas fabricadas fueron: anchos de cinta $b = 20, 30$ y $50 \mu\text{m}$; distancia primario-muestra de $d \approx 4 \mu\text{m}$; distancia entre dos líneas sucesivas de la serpentina $a = 100, 200$ y $500 \mu\text{m}$; y longitud de cada tramo de bobina $l = 6$ mm. Con este diseño, algunas de las bobinas serpentina construidas llegan a tener hasta 36 cm de longitud total, siempre manteniéndose dentro de un área de $0.6 \text{ cm} \times 0.6 \text{ cm}$.

El primario y secundario rotados maximiza la detección anisotrópica

La bobina de excitación en forma de serpentina produce en la muestra corrientes que, a menos de las dispersiones geométrica y superconductor, reflejan las del primario. Estas corrientes tendrán largos caminos en la dirección $\pm y$ alternadas con tramos cortos en la dirección perpendicular. La manera más sencilla de colocar el secundario es situarlo justo debajo del primario repitiendo el camino de la serpentina. En esa configuración el voltaje detectado provendrá de corrientes circulando tanto en la dirección y como en la dirección perpendicular. Se tendría una longitud equivalente a N veces l en la dirección y , y 1 vez l en la dirección x . La relación entre la señal proveniente de corriente a lo largo de ambas direcciones será de $N:1$. Para bobinas con muchas vueltas ($N = 20$ o 30) se tendrá una buena selectividad en dirección. Sin embargo esto puede mejorarse rotando el secundario 180° como se muestra en la Figura 7.3. En esta configuración los tramos largos en la dirección y de la bobina de detección se superponen con las del primario, mientras que las partes cortas en x no se superponen. La contribución más significativa al voltaje detectado será producido por corrientes circulando en la dirección y , mientras que la contribución debida a corrientes en x es despreciable, llevando la selectividad desde $N:1$ a valores mucho mayores aún, haciendo de esta una medición prácticamente unidimensional, como la de una cinta recta de longitud Nl .

Relación con resultados numéricos

Cuando la red de vórtice está anclada el sistema macroscópico tiene un comportamiento tipo superconductor, ya que se puede pasar una corriente sin movimiento de vórtices y por lo tanto sin disipación. Si por el contrario la fuerza sobre los vórtices es suficiente para moverlos, el sistema se comporta como un metal normal, en cuyo caso se produce un voltaje proporcional a la corriente aplicada. A este régimen se lo denomina *flux flow*. Este

desanclaje, el paso de superconductor a normal, puede también analizarse en términos de la longitud de penetración del campo magnético λ_{\perp} . Si el sistema de vórtice es superconductor se tendrá $\lambda_{\perp} \rightarrow 0$. Y si el sistema es normal, $\lambda_{\perp} \rightarrow \infty$.

En simulaciones de RJJ se utiliza la magnitud denominada módulo de helicidad Υ [17] para determinar el carácter superconductor del sistema. Esta magnitud está estrechamente relacionada con la longitud de correlación de fases y con λ_{\perp} . El módulo de helicidad mide la dependencia de la energía libre del sistema cuando las condiciones de contorno se giran levemente. Es una medida de la rigidez del sistema respecto de un torcimiento, y está definida a través de la segunda derivada de la energía libre respecto a dicho torcimiento. Puede calcularse independientemente de la magnitud y dirección de la corriente aplicada, por lo que es posible medir Υ_{\parallel} y Υ_{\perp} , los módulos de helicidad en la dirección paralela y perpendicular a la corriente aplicada [6]. Si $\Upsilon = 0$ tenemos un estado sin coherencia superconductora en la dirección de Υ , y en cambio $\Upsilon \neq 0$ implica un estado con coherencia superconductora.

7.4. Algunos detalles experimentales

La motivación original para desarrollar la técnica de susceptibilidad con bobinas serpentina fue estudiar el anclaje transversal producido por la aparición de canales bien definidos por los que se mueven los vórtices. Si efectivamente se forman estos canales, debería aparecer una corriente crítica transversal efectiva. Este anclaje transversal ha sido observado y estudiado en simulaciones numéricas, a través del módulo de helicidad transversal v_{\perp} . De una manera análoga, en este trabajo nos propusimos detectar experimentalmente este desanclaje a través de $\lambda_{\perp}^{\parallel}$ y λ_{\perp}^{\perp} utilizando las bobinas serpentina.

El experimento ideal capaz de medir estos efectos sería colocar dos juegos de bobinas, una detectando corrientes en x y otra en y , y medir simultáneamente $\lambda_{\perp}^{\parallel}$ y λ_{\perp}^{\perp} . En la práctica esto resulta extremadamente difícil de fabricar. Se requerirían cuatro capas de metalización y cuatro de aislante. Otra opción más accesible en la práctica es rotar las bobinas respecto de la muestra. Medir primero con las bobinas en la dirección x , y luego orientarlas según y y volver a medir. Esto ya ha sido realizado con las bobinas rectangulares 3D [14, 18] sin resultados experimentales concluyentes, principalmente debido a que esas bobinas tenían una relación de aspecto muy pequeña, aproximadamente 4:1. Otro factor que dificulta la obtención de resultados concluyentes es que para cambiar la orientación de la bobina se debe llevar el equipo a temperatura ambiente y abrirlo. No puede medirse simultáneamente, y es difícil obtener condiciones suficientemente comparables luego de abrir el equipo. Resulta imposible rotar las bobinas respecto de la red en el diseño actual de bobinas serpentina pues ambas bobina y muestra están incorporadas en un único sustrato. Se podrían construir muestra y bobinas en sustratos separados pero la principal ventaja de las bobinas serpentina, la distancia muy pequeña que las separa de la muestra se perdería.

Finalmente, la opción más sencilla accesible experimentalmente es dejar la bobina fija a la muestra y rotar la dirección de la corriente. Esto no es lo ideal pero permite, si algunas condiciones se cumplen, medir λ_{\perp} en las direcciones paralela y perpendicular a la corriente. El problema fundamental de utilizar esta variante es que supone que la corriente crítica de las juntas es constante y homogénea a lo largo y ancho de toda la red. Para comparar los casos de corriente paralela y perpendicular a las bobinas es necesario aplicar una dada magnitud de corriente en las direcciones x e y , y comparar los valores de susceptibilidad obtenidos en cada caso. El problema es que no puede atribuirse que sean diferentes exclusivamente a la orientación de la corriente, sino que también puede ser un problema de que la corriente crítica de las juntas sea diferente en una dirección y en otra, debido a inhomogeneidades generadas durante la fabricación.

7.5. Conclusiones

En este capítulo se establecen las bases de la técnica de inductancia cinética con bobinas serpentina. El novedoso diseño plano permite alcanzar una sensibilidad superior en muestras bidimensionales, debido a que la distancia muestra-bobina se reduce a pocos micrones a todo lo largo de las bobinas. La muy particular forma de serpentina y la orientación relativa del primario y secundario permiten maximizar la detección anisotrópica. Prácticamente toda la señal detectada es producida por corrientes circulando en la muestra en una única dirección. Esta técnica permite cambiar arbitrariamente la dirección relativa entre las bobinas y la corriente de transporte, por lo que resulta en principio un método ideal para medir la anisotropía en los regímenes dinámicos de vórtices.

Apéndice. Análisis de la medición inductiva con bobinas lineales

Un hilo de corriente

Siguiendo un procedimiento análogo al apéndice del capítulo 2 podemos calcular la corriente de apantallamiento inducida en la muestra por el primario para la geometría de un hilo corriente a lo largo del eje y , a una distancia d del plano $x - y$, como se muestra en la Figura 7.4a. Para ello escribimos la corriente del primario:

$$\vec{J}_d(\vec{r}) = \hat{y}I_0\delta(x)\delta(z-d)$$

La transformada de Fourier queda:

$$\tilde{J}_d(\vec{q}) = \hat{y}I_02\pi e^{-iq_z d}\delta(q_y)$$

Para obtener las corrientes de apantallamiento en la muestra, reemplazamos esta última expresión en la ecuación de Pearl 2.1:

$$\tilde{K}_s(q_x, q_y, z=0) = -\hat{y}I_0 \frac{e^{-|q_z|d}}{1 + \lambda_\perp \sqrt{q_x^2 + q_y^2}} \delta(q_y)$$

Esta es la transformada Fourier de las corrientes en la muestra. Para obtener las corrientes en el espacio real antitransformo Fourier:

$$K_s(x, y, z=0) = -\frac{I_0}{4\lambda_\perp\pi} e^{\frac{d}{2\lambda_\perp}} \left[e^{\frac{-ix}{2\lambda_\perp}} \Gamma\left(0, \frac{d-ix}{2\lambda_\perp}\right) + e^{\frac{ix}{2\lambda_\perp}} \Gamma\left(0, \frac{d+ix}{2\lambda_\perp}\right) \right]$$

donde $\Gamma(a, z) = \int_z^\infty \frac{t^{-1+a}}{e^t} dt$ es la función Gamma incompleta. A pesar de que algunos términos de esta expresión pertenecen al plano complejo, las partes imaginarias se anulan, y el resultado final es real. Esta expresión es calculable numéricamente. En la Figura 7.4a se muestra el resultado para algunos valores de λ_\perp .

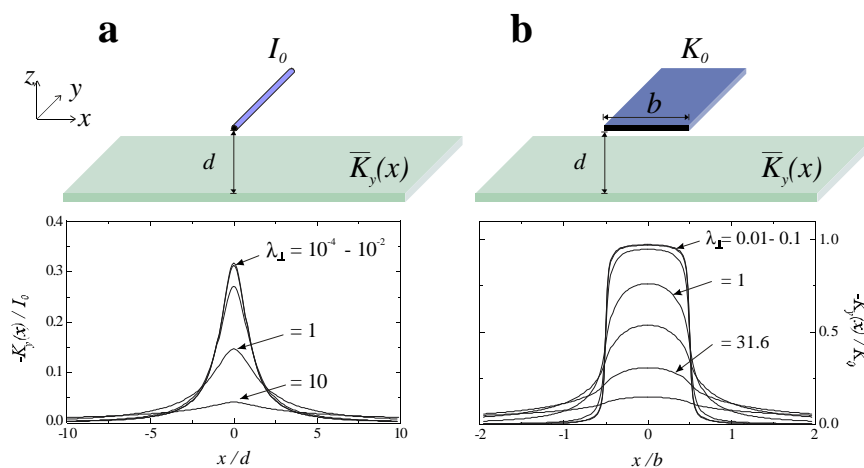


Figura 7.4: **a.** Arriba: Esquema de una línea unidimensional de corriente. Abajo: Perfiles de corriente para λ_\perp : 10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2} , 10^{-1} , 1 y 10 , con $d = 1$. **b.** Arriba: Esquema de una bobina plana bidimensional de corriente. Abajo: Perfiles de corrientes, para λ_\perp : 0.01 , 0.1 , 0.316 , 1 , 10 , 31.6 y 100 , para $b = 50$ y $d = 1$.

Una cinta de corriente

Repitiendo el procedimiento al del hilo de corriente de la sección anterior podemos ahora calcular la corriente de apantallamiento inducida en la muestra por el primario para la geometría de una cinta de corriente, mostrada en la Figura 7.4b. Para ello escribimos la corriente del primario:

$$\vec{J}_d(\vec{r}) = \begin{cases} \hat{y}K_0\delta(z-d) & |x| < b/2, \\ 0 & |x| > b/2. \end{cases}$$

La transformada de Fourier queda:

$$\tilde{J}_d(\vec{q}) = \hat{y}K_0 \frac{2 \sin q_x b/2}{q_x} e^{-iq_z d} \delta(q_y)$$

Para obtener las corrientes de apantallamiento en la muestra, reemplazamos nuevamente en la ecuación 2.1:

$$\tilde{K}_s(q_x, q_y, z=0) = \hat{y}K_0 \frac{2 \sin q_x b/2}{q_x} \frac{e^{-|q_z|d}}{1 + \lambda_\perp \sqrt{q_x^2 + q_y^2}} \delta(q_y)$$

Esta es la transformada Fourier de las corrientes en la muestra. Para obtener las corrientes en el espacio real antitransformo Fourier:

$$\begin{aligned} \vec{K}_s(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{K}_s(q_x) e^{iq_x x} dq_x \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \tilde{K}_s(q_x) \cos(q_x x) dq_x \\ &= \frac{-\hat{y}K_0}{\pi} \int_0^{\infty} [\sin((x+b/2)q_x) - \sin((x-b/2)q_x)] \frac{e^{-q_x d}}{q_x(1 + \lambda_\perp q_x)} dq_x \\ &= \hat{y}K_0 \left[I\left(\frac{x+b/2}{\lambda_\perp}, \frac{d}{\lambda_\perp}\right) - I\left(\frac{x-b/2}{\lambda_\perp}, \frac{d}{\lambda_\perp}\right) \right] \\ \text{con} \quad I(u, v) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(uq)e^{-vq}}{q(1+q)} dq. \end{aligned}$$

Esta última expresión $I(u, v)$ puede integrarse numéricamente. En la Figura 7.4b se muestra el resultado de esta expresión para algunos valores de λ_\perp .

Bibliografía

- [1] D. E. Shalóm y H. Pastoriza, *J. Low Temp. Phys.* **135**, 153 (2004).
- [2] T. Giamarchi y P. L. Doussal, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3408 (1996).
- [3] L. Balents, M. C. Marchetti, y L. Radzihovsky, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 751 (1997).
- [4] C. Reichhardt y F. Nori, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 414 (1999).
- [5] G. Carneiro, *Phys. Rev. B* **62**, R14661 (2000).
- [6] V. I. Marconi y D. Domínguez, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4922 (1999).
- [7] V. I. Marconi y D. Domínguez, *Phys. Rev. B* **63**, 174509 (2001).
- [8] F. Pardo, F. de la Cruz, P. L. Gammel, E. Bucher, y D. J. Bishop, *Nature* **396**, 348 (1998).
- [9] M. Marchevsky, J. Aarts, y P. H. Kes, *Phys. Rev. B* **60**, 14601 (1999).
- [10] A. M. Troyanovski, J. Aarts, y P. H. Kes, *Nature* **399**, 665 (1999).
- [11] M. C. Hellerqvist, D. Ephron, W. R. White, M. R. Beasley, y A. Kapitulnik, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4022 (1996).
- [12] H. Pastoriza, S. Candia, y G. Nieva, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1026 (1999).
- [13] V. I. Marconi, S. Candia, P. Balenzuela, H. Pastoriza, D. Dominguez, y P. Martinoli, *Phys. Rev. B* **62**, 4096 (2000).
- [14] D. E. Shalóm y H. Pastoriza, *Solid State Commun.* **126**, 379 (2003).
- [15] J. Pearl, *Appl. Phys. Lett.* **5**, 65 (1964).
- [16] J. Pearl, Tesis Doctoral, Polytechnic Institute of Brooklyn, 1965.
- [17] T. Ohta y D. Jasnow, *Phys. Rev. B* **20**, 139 (1979).
- [18] D. E. Shalóm, Tesina de Licenciatura, Instituto Balseiro, C.N.E.A. y U.N.Cuyo, Bariloche, Argentina, 1999.

Capítulo 8

Fases dinámicas de vórtices: mediciones con bobinas serpentina

En este capítulo presentamos resultados obtenidos en RJJ cuadradas homogéneas, medidos por susceptibilidad con las bobinas serpentina presentadas en el capítulo 7 y en la referencia [1]. Primero describimos las bobinas y las muestras, y luego realizamos una caracterización detallada con las técnicas usuales de susceptibilidad y transporte, en función de la corriente, temperatura y campo magnético. Esta caracterización será de utilidad para comprender las novedosas mediciones de susceptibilidad anisotrópica con bobinas serpentina.

Estudiamos finalmente los regímenes dinámicos de vórtices, cuando la fuerza debida a la corriente aplicada supera al anclaje y los vórtices están en movimiento. Estudiamos también el carácter anisotrópico de estas fases dinámicas, aprovechando el hecho de que la perturbación introducida por estas bobinas está constituida por corrientes circulando exclusivamente en una única dirección.

A pesar de que las bobinas han sido desarrolladas para detectar el carácter anisotrópico, también han mostrado ser de gran utilidad para medir propiedades isotrópicas en todo tipo de muestras bidimensionales, con claras ventajas de sensibilidad sobre las bobinas tradicionales, debido principalmente a la muy pequeña distancia que separa toda la bobina de la muestra.

8.1. Las muestras

Las bobinas serpentina utilizadas en esta tesis para la medición de las propiedades superconductoras de RJJ y dinámica de los vórtices fueron fabricadas por el Dr. Daniel López de Nanofabrication Research Lab, Bell Labs Lucent Technologies, New Jersey. Las bobinas son definidas litográficamente en Al sobre un sustrato aislante de SiN. Se coloca una capa de SiO₂ para aislar primario de secundario y otra sobre las bobinas para cubrirlas. Los detalles de la fabricación se presentan en la sección 3.7. Las bobinas llegan a Bariloche listas para la fabricación de las RJJ. Es importante elegir las bobinas adecuadas, que no estén cortocircuitadas (primario-secundario), y que primario y secundario estén bien alineados. Algunas bobinas tienen estos problemas, pero dada la gran cantidad de bobinas construidas (un total de 3 wafers con unas 75 bobinas cada uno, más de 200), no fue difícil encontrar algunas que estén en buenas condiciones. Sobre estas se fabricaron RJJ por el proceso descrito en la sección 3.6. En la tabla 8.1 se listan todas las RJJ fabricadas sobre bobinas. Algunas tuvieron problemas durante la fabricación, por lo que finalmente se midieron hasta la actualidad un total de nueve RJJ sobre bobinas serpentina.

Nombre	Tipo	Fecha y pág. Fabricación	Fecha y pág. Medición	T_C [K]	Obs.
M1	L50 S200	29/7/04 173	27/8/04 124	0 K	No se observa transición K-T
M2	L20 S100	31/8/04 177	2/9/04 126	0 K	No se observa transición K-T
M3	L50 S200	31/8/04 177	Ataque pasado		
M4	L20 S100	29/9/04 179	Mal evaporada		
M5	L50 S200	30/9/04 180	7/10/04 131	1 K 1 mA	Algunas islas cortocircuitadas
M6	L30 S200	5/10/04 181	19/10/04 134	1 K 4 mA	
Hasta aquí Wafer 1, sin agujeros en el SiO ₂ . Desde acá Wafers 2 y 3, con agujeros, empiezo a usar Cu 99.999 %					
M6.5	L50 S200	26/10/04	26/10/04 139	—	Película Pb
M7	L50 S200	27/10/04 182	11/11/04 145	—	Película Cu
M8	L50 S200	28/10/04 182	4/11/04 142	2.5 K 2 mA	Figs. 8.1 a 8.3 y 8.7 a 8.9
M9	L50 S200	29/10/04 182	2/11/04 141	1.6 K 2 mA	Corto sec-muestra
M10	L50 S200	3/11/04 183	Cortocircuito		
M11	L30 S100	5/11/04 184	Cortocircuito		
M12	C L30 S200	5/11/04 184	8/11/04 143	2 K 2 mA	Circular Figuras 8.5 y 8.6
M13	L30 S100	15/11/04 188	Cortocircuito		
M14	L50 S200	15/11/04 188	SEM Ratchet térmico, destruida en la fabricación		
M15	L20 S100	15/11/04 188	14/12/04 148	2 K 2 mA	Corto sec-muestra
M16	L20 S100	19/11/04 189	Cortocircuito al poner contactos		
M17	L30 S100	19/11/04 189	Se partió		
M18	L50 S200	19/11/04 189	Cortocircuito al atacar con cañón		
M19	L20 S100	30/11/04 190	17/12/04 150	1.6 K 2 mA	SOG Figura 8.4
M20	L30 S200	30/11/04 190			SOG

Cuadro 8.1: Muestras fabricadas y medidas. La primera columna es el nombre dado a cada muestra. La columna Tipo describe los parámetros geométricos de la bobina a través de LNN SMMM, donde NN es el ancho de línea de la bobina, y MMM es la distancia entre líneas sucesivas, ambos en μm . C significa bobinas circulares. En la columna T_C se señala la temperatura de transición aproximada de las muestras, determinada por transporte como temperatura a la que la corriente indicada comienza a producir un voltaje no nulo.

8.2. Caracterización de las muestras

Previo a las mediciones con bobinas serpentina se realizaron algunas caracterizaciones de las muestras como características $V - I$, determinación de la corriente crítica y temperatura de transición K-T y dependencia con campo magnético.

Corriente crítica de una juntura y transición K-T

Medir la corriente crítica de la juntura individual $I_{CJ0}(T)$ resulta de utilidad para poder comparar los resultados obtenidos en los experimentos con resultados analíticos y numéricos. Es necesario rescalear la temperatura para obtener la *temperatura reducida* $\mathcal{T} = k_B T / E_J(T)$, que es la escala de temperaturas relevante para la mecánica estadística del sistema. La energía de acoplamiento $E_J(T) = \hbar I_{CJ}(T) / 2e$ se puede calcular en función de la corriente crítica de una juntura sin campo $I_{CJ}(T)$. Sin embargo, como no hemos fabricado junturas individuales para su medición, el valor de $I_{CJ}(T)$ debe calcularse a partir de mediciones de transporte en la red, en las cuales la corriente se inyecta en paralelo a todo lo ancho de la muestra. Así $I_{CJ}(T)$ se puede determinar experimentalmente a partir de características $V - I$ como la mostrada en la Figura 8.1. No existe sin embargo un acuerdo absoluto respecto de cómo definir la corriente crítica a partir de los datos medidos en las curvas $V - I$. En algunos trabajos por ejemplo se utiliza el máximo de $\partial V / \partial I$, que es un criterio muy bueno si se miden junturas individuales [2, 3]. En este trabajo se utilizó el criterio de voltaje constante que consiste en determinar el valor de corriente que produce un dado valor de voltaje V_P a cada temperatura. En general, los distintos criterios utilizados para determinar el valor de $I_{CJ}(T)$ no difieren en más que una constante multiplicativa para toda la dependencia con temperatura.

En la práctica el criterio de voltaje constante se implementó interpolando el valor de corriente al cual cada una de las curvas $V - I$ cruza el voltaje V_P . En la parte izquierda

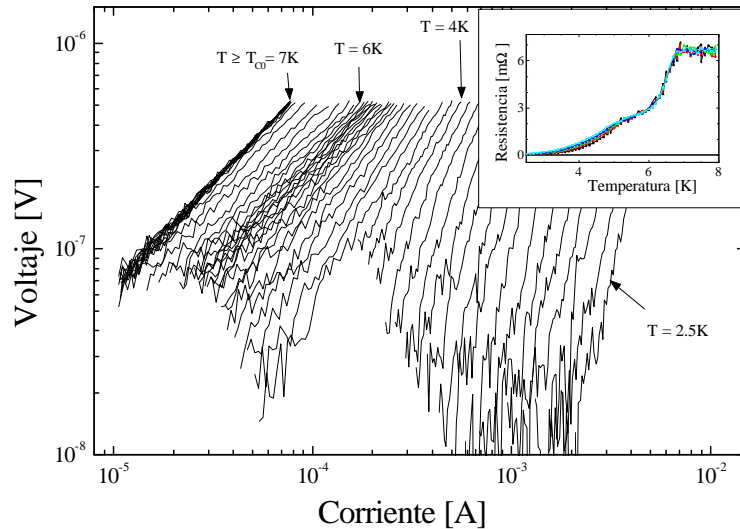


Figura 8.1: Características $V - I$ medidas a campo nulo para temperaturas equiespaciadas desde 2.5 K hasta 8 K. Hay una acumulación de curvas a $T > T_{C0}$ y a $T \approx 5$ K debido a que en esos rangos el voltaje no varía con temperatura. En el inset se muestra una serie de curvas $R - T$ obtenidas a voltaje fijo, a partir de los puntos de mayor voltaje de la figura principal. A $T = 7$ K las islas de Pb tienen la transición normal-superconductor, y entre 3 y 5 K ocurre la transición K-T. Muestra M8.

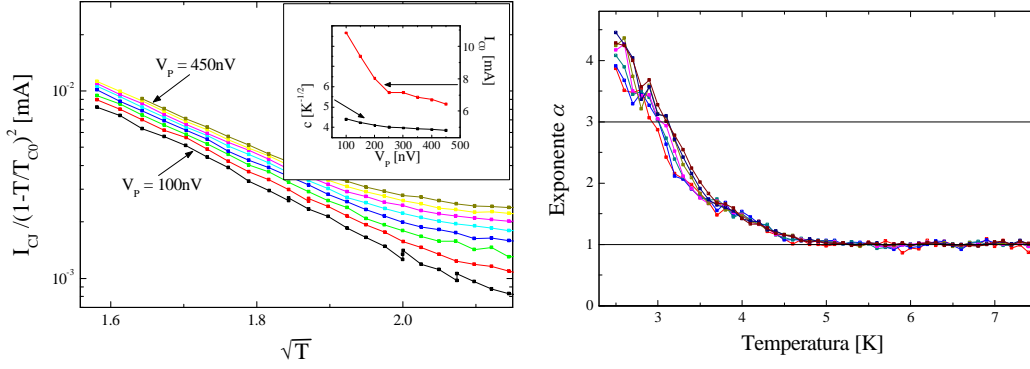


Figura 8.2: Izquierda: Curvas de corriente crítica a campo nulo en función de la temperatura, obtenidas por el criterio de voltaje V_P . Inset: Los parámetros I_{C0} y c de la expresión de de Gennes, obtenidos de ajuste lineal para cada valor de V_P en el régimen de baja temperatura. Derecha: Exponente α en función de la temperatura, obtenido a partir de ajustes lineales de $\log V$ vs $\log I$. Muestra M8.

de la Figura 8.2 se grafica la corriente crítica de la juntura obtenida de esa manera a partir de la Figura 8.1 para distintos valores de V_P . Se presenta adecuadamente rescaleada para ajustarse directamente con la expresión de de Gennes, la ecuación 6.3. En el régimen de temperatura baja, donde esta expresión es válida, se ajustó linealmente la dependencia para cada V_P . Se obtuvieron así la corriente crítica a temperatura y campo nulo I_{C0} , y el parámetro c definido a través de la relación entre el tamaño de la juntura y la longitud de coherencia $c\sqrt{T} = d/\xi(T)$. Ha sido descrito por Ambegaokar y Halperin [2] que a voltajes muy pequeños el comportamiento de las junturas está dominado por las fluctuaciones térmicas. Por ello se utilizan valores no tan pequeños del voltaje V_P . En el inset de la Figura 8.2 se grafican los valores de I_{C0} y c obtenidos para diferentes valores de V_P . La corriente crítica se determinó a partir de $V_P = 450$ nV, donde los parámetros I_{C0} y c son prácticamente constantes. Así se obtuvo la corriente crítica de cada juntura de esta muestra a partir de la expresión:

$$I_{CJ}(T) = I_{C0} \left(1 - \frac{T}{T_{C0}}\right)^2 \exp(-c\sqrt{T}), \quad (8.1)$$

con $I_{C0} = 6.25$ mA, $c = 3.9/\sqrt{K}$ y $T_{C0} = 7$ K es la temperatura de transición SC de las islas de Pb.

A partir de las características $V-I$ también puede extraerse información de la transición de K-T a través del exponente α introducido en la sección 2.2. La transición puede caracterizarse por un salto de 1 a 3 en el valor de este exponente. En la parte derecha de la Figura 8.2 se muestran los valores de α obtenidos para cada temperatura a partir de ajustes lineales de $\log V$ vs $\log I$. De allí puede estimarse el valor de la temperatura de transición $T_{KT} \approx 3$ K, donde $\alpha = 3$.

Dependencia con campo magnético, estados conmensurados

Para completar la caracterización de la muestra debemos analizar la respuesta al aplicar campo magnético. El campo magnético aplicado B se relaciona con el parámetro de frustración f a través de $f = Ba^2/\Phi_0$. En estas muestras el valor del parámetro de red es $a = 10 \mu\text{m}$, por lo que $f = 1$ corresponde a un campo magnético de aproximadamente 200 mG. Teniendo esto presente, en lo que sigue se utilizan las denominaciones ‘frustración’ y ‘campo magnético’ indistintamente.

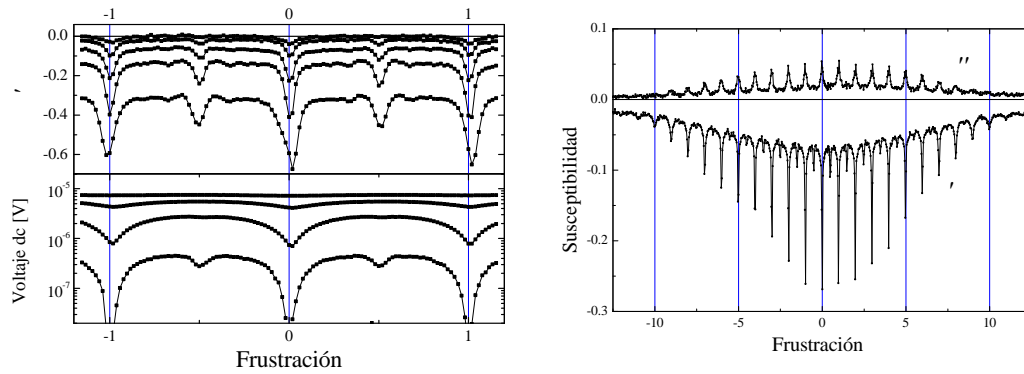


Figura 8.3: Izquierda: Curvas de susceptibilidad y resistencia en función del campo magnético, poniendo en evidencia los estados commensurados en $f = n$ y $f = n/2$. Muestra M8, $I_{dc} = 4$ mA, $I_{ac} = 50 \mu\text{A}$, $\nu = 100$ kHz, $T = 2.25$ a 3.75 K. Derecha: Susceptibilidad en función del campo magnético. Se observan más de 20 períodos. Muestra M8, $T = 2.14$ K, $I_{ac} = 50 \mu\text{A}$, $\nu = 40$ kHz.

La RJJ se comporta de maneras particulares cuando la densidad de vórtices inducidos por campo es commensurada con la densidad de sitios de anclaje producidos por el potencial periódico de caja de huevos (ver Figura 1.7). Debido a la commensuración el anclaje es más efectivo, por lo que una dada magnitud de la corriente será menos eficiente para mover a los vórtices. En mediciones de resistencia en función del campo magnético como la mostrada en la parte inferior izquierda de la Figura 8.3 se detecta precisamente este efecto: al pasar por campos commensurados $f = n$ y $f = n/2$ el voltaje medido es menor, señal de que la velocidad promedio de los vórtices es menor. A temperaturas más altas el valor de voltaje medido es mayor y la modulación con campo magnético es menor debido a que el comportamiento de la RJJ en ese rango de temperaturas se acerca al de un metal normal.

En las mediciones de susceptibilidad en función de campo se observan fenómenos parecidos, picos muy angostos y profundos en χ' , como se muestra en la parte superior izquierda de la Figura 8.3. Recuérdese que el estado superconductor se caracteriza por un valor de $\chi' = -1$ y el estado normal por $\chi' = 0$. Al anclarse los vórtices en los estados commensurados, crece χ' (en valor absoluto) reflejando un carácter más superconductor del sistema.

De la comparación entre las curvas de resistencia y las de susceptibilidad en función del campo resulta evidente que las primeras son más redondeadas, resultado de que la excitación es considerablemente mayor. La técnica de susceptibilidad es más sensible, permitiendo utilizar corrientes de excitación menores. En esta última incluso se esboza una estructura más fina, con picos en $f = n/3$. En RJJ triangulares usualmente se observa una estructura mucho más rica en picos commensurados para $f = p/q$, debido a que el anclaje es más efectivo para anclar la red de vórtices que naturalmente tiene una estructura triangular.

En la parte derecha de la Figura 8.3 se grafican las dos componentes de la susceptibilidad en función del campo magnético, hasta campos más grandes. Se alcanzan a ver muchos períodos, más de 20, debido a que la relación de área entre la juntura y la plaqueta es $1/50$. Esto contrasta con las mediciones presentadas en muestras de ratchets (ver Figura 6.8) donde la relación de áreas es de aproximadamente $1/5$. Cuando el flujo de campo que atraviesa las juntas alcanza valores del orden de Φ_0 la corriente crítica de las juntas individuales se anula, haciendo que la RJJ se comporte como un metal normal, con $\chi' \rightarrow 0$.

8.3. Detalles de la medición inductiva

Para aplicar corriente de excitación en la bobina primario se utilizó una fuente de voltaje alterno en serie con una resistencia de $1\text{ k}\Omega$. La resistencia se coloca para que los cambios del valor de resistencia del primario con temperatura no modifiquen la corriente aplicada. Para la medición se utilizó un amplificador lock-in de dos fases EG&G 5302 con un preamplificador 5316A.

Procesamiento de la medición inductiva con bobinas serpentina

El voltaje medido en las bobinas por el amplificador lock-in debe rotarse y rescalearse para convertirlo en susceptibilidad, como se detalla en la sección 2.3. Un inconveniente de las bobinas fabricadas es que los conductores fueron fabricadas en aluminio (Al), que tiene la transición SC a $T_{\text{Al}} = 1.27\text{ K}$, justo en medio de la transición K-T de la red. Por esto hay que enfatizar por separado la parte de alta $T > T_{\text{Al}}$ y la de baja temperatura $T < T_{\text{Al}}$. La transición del Al es un salto muy angosto de menos de 0.01 K de ancho, hecho que fue comprobado al medir la muestra M7 que sólo tiene la película de Cu sin Pb. En la transición la impedancia de la bobina cambia, y la impedancia total de la bobina más cables $Z_B + Z_C$ también cambia. Por ello hay que enfatizar con valores diferentes arriba y abajo de la transición. Este procesamiento separado a temperatura alta y baja permite pasar de los datos crudos de voltaje como se miden a la entrada del lock-in, a la parte real e imaginaria de la susceptibilidad χ' y χ'' , como se muestra en la Figura 8.4. Afortunadamente la relación de impedancias no cambia de una medición a otra, por lo que una vez obtenidos los valores de enfasado para una dada frecuencia pueden utilizarse para todas las mediciones a la misma excitación. En una versión posterior de las bobinas sería conveniente reemplazar el Al por otro metal que no tenga transición superconductora en ese rango de temperaturas, como Cu o Au.

En lo que sigue, la transición inductiva se presenta incompleta en temperatura, partiendo de $\chi' = 0$ a temperatura alta, pero no alcanzando el valor -1 en el límite de baja temperatura como en la parte derecha de la Figura 8.4. Esto sigue dos motivos básicos. Por un lado, para alcanzar el límite de baja temperatura es necesario utilizar la etapa de ^3He del equipo, lo cual entorpece el experimento quitándole autonomía en tiempo de medición. El segundo motivo responde a una razón más relevante al experimento. El interés de estas mediciones está puesto en los regímenes dinámicos de vórtices, que pueden ser detectados por un voltaje no nulo, $V_{dc} \neq 0$. Y como se mostrará más adelante, para las magnitudes de corriente I_{dc} utilizadas esto ocurre siempre dentro del rango de temperaturas accesibles con la etapa de ^4He , $T \gtrsim 1.2\text{ K}$. Por ello se utilizó la etapa de ^3He en unas pocas oportunidades para obtener los parámetros de enfasado a cada frecuencia, pero no para medir sistemáticamente.

La corriente de excitación

El régimen lineal de las bobinas está caracterizado por el hecho de que el voltaje detectado por el secundario es proporcional tanto a la frecuencia ν como a la amplitud de la corriente de excitación I_{ac} (ver ecuaciones 7.1 y 7.2). Para ver si para los rangos de amplitudes y frecuencias usadas se verifica esto se midió la transición superconductora de una película de Pb (muestra M6.5). Se midió para muchas frecuencias y amplitudes de la excitación. Luego se enfasaron todos los datos por el procedimiento que se explica en la sección 2.3. Si el valor del factor de normalización n resulta proporcional a la corriente y la frecuencia, dicha amplitud y frecuencia se encuentran dentro del régimen lineal. En caso contrario, o bien la corriente en el primario no es proporcional al voltaje de la fuente de voltaje, o el voltaje detectado por el secundario no es proporcional a la corriente de excitación. Esto ocurre por ejemplo a altas frecuencias cuando los términos capacitivo e inductivo de las impedancias

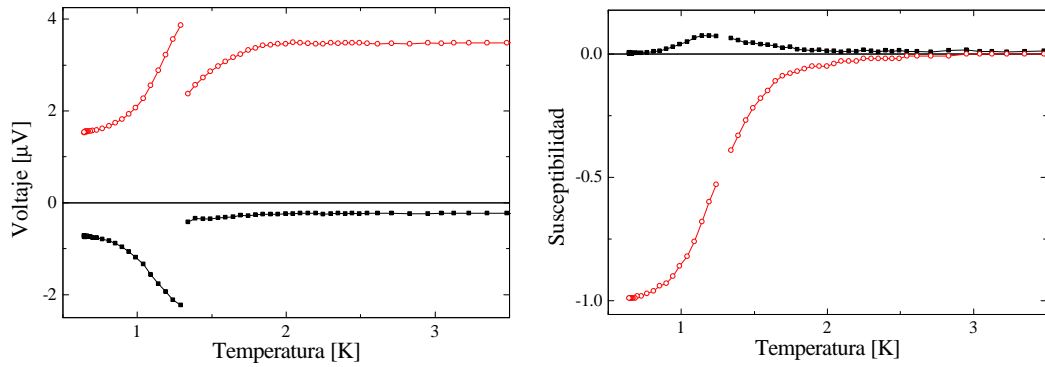


Figura 8.4: Izquierda: Datos crudos de voltaje en el secundario, medido con el amplificador lock-in en función de la temperatura. Muestra M19, $I_{ac} = 40 \mu A$, $\nu = 40$ kHz. Derecha: Curva típica de susceptibilidad compleja en función de la temperatura, resultado del procesamiento de los datos de la izquierda.

de los cables se hacen importantes. En las mediciones se observaron estas desviaciones de la linealidad a frecuencias mayores a 200 kHz. En amplitud en cambio no se llega nunca a observar no-linealidades. El límite en amplitud está dado por el calentamiento Joule en el primario debido a su resistencia eléctrica observado en la medición del termómetro. Esto ocurre para corrientes $I_{ac} > 2$ mA. Todas las mediciones presentadas aquí se encuentran en el régimen lineal de las bobinas.

8.4. Resultados y discusión

La principal motivación por desarrollar las bobinas serpentina fue estudiar los regímenes dinámicos de vórtices y la anisotropía en la estructura de vórtices en movimiento. A continuación se presentan las mediciones realizadas con bobinas serpentina simultáneamente con la aplicación de corriente de transporte, para estudiar el efecto del desanclaje de los vórtices en la medición inductiva. Luego se analiza la posibilidad de utilizar estas bobinas para detectar la anisotropía en los regímenes dinámicos.

Comportamiento dinámico

Se midió la susceptibilidad detectada por las bobinas serpentina simultáneamente a la aplicación de la corriente de transporte I_{dc} . Algunos resultados se muestran en la Figura 8.5 donde se revelan numerosos elementos. Primero, al comparar la curva de χ' sin corriente (símbolos pequeños, $I_{dc} = 0$) con las de transporte (panel inferior) surge nuevamente la comparación entre las sensibilidades de ambos métodos. El voltaje V_{dc} se hace cero cuando los vórtices están quietos, ya que la corriente I_{dc} no alcanza para sacarlos de sus sitios de anclaje. A esa misma temperatura la transición normal-superconductor detectada en susceptibilidad está a mitad de camino, $\chi' \approx -0.3$, no alcanzó aún el valor de temperatura baja, $\chi' = -1$ (ver Figura 8.4). Eso se debe a que la técnica de susceptibilidad detecta movimientos de oscilación de los vórtices en torno a su posición de equilibrio, movimientos que son inducidos por la corriente de excitación, mucho más pequeños que los detectables en la medición de transporte.

El desanclaje de los vórtices, detectado cuando el voltaje dc se hace finito se observa en susceptibilidad cuando las curvas de $I_{dc} \neq 0$ se separan de la de $I_{dc} = 0$. Para temperaturas donde los vórtices están anclados, V_{dc} es cero y la susceptibilidad es independiente de la corriente aplicada.

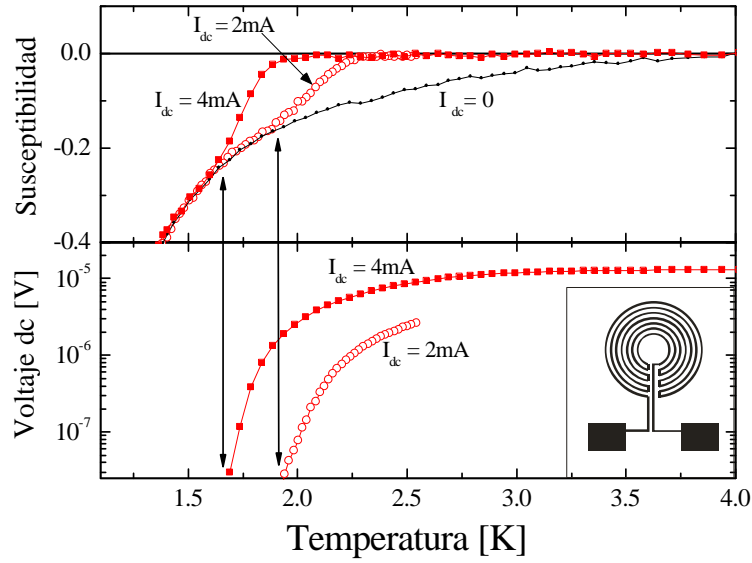


Figura 8.5: Susceptibilidad en función de la temperatura con corriente de transporte aplicada. El desanclaje de los vórtices, detectado por $V_{dc} \neq 0$, coincide con aquel donde χ' se separa, señalado por las flechas verticales. En el inset se muestra un esquema de una bobina serpentina circular. Símbolos pequeños: $I_{dc} = 0$. Círculos huecos: $I_{dc} = 2 \text{ mA}$. Cuadrados rellenos: $I_{dc} = 4 \text{ mA}$. Muestra M12, bobinas circulares. $I_{ac} = 50 \mu\text{A}$, $\nu = 100 \text{ kHz}$.

Otro factor que se destaca en esta figura es la manera en que cada una de las curvas tiende al estado de $\chi' = 0$. La curva de $I_{dc} = 0$ se acerca a ese estado muy lentamente al incrementar la temperatura. Las fluctuaciones térmicas son importantes en el movimiento de los vórtices, pero éstos no están completamente libres y siguen percibiendo los efectos del potencial de anclaje aún hasta temperatura relativamente alta (unos 4 K). En cambio las curvas de I_{dc} no nula llegan rápidamente al estado de $\chi' = 0$. Lo que ocurre aquí es que los vórtices una vez puestos en movimiento por la corriente se encuentran básicamente desacoplados del potencial de anclaje. Sin embargo debe notarse que este estado no corresponde aún a la fase completamente disipativa (normal) de la RJJ como puede concluirse a partir de la observación de los datos de transporte. Por ejemplo en el rango de temperaturas de $T = 2$ a 3 K la curva de susceptibilidad con 4 mA de corriente aplicada es nula pero V_{dc} no alcanzó aún su valor de saturación, poniendo en evidencia que el voltaje dc es aún no-lineal con la corriente.

Las mediciones presentadas en esta sección fueron obtenidas con bobinas serpentina *circulares*. Estas fueron fabricadas para tener como referencia del mismo tipo de bobinas serpentina, pero sin la componente anisotrópica. En el inset de la parte inferior de la Figura 8.5 hay un esquema de una bobina serpentina circular. Siguen la misma idea que las bobinas serpentina, es decir plana y en una sola capa, pero manteniendo lo más posible la simetría de rotación. El secundario se coloca encima del primario, alineado y rotado con los contactos en sentido contrario, igual que en las bobinas serpentina. Estas bobinas detectan básicamente lo mismo que las bobinas serpentina lineales, pero no distinguen entre dirección longitudinal y transversal. Para estudiar el comportamiento dinámico con corriente son perfectamente útiles, siempre que no se requiera detectar características anisotrópicas de la muestra.

Este tipo de gráficos de χ' en función de la temperatura tienen el inconveniente de que la escala de energías dada por $E_J(T)$ cambia de un punto al siguiente. No sólo las fluctuaciones térmicas varían, también lo hace el acoplamiento Josephson. Por ello resulta de gran utilidad

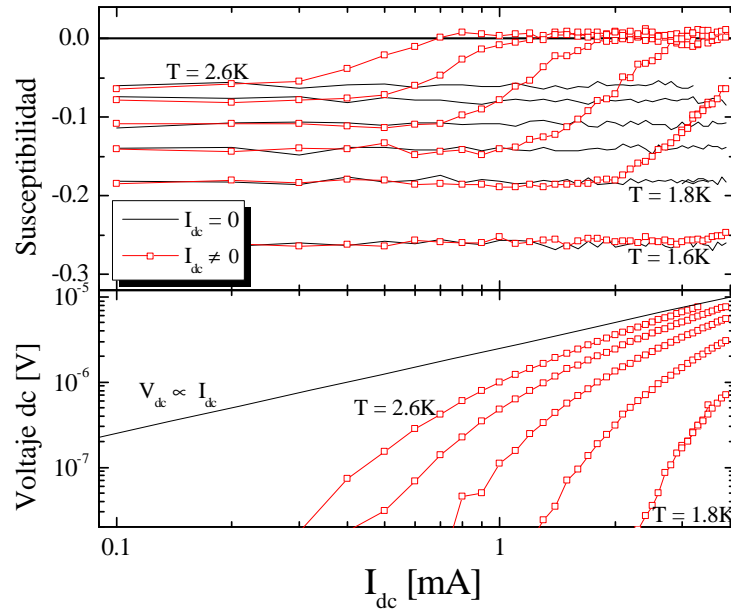


Figura 8.6: Panel superior: Susceptibilidad en función de la corriente dc aplicada, para las temperaturas $T = 1.6$ a 2.6 K. Las líneas continuas fueron medidas sin corriente aplicada, $I_{dc} = 0$, equivalentes al primer punto de las líneas de símbolos huecos. Panel inferior: Características $V - I$, medidas simultáneamente con la susceptibilidad del panel superior. La corriente a la que se separan χ' con y sin corriente a cada temperatura corresponde a la corriente a la que comienzan a moverse los vórtices. La línea recta corresponde a un voltaje proporcional a la corriente. Muestra M12, bobinas serpentina circulares. $I_{ac} = 50\mu\text{A}$ $\nu = 100$ kHz

medir a temperatura fija, en función de la corriente. En la Figura 8.6 se muestran algunas de estas curvas, medidas simultáneamente con características $V - I$. Se ven esencialmente los mismos fenómenos. Cuando la corriente es pequeña, menor que la corriente de desanclaje $I_{da}(T)$, los vórtices no se mueven, por lo que $V_{dc} = 0$ y la susceptibilidad es independiente de la corriente aplicada. Al incrementar la corriente aplicada y llegar a $I_{da}(T)$ los vórtices son puestos en movimiento. Esto es detectado tanto en que V_{dc} se hace finito, como en que χ' se aleja del valor de corriente nula. Al seguir incrementando la corriente χ' se acerca progresivamente a 0. Al igual que en la curva $R - T$ debe notarse que este estado de $\chi' = 0$ no corresponde aún al estado normal de la RJJ, debido a que el voltaje crece no-lineal con la corriente aplicada. Esto es sencillo de ver comparando las curvas de V_{dc} con la línea continua, que satisface $V_{dc} \propto I_{dc}$. Al continuar incrementando la corriente eventualmente se alcanza el régimen de voltaje proporcional a la corriente, correspondiente al estado normal de la RJJ.

Anisotropía en la estructura de vórtices

Como se describió en la sección 7.4, existen varias maneras de implementar la medición del carácter anisotrópico de la estructura de vórtices en movimiento. Una es colocar dos series de bobinas, una en cada dirección principal. Otra consiste en rotar las bobinas respecto de la muestra. En esta tesis se implementó la variante más sencilla y accesible experimentalmente, que consiste en usar una única bobina fija a la muestra y rotar la corriente aplicada. Esto no es ideal pero permite, si algunas condiciones se cumplen, medir χ' en las direcciones paralela y perpendicular a la corriente. El problema fundamental de esta variante es que supone que la corriente crítica de las juntas es constante y homogénea a lo largo y ancho de toda la red. Para comparar χ'_{\parallel} con χ'_{\perp} es necesario aplicar una dada magnitud de corriente en las dos

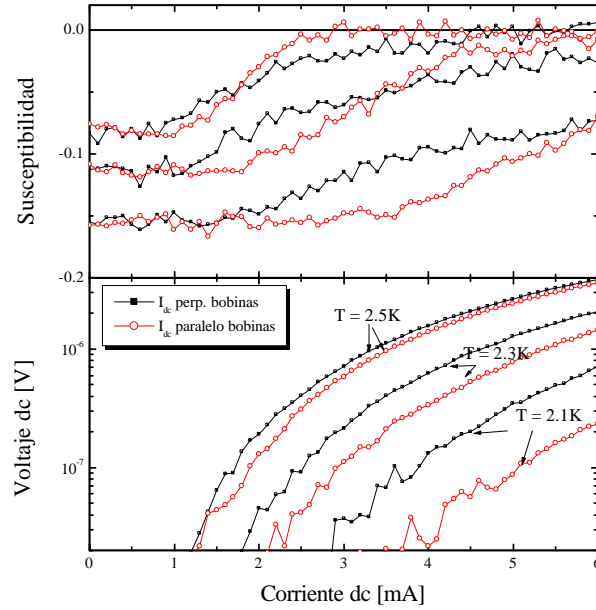


Figura 8.7: Susceptibilidad en función de la corriente dc en ambas direcciones, para las temperaturas $T = 2.1, 2.3$ y 2.5K . Muestra M8, bobinas serpentina $I_{ac} = 50\ \mu\text{A}$, $\nu = 40\ \text{kHz}$.

direcciones y comparar los valores de susceptibilidad obtenidos en cada caso. Resulta difícil atribuir una diferencia a la orientación de la corriente, ya que también puede ser producto de que las corrientes críticas de las juntas sean diferentes en una dirección y en otra debido a una inhomogeneidad en la fabricación.

En la Figura 8.7 se presenta una gráfica parecida a la Figura 8.6 pero esta vez medida con bobinas serpentina lineales, con corriente I_{dc} aplicada en ambas direcciones, paralela y perpendicular a las bobinas. En el panel inferior se presentan las curvas $V - I$ correspondientes a cada caso, también en ambas direcciones. En las curvas de transporte se ve claramente la diferencia de corrientes críticas al colocar corriente en ambas direcciones. Atribuimos esta diferencia a una inhomogeneidad en los acoplamientos medios de las juntas a lo largo de las direcciones x e y debido a imperfecciones en la fabricación. Esta diferencia se refleja directamente en las curvas de χ'_{\parallel} y χ'_{\perp} . El desanclaje, es decir el comienzo de la transición del estado superconductor al estado normal ocurre a distintos valores dependiendo de la dirección de la corriente, con una diferencia que esta de acuerdo con las corrientes críticas observadas en las curvas $V - I$.

Con el fin de caracterizar la muestra al variar el ángulo de la corriente se han realizado algunas mediciones como la que se presenta en la Figura 8.8. Allí se grafica el voltaje en la dirección y en función del voltaje en x , al aplicar corriente a distintos ángulos, para varias temperaturas. En una muestra ideal, homogénea, éstas curvas a temperaturas altas serían circulares. Estas curvas son claramente ovaladas. Además existe una rotación del voltaje respecto de la corriente, que es puesto en evidencia por las líneas radiales. Estas unen puntos de corriente en los ejes principales de simetría, y están claramente desalineados. En principio podría atribuirse esta rotación a desalineación de los contactos de voltaje y corriente. Sin embargo, la geometría de los contactos está definida por la litografía (ver por ejemplo la Figura 2.2), y su alineación es mejor que 0.1° . Además, la desalineación de los contactos debería medirse como una rotación fija, independiente de la temperatura. En cambio se observa que la rotación del voltaje respecto de la corriente (el ángulo de las líneas radiales) cambia al variar la temperatura. Una única fuente puede dar cuenta de este tipo de variación,

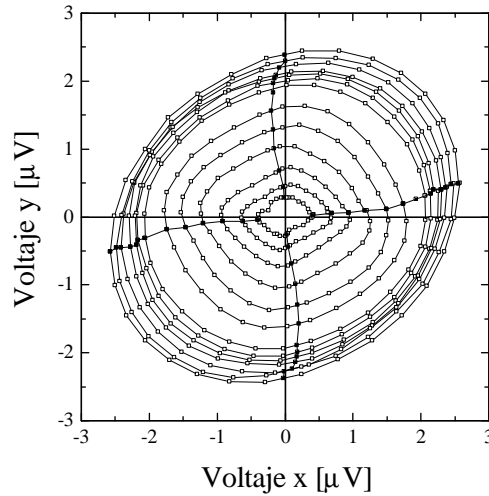


Figura 8.8: Curvas paramétricas de voltaje medidas colocando corriente a diferentes ángulos. Las líneas radiales señalan puntos de corriente aplicada en los ejes principales. Muestra M8. $T = 3.2$ a 5.6 K.

y es un desorden en los acoplamientos, con juntas de corrientes críticas y temperaturas de transición diferentes a lo largo y ancho de la muestra. De este modo, a medida que algunas juntas se hacen superconductoras, la distribución de corriente en el plano cambia y por ende los voltajes longitudinal y transversal cambian.

Hemos intentado compensar la inhomogeneidad de la muestra de varias maneras. Un intento fue medir a módulo de voltaje fijo, lo cual implica medir a velocidad media de los vórtices fija. Otra manera, que finalmente produjo mejores resultados fue normalizar la corriente por la *corriente de desanclaje* $I_{da}(T)$ para cada dirección de la corriente. Esta puede ser obtenida ya sea por mediciones de transporte como de la susceptibilidad.

Una vez realizada esta normalización queda en evidencia la diferencia entre ambas direcciones de la corriente. La susceptibilidad con corriente paralela a las bobinas cae más rápido que las de corriente perpendicular. En la Figura 8.7 las curvas de χ' con corriente paralela alcanzan el valor cero a corrientes menores que las de corriente perpendicular a las bobinas.

Para observar esto más claramente confeccionamos un diagrama de fases dinámico corriente-temperatura con corriente en ambas direcciones, que presentamos en la Figura 8.9. Allí presentamos los valores de la corriente de desanclaje $I_{da}(T)$ determinado a partir de las curvas de susceptibilidad y los valores de corriente a los cuales se anula χ' , $I_{\chi'=0}(T)$. Este último da una idea de la corriente necesaria para romper el orden o coherencia de la estructura móvil de vórtices. En la figura las corrientes están normalizadas por $I_{da}(2.1 K)$ en la dirección correspondiente. Debido a esta normalización, las corrientes de desanclaje en ambas direcciones coinciden. En cambio los valores a los cuales χ' se anula en cada dirección son claramente diferentes. Atribuimos esta diferencia a la anisotropía de los regímenes dinámicos. Para corriente paralela a las bobinas el estado de $\chi' = 0$ se alcanza a una corriente relativa mucho menor que para el caso de corriente perpendicular a las bobinas. La zona rayada está caracterizada por una susceptibilidad claramente anisotrópica.

En nuestro experimento, cuando la corriente es aplicada paralela a las bobinas, la perturbación empuja a los vórtices en la dirección que no conservan orden, y χ' alcanza el valor nulo rápidamente. Por el contrario, cuando la corriente se coloca perpendicular a las bobinas, la perturbación empuja a los vórtices perpendicular a su movimiento. En

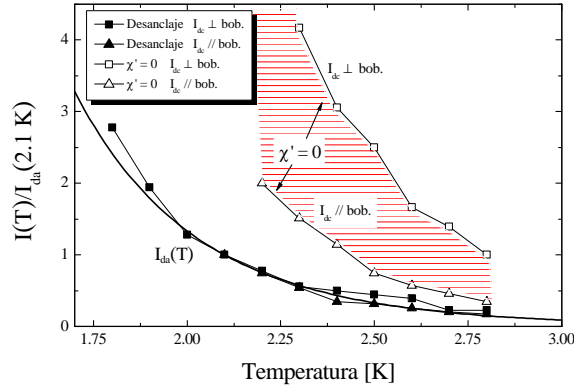


Figura 8.9: Diagrama de fases dinámico corriente-temperatura para corriente en ambas direcciones principales, obtenido a partir de los datos de la Figura 8.7. Los símbolos llenos corresponden a las corrientes de desanclaje a cada temperatura $I_{da}(T)$ y los símbolos huecos a las corrientes a las que se χ' alcanza el valor cero. Los cuadrados corresponden a corriente perpendicular a las bobinas y los triángulos a corriente paralela. La línea gruesa continua es la corriente crítica, ecuación 8.1.

esta dirección mantienen el orden hasta corrientes mayores, observado en que la corriente normalizada necesaria para alcanzar $\chi' = 0$ es más de dos veces mayor que en la otra dirección. Este resultado experimental está de acuerdo con una longitud de coherencia anisotrópica, por ejemplo como en la imagen propuesta en [4], donde proponen la existencia de una fase esméctica. En esta fase los vórtices se mueven por canales estáticos bien definidos conservando la correlación perpendicular a los canales, pero perdiendo la correlación a lo largo de ellos. Sin embargo este experimento no alcanza a distinguir entre esta imagen y la propuesta por Giarmarchi y Le Doussal[5] quienes predijeron la existencia de una fase tipo vidrio de Bragg en movimiento, que tiene una estructura con un decaimiento tipo ley de potencias en las correlaciones posicionales de los vórtices que son anisotrópicas con respecto a la dirección de la corriente

Al confeccionar este mismo diagrama de fases medido con las bobinas serpentina circulares, no se observa el efecto de la anisotropía. Si bien la corriente crítica en las dos direcciones difiere, al normalizar la corriente los valores de $I_{\chi'=0}(T)$ para las dos direcciones coincide. Esta es una prueba más de la existencia de la anisotropía detectada por las bobinas serpentina. Todo el comportamiento dinámico aquí descrito ocurre a temperaturas menores que $T = 4\text{ K}$, a la cual la susceptibilidad sin corriente aplicada se anula, como se observa en la Figura 8.5.

Hemos mostrado que esta medición de χ' con corriente en ambas direcciones es extremadamente dependiente de la homogeneidad de la muestra. Y esta es muy difícil de obtener en RJJ en las escalas tan grandes como 1 cm. El paso de la fabricación más crítico es el ataque por iones de Ar^+ , cuyo haz tiene un tamaño típico de 0.5 cm. Usualmente y con el fin de minimizar la inhomogeneidad del ataque, la muestra se mueve continuamente delante del haz. Este protocolo de movimiento no fue estudiado minuciosamente ya que no fue hasta las etapas finales de esta tesis que se atribuyó una extrema importancia a la homogeneidad de la RJJ. En etapas posteriores será necesario optimizar este protocolo de movimiento de la muestra frente al haz de iones para asegurar una mejor calidad de las redes fabricadas.

8.5. Conclusiones y proyección

Las bobinas serpentina desarrolladas en esta tesis muestran claras ventajas sobre las bobinas 3D para la medición de muestras bidimensionales como las RJJ y películas superconductoras. Esto es principalmente debido a la muy pequeña distancia que separa la muestra de las bobinas, a todo lo largo de éstas. Por ello todo el largo de las bobinas aporta en la excitación y detección.

Estas mediciones de susceptibilidad complementadas con transporte dan un panorama muy completo sobre la dinámica de vórtices en RJJ. Hemos mostrado que la magnitud de χ' provee información sobre el desanclaje de los vórtices del potencial periódico que constituyen las RJJ. También da información sobre el orden estructural de la red de vórtices puesta en movimiento por la corriente. Hemos presentado evidencia de la anisotropía en el régimen dinámico de los vórtices.

Para obtener evidencia más directa sobre esta anisotropía es necesario reducir la inhomogeneidad de las RJJ fabricadas. En fabricaciones subsiguinetes será necesario optimizar el protocolo de ataque con iones, ya que esta es la principal fuente de inhomogeneidad. Una estrategia alternativa es estudiar estos efectos dinámicos en otro tipo de muestras más intrínsecamente homogéneas, como películas delgadas de materiales SC. Los potenciales ya no serían periódicos como las RJJ, pero de todos modos los regímenes dinámicos y las fases anisotrópicas fueron originariamente estudiadas en sistemas con sitios de anclaje desordenado [4, 5]. Los candidatos ideales son las películas de NbGe y MoGe. Estas películas delgadas son amorfas, con muy bajo anclaje y consecuentemente baja corriente crítica. Han sido estudiadas por años en los grupos de A. Kapitulnik en Stanford y P. H. Kes en Leiden, Holanda [6–9]. Se estableció contacto con Marcel Hesselberth, de este último grupo, con el fin de depositar este tipo de películas sobre las bobinas serpentina. Ya han sido fabricadas cuatro de estas muestras, que a la fecha están siendo estudiadas (junio de 2004). Otro experimento que puede ayudar a comprender los regímenes dinámicos es medir RJJ triangulares, donde el potencial de anclaje es diferente de las redes cuadradas aquí estudiadas.

Bibliografía

- [1] D. E. Shalóm y H. Pastoriza, *J. Low Temp. Phys.* **135**, 153 (2004).
- [2] V. Ambegaokar y B. I. Halperin, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 1364 (1969).
- [3] S. P. Benz, M. S. Rzechowski, M. Tinkham, y C.J.Lobb, *Phys. Rev. B* **42**, 6165 (1990).
- [4] L. Balents, M. C. Marchetti, y L. Radzihovsky, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 751 (1997).
- [5] T. Giamarchi y P. L. Doussal, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3408 (1996).
- [6] J. M. Graybeal y M. R. Beasley, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 173 (1986).
- [7] M. C. Hellerqvist, D. Ephron, W. R. White, M. R. Beasley, y A. Kapitulnik, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4022 (1996).
- [8] M. C. Hellerqvist y A. Kapitulnik, *Phys. Rev. B* **56**, 5521 (1997).
- [9] J. M. E. Geers, C. Attanasio, M. B. S. Hesselberth, J. Aarts, y P. H. Kes, *Phys. Rev. B* **63**, 094511 (2001).

Agradecimientos

La primera persona a quien quiero agradecer es a Hernán, que me ha dirigido en estos últimos (siete!!) años. Gracias por darme apoyo, acompañarme y alentarme a lo largo de los años. Y por todas esas discusiones sobre física de donde surgieron muchas de las ideas de este trabajo.

A Sebas, con quien compartí una parte importante del tiempo y trabajo de esta tesis.

A la gente de BT, por lo cotidiano. Las charlas en la cocina, las manos siempre dispuestas a ayudar. Gracias a Javier, María Elena, Ana Emilia. Al Tano y sus preguntas de computación. A Julio y Gladys por su apoyo tanto dentro como fuera del laboratorio. A Paco por su entusiasmo y disposición. A Gerardo, el Gringo, Sergio y Rodolfo por su buena onda. A la muchachada del labo: en los primeros años Yanina, Boris, Mariela, Mariano. A Pablo por las horas que se pasó explicándome electrónica (infructuosamente). Y en los últimos años, Cesar, Carlos, Moira, Darío, Nico, Nestor. A Germán que me bancó en su casa unos meses.

A Daniel y Flavio, que me invitaron y bancaron durante mi estadía en Lucent, y con quienes aprendí mucho de lo que sé de microfabricación.

Al IB, CAB y la CNEA, instituciones (y gente) que me bancaron no sólo económicamente en la tesis. En particular a las Secretarías de Instituto, la gente de Personal y Biblioteca, por su disposición a ayudarme cada vez que lo que necesité.

A los muchachos de IB96 que todavía andan por Bariloche, y otros que ya se fueron. Con ellos compartí gran parte mi tiempo “no académico” en Bari.

A los Fideos: Diego, Pedro, Emi, Nico, Lucas y Lío, que siguen tan pegados a mí como siempre.

A mi mamá, papá, Carina y Fabi, que siempre me han apoyado en todas las decisiones, y me han acompañado a pesar de la distancia. A toda la familia: tíos, primos, abuelos, cuñados!!

Y por supuesto, a Maru. Que me acompañó en los últimos años de la tesis. Por su apoyo continuo e “in situ”, y principalmente por aguantarme en estos últimos meses. No debe haber sido fácil.

Muchas Gracias a todos,

Diego

Trabajos Publicados

Publicaciones relacionadas con este trabajo de tesis

Experimental evidence for anisotropic response of a driven vortex lattice

D.E. Shalóm, y H. Pastoriza. Solid State Commun., **126**, 379-383 (2003).

Experimental Method to Measure Anisotropic Transport in 2D Superconductors

D. E. Shalóm, y H. Pastoriza. J. Low Temp. Phys., **135**, 153-156 (2004).

Finite Josephson junction arrays with open boundaries in magnetic field: Ground state energy and first critical field

D. E. Shalóm, J. S. Reparaz, y H. Pastoriza. Eur. Phys. J. B, **40**, 409-413 (2004).

Vortex motion rectification in Josephson junction arrays with a ratchet potential

D. E. Shalóm, y H. Pastoriza. Phys. Rev. Lett., **94**, 177001-1 a 177001-4, (2005).

Otras publicaciones realizadas durante el período de trabajo

A micromachined vacuum triode using a carbon nanotube cold cathode

C. Bower, D. E. Shalóm, W. Zhu, G. P. Kochanski, P. L. Gammel, y S. Jin. IEEE Trans. Electron Devices, **49**, 1478-1483 (2002).

On-chip vacuum microtriode using carbon nanotube field emitters

C. Bower, W. Zhu, D. E. Shalóm, D. López, L. H. Chen, P. L. Gammel, y S. Jin. Appl. Phys. Lett. **80**, 3820-3822 (2002).



PERGAMON

Available online at www.sciencedirect.com



Solid State Communications 126 (2003) 379–383

**solid
state
communications**

www.elsevier.com/locate/ssc

Experimental evidence for anisotropic response of a driven vortex lattice

D.E. Shalóm, H. Pastoriza*

Comisión Nacional de Energía Atómica, Centro Atómico Bariloche and Instituto Balseiro, Av. Bustillo 9500, R8402AGP San Carlos de Bariloche, Argentina

Received 21 February 2003; received in revised form 10 March 2003; accepted 11 March 2003 by M. Cardona

Abstract

We present kinetic inductance measurements in current driven Josephson junction arrays. Measurements performed with circular coils indicate that this technique is very sensitive to the vortex mobility. Results obtained with anisotropic detection coils provide experimental evidence for the anisotropic response of a driven vortex lattice. Anisotropic behavior is obtained when rising the temperature or the mean vortex velocity as indicated by the loss of the superconducting shielding capability, first in the direction of vortex motion and then in the perpendicular direction.

© 2003 Elsevier Science Ltd. All rights reserved.

PACS: 74.60.Ge; 74.50.+r; 74.80.-g

Keywords: A. Superconductors; B. Josephson junction arrays; D. Flux flow; E. Kinetic inductance

1. Introduction

The study of the dynamic behavior of elastic media in the presence of different static potentials has attracted much attention in recent years. Superconducting vortices are almost ideal for studying the phenomenology of these systems because relevant properties such as density, interactions and external force can be easily controlled.

Much work has been done on the problem of moving vortex systems. Depending on the velocity and type of static potential one can expect to have different dynamical phases. Giarmarchi and Le Doussal [1] have predicted the existence of a moving-Bragg-glass phase in a weak disordered static potential for high driving currents. The moving-Bragg-glass phase is free from dislocations, with power law decay of the positional correlations which are anisotropic with respect to flow direction. On the other hand, Balents, Marchetti and Radzihovsky [2] have argued for a smectic phase. In this phase, vortices move along well defined static channels,

conserving the correlation perpendicular to the channels, but being uncorrelated along them. A number of experimental reports have presented evidence for the existence of these dynamical phases and their channel-type motion [3–6]. The case of periodic potentials has been studied by several authors [7–9]. In particular, Marconi and Domínguez [9,10] have found a transversely pinned vortex lattice with characteristics similar to those found for the disordered pinning case. This transversely pinned phase is distinguished by anisotropic Bragg peaks, quasi-long-range order, transverse superconducting coherence and zero transverse resistivity. One of the most relevant properties of all these moving vortex phases, for both disordered and periodic pinning potentials, is the existence of barriers to a small force transverse to the direction of motion. These barriers could be detected as an effective critical current in the transverse direction [11].

Kinetic inductance techniques have proven to be a valuable tool for measuring superconducting characteristics of two dimensional systems [12–14]. In this work we use a variation of this technique, which is capable of examining the anisotropic character of dynamical phases. Instead of using circular coils, we use rectangular coils with high

* Corresponding author. Tel.: +542944445171;
fax: +542944445299.

E-mail address: hernan@cab.cnea.gov.ar (H. Pastoriza).

Experimental Method to Measure Anisotropic Transport in 2D Superconductors

D. E. Shalóm and H. Pastoriza

*Comisión Nacional de Energía Atómica, Centro Atómico Bariloche and
Instituto Balseiro, R8402AGP San Carlos de Bariloche, Argentina*

A two-coil kinetic inductance technique for measuring anisotropic response in two-dimensional (2D) superconductors is presented. Serpentine-shaped coils are lithographically patterned directly on top of the sample, separated by isolation layers. The drive and receive coils are positioned in a way that enhances signal from longitudinal currents and reduces transversal ones, maximizing the ratio. Anisotropic transport can be directly measured with this technique, even when anisotropy is induced by the transport current.

PACS numbers: 74.78.-w, 74.81.Fa, 74.25.Nf

Many physical systems present an anisotropic character in their electrical properties. A usual procedure to measure this anisotropy is to lithographically pattern the sample into a star-like shape. Current can be applied and voltage measured in either direction, obtaining anisotropic ratio of the transport in a direct way. However there are cases where the anisotropy is induced by the current itself, therefore this approach can no longer be applied. The dynamical phases of vortex matter in superconductors are paradigmatic examples where vortex motion is induced by externally injected driving currents^{1,2}. Many numerical simulations³ and experiments⁴ have studied these dynamical anisotropic phases. However none of these experiments directly measure the transport anisotropy.

In order to overcome the intrinsic difficulties of measuring transport anisotropy induced by the current itself, in a previous work we presented a variation of the kinetic inductance technique⁵, a contactless method that can be used while an external current is injected to the sample. The main improvement was the implementation of rectangular coils with high aspect ratio. Shielding currents induced in the sample by the primary coils are pre-

Finite Josephson junction arrays with open boundaries in magnetic field: Ground state energy and first critical field

D.E. Shalóm, J.S. Reparaz, and H. Pastoriza^a

Centro Atómico Bariloche and Instituto Balseiro, Comisión Nacional de Energía Atómica, R8402AGP S.C. de Bariloche, Argentina

Received 15 December 2003

Published online 13 July 2004 – © EDP Sciences, Società Italiana di Fisica, Springer-Verlag 2004

Abstract. We have investigated the size dependence of the ground state energy as a function of the magnetic field in Josephson junction arrays with open boundaries. We present a simple *rings* model that reproduces with great confidence the size and field dependence of the energy of the system obtained by numerical simulation of the Hamiltonian. From these results we obtained the size dependence of the first penetration field, where the one-vortex state becomes favorable compared to the zero-vortex state.

PACS. 74.81.Fa Josephson junction arrays and wire networks

1 Introduction

Josephson junctions have been vastly studied for a number of years as paradigmatic systems for studying phase transitions in two dimensions [1], model high temperature superconductors [2], and studying quantum transitions [3]. The technological ability to fabricate these structures of high quality and the possibility to make numerical simulations of model systems have fostered its study. However, most of the large quantity of publications related with this subject were concentrated in infinite systems. In numerical simulations periodic or quasi-periodic boundary conditions were used to obtain the thermodynamic limit. For example the vortex density induced in a sample is directly determined by the applied magnetic field. On the other hand, all experiments are performed in samples of finite size mostly with open boundaries where size effects hardly could be neglected. Transport measurements involving vortex motion across the samples is strongly affected by vortex–boundary interaction that generates a “surface” barrier [4] or could induce vortex reflection at the sample border [5].

In this regard a number of relevant questions arise: Which would be the equilibrium vortex density in a finite system for a given applied magnetic field? Which would be its structure? Is there a range of fields where a “Meissner” phase without vortices in the sample would exist?

In this work we concentrate in the last question. We have calculated analytical and numerically the ground state of finite square Josephson junction arrays as a function of the magnetic field without and with one vortex in

the array. From these calculations we obtain a *first vortex penetration field* as a function of the sample size.

2 Model

The energy for a single Josephson junction between two superconducting electrodes, i, j , without taking into account the electrostatic energy can be written as:

$$E_J(i, j) = \frac{\hbar I_c}{2e} (1 - \cos(\gamma_{i,j})) \quad (1)$$

where $\gamma_{i,j} = (\theta_i - \theta_j - \frac{2e}{\hbar c} \int_i^j \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})$ is the gauge invariant phase difference between electrodes, and I_c is the critical current of the junction, e is the electron charge, and \mathbf{A} is the magnetic vector potential.

The Hamiltonian for a network of junctions can be expressed as:

$$H_{JJA} = \frac{1}{2} \sum_{i, \langle j \rangle} E_J(i, j) \quad (2)$$

where i spawns to all sites of array and $\langle j \rangle$ to all nearest neighbors of i . In this model Hamiltonian the capacitive and inductive contributions are neglected.

We are interested in the behavior of finite arrays, which implies that there are superconducting islands located in the perimeter that have less neighbor islands than those located in the interior of the array. In these circumstances the ground state of the system in the presence of a perpendicular magnetic field can not be described by a Bravais lattice of vortices as in infinite systems [6].

^a e-mail: hernan@cab.cnea.gov.ar

Vortex Motion Rectification in Josephson Junction Arrays with a Ratchet Potential

D. E. Shalóm* and H. Pastoriza†

Centro Atómico Bariloche, Comisión Nacional de Energía Atómica, Av. Bustillo 9500, R84002AGP S. C. de Bariloche, Argentina
(Received 18 November 2004; published 5 May 2005)

By means of electrical transport measurements we have studied the rectified motion of vortices in ratchet potentials engineered on overdamped Josephson junction arrays. The rectified voltage as a function of the vortex density shows a maximum efficiency close a matching condition to the period of the ratchet potential indicating a collective vortex motion. Vortex current reversals were detected varying the driving force and vortex density revealing the influence of vortex-vortex interaction in the ratchet effect.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.94.177001

PACS numbers: 74.81.Fa, 05.40.-a, 74.25.Qt, 74.50.+r

The rectification of motion by asymmetric periodic potentials, the so called ratchet effect, has been addressed extensively in recent years [1–3]. The suggestion that directed motion in biological systems is driven by this effect has largely triggered the research in this subject [4]. In this Letter we address this subject by studying superconducting vortices which has been proven to be a paradigm for testing a number of statistical phenomena due to the ability of controlling density and interactions. The ratchet effect on superconducting vortices has been studied for numerous vortex pinning potentials [5–9] and suggested as a method to reduce vortex density or even generate lensing and guidance of vortices [10,11]. In Josephson junction arrays (JJA) and SQUIDs, asymmetric potentials for vortices and fluxons were also proposed and studied [12–15]. In this Letter we present measurements on JJAs where the asymmetric periodic pinning potential was created. We were able to detect rectification in the vortex motion and study the ratchet effect. By changing the periodicity of the potential we were able to study collective effects in this phenomena.

Our JJAs were fabricated by *e*-beam lithography and Ar⁺ ion milling starting from a 2000 Å/2000 Å Lead-Copper bilayer. The gap between Pb islands was modulated with a sawtooth function across the arrays from 0.2 to 1 μm, while keeping 5 μm as the center to center distance between islands. In all cases sample size were 100 × 100 islands. Different samples with periods of the ratchet potential $P = 7, 10,$ and 15 array cells were built maintaining the overall width of the array constant (hereafter called V7, V10, and V15, respectively). In Fig. 1 we show a scanning microscope picture of a representative region of one of the samples.

Because of the discreteness of the JJA, the energy associated with a single vortex is position dependent [16]. This feature is responsible for the existence of a finite critical force for the vortex motion (made evident through a critical current) and is responsible for the guiding of vortices [17]. To obtain an insight on the static energy landscape for a vortex in these ratchet JJAs, we performed a series of numerical simulations. We modeled a square array of

superconducting islands connected by ideal Josephson junctions of coupling energy E_J . No resistive or capacitive terms were considered. Every junction energy can be summed to give the Hamiltonian

$$H = \sum_{\langle i,j \rangle} E_J^{i,j} [1 - \cos(\varphi_i - \varphi_j - A_{ij})],$$

where φ_i stands for the phase of the superconducting order parameter in the island i , the sum is taken over nearest-neighbor pairs, $A_{ij} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_j^i \vec{A} d\vec{l}$, \vec{A} is the vector potential, and $E_J^{i,j}$ embodies the modulation of the coupling energy to build the ratchet potential. This Hamiltonian assumes an infinite penetration depth of the magnetic field, $\lambda_{\perp} = \infty$ (no self fields are taken into account). Within this model the arctan approximation has been used to construct the phase configurations of a vortex in a homogeneous JJA, and from there, the energy landscape is calculated [18]. It is difficult to generalize this arctan procedure to an inhomogeneous JJA, where coupling energies vary from one

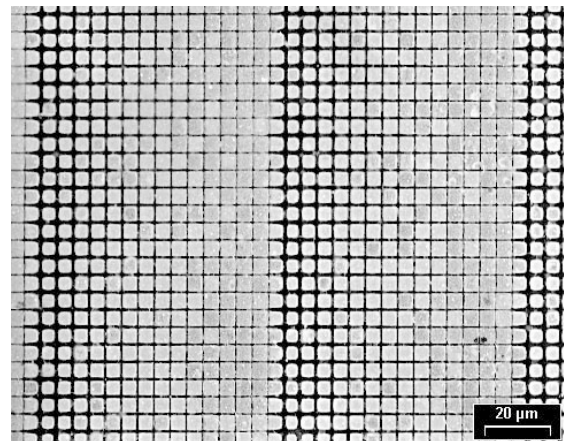


FIG. 1. Scanning electron microphotograph of a region of the sample V15. Light gray regions are Pb superconducting islands, and dark gray regions are Cu underneath. The lattice parameter is 5 μm, and the junction gap varies from 0.2 to 1 μm.

On-chip vacuum microtriode using carbon nanotube field emitters

C. Bower, W. Zhu,^{a)} D. Shalom, D. Lopez, L. H. Chen, P. L. Gammel, and S. Jin
Agere Systems Inc., 600 Mountain Avenue, Murray Hill, New Jersey 07974

(Received 20 February 2002; accepted for publication 4 April 2002)

We show a fully integrated, on-chip, vacuum microtriode fabricated via silicon micromachining processes using carbon nanotubes as field emitters. The triode is constructed laterally on a silicon surface using microelectromechanical systems (MEMS) design and fabrication principles. The technique incorporates high-performance nanomaterials in a MEMS design with mature solid-state fabrication technology to create miniaturized, on-chip power amplifying vacuum devices, which could have important and far-reaching scientific and technological implications. © 2002 American Institute of Physics.

[DOI: 10.1063/1.1480884]

Microwave power tube amplifiers are compact and efficient for many high-power and high-frequency applications. They are the amplifier of choice for radar, electronic warfare, and space-based communications. The use of cold cathodes in vacuum devices further promises to bring together the best features of both vacuum tubes (e.g., high power) and solid-state power transistors (e.g., long lifetime and miniaturization). Cold cathode devices can be turned on instantaneously, without a tedious warm-up period. They can also be operated more efficiently because of the elimination of heating power and the possible incorporation of depressed collectors in the tube to recycle the kinetic energy of the electron beam back to the power supply. Further, in the absence of thermal distortions from the hot cathodes, the grid can now be placed very close to the cathode (e.g., $< 10 \mu\text{m}$), enabling high frequency (e.g., $> 10 \text{GHz}$) and low control voltage (e.g., 50–100 V) operation.

Over the years, there have been considerable efforts spent in building cold cathode microwave power tube amplifiers.^{1–13} All devices have been based on Spindt-type field emitter array (FEA) cathodes as the electron source. Traveling wave tubes operating at 10 GHz with molybdenum FEAs emitting at a current density of 50 A/cm² for a period of 5000 h (at 1% duty cycle) have been demonstrated.^{11–13} However, density modulation at microwave frequencies through gated emission has proven to be difficult due to inadequate emission stability and reliability of the FEA cathodes. As a result, continuous operation of beam tube devices has not been possible, and no practically useful triodes have been reported.

Carbon nanotubes have recently emerged as promising field emitters that can emit large current densities at relatively low electric fields.¹⁴ They are composed of cylindrically arranged graphitic sheets with diameters in the range of 1–30 nm and length/diameter aspect ratios greater than 1000.¹⁵ Of particular interest is the capability of nanotube emitters to stably deliver very high emission currents, as individual nanotubes can emit up to 1 μA ¹⁶ and nanotube films can generate current densities in excess of 4 A/cm².¹⁷

We report here a method for fabricating fully integrated, on-chip, vacuum microtriodes using carbon nanotubes as field emitters via silicon micromachining processes. In contrast to the conventional vertical structures based on Spindt FEAs^{6,7} or metal nanopillar cathodes¹⁸ that involve multilayer deposition and precision alignment, our triodes are constructed laterally on a silicon surface using microelectromechanical systems (MEMS) design and fabrication principles. This approach offers greater flexibility in designing sophisticated microwave devices and circuitries, employs simpler, more reliable and more precise fabrication processes, and produces completely integrated structures.

Our microtriodes were fabricated using a three-layer polycrystalline silicon micromachining process on a silicon nitride coated silicon substrate.¹⁹ The triode structure was chosen because, despite its simple device geometry, its characterization can be easily parameterized and its behavior can provide important insight into the design and performance of more sophisticated devices. The triode here is a micrometer-scale version of a conventional vacuum triode, consisting of a cathode, a grid, and an anode. As shown in Fig. 1(a), each electrode is made of a hinged polysilicon panel that can be rotated and locked into position, once the panel is released by etching away the oxide underneath. Well-aligned carbon nanotubes were selectively grown on the cathode region, as shown in Fig. 1(b), by first depositing a thin, nanotube-nucleating catalyst layer of iron (50 Å) through a shadow mask, and then growing the nanotubes in a microwave plasma of ammonia/acetylene mixture at 750 °C (for details of nanotube deposition, see Refs. 20 and 21). The structure was then assembled by rotating the electrode panels and locking them into the upright positions, as shown in Fig. 1(c). This assembly was done under a microscope using a mechanical microprobe. However, various self-assembly techniques could be used to achieve better manufacturability for future devices.²² The carbon nanotubes grown here were multiwalled and highly oriented, with diameters ranging from 20–50 nm. The nanotube length was determined by controlling the growth time (typical growth rates were $\sim 10 \mu\text{m}$ in length per minute), which, in turn, controlled the spacing between the cathode and grid (and hence the emission field). Figure 2 shows a scanning electron microscopy

^{a)}Author to whom all correspondence should be addressed; Electronic mail: wzhu@agere.com

A Micromachined Vacuum Triode Using a Carbon Nanotube Cold Cathode

Chris Bower, Diego Shalóm, Wei Zhu, Daniel López, Greg P. Kochanski, Peter L. Gammel, *Member, IEEE*, and Sungho Jin

Abstract—A fully integrated on-chip vacuum microtriode using carbon nanotubes as field emitters was constructed laterally on a silicon surface using microelectromechanical systems (MEMS) design and fabrication principles. Each electrode in the triode was made of a hinged polycrystalline silicon panel that could be rotated and locked into an upright position. The device was operated at a current density as high as 16 A/cm^2 . Although the transconductance was measured only at $1.3 \mu\text{S}$, the dc output power delivered at the anode was almost $40\times$ more than the power lost at the grid electrode. The technique combines high-performance nanomaterials with mature solid-state fabrication technology to produce miniaturized power-amplifying vacuum devices in an on-chip form, which could potentially offer a route of integrating vacuum and solid-state electronics and open up new applications for “old-fashioned” vacuum tubes.

Index Terms—Carbon nanotubes, cold cathode, cutoff frequency, field emission, microelectromechanical systems (MEMS), micromachining, microtriode, microwave power amplifiers, transconductance, vacuum microelectronics, vacuum tubes.

I. INTRODUCTION

THE MODERN communication industry was born with the development of gridded vacuum tube amplifiers [1]. These vacuum devices made broadcast radio and television possible. From the onset, the vacuum tubes suffered from many limitations, all related to the use of thermionic cathodes, which typically had to be heated to above 800°C for electron emission to occur. In low power applications (e.g., $<10 \text{ W}$), the power required to heat the cathode can be greater than the power needed to operate the tubes. For high frequency applications (e.g., $>1 \text{ GHz}$), the proximity of the hot cathode makes it difficult to stably position the control grid close enough to the cathode (e.g., $<25 \mu\text{m}$) in order to overcome the transit time limit on the operating frequency of the device [2].

The arrival of solid state transistors and integrated circuits has eliminated the use of vacuum tubes in all low power applications. However, semiconductor technologies, even using new materials such as GaAs and SiC, do not easily solve the power amplification problem, particularly at gigahertz frequencies. To generate the 50–500 watts needed in a wireless base station transmitter, for example, solid state amplifiers have to operate many transistors in parallel with complex microstrip combining circuits and bulky thermal management equipment. In contrast,

vacuum tube amplifiers can be compact and efficient for many high power and high frequency applications. This is in part due to the fundamental speed of electrons in vacuum being about three orders of magnitude faster (with correspondingly less energy loss) than in solids. They are also radiation hard and can be operated over a wider temperature range. Therefore, vacuum tubes remain the amplifier of choice for radar, electronic warfare and space-based communications.

The use of cold cathodes in vacuum devices can potentially bring together the best features of both vacuum tubes (e.g., high power) and solid state power transistors (e.g., long lifetime and miniaturization). Cold cathode devices can be turned on instantaneously, without a tedious warm-up period. They can also be operated more efficiently because of the elimination of heating power and the possible incorporation of depressed collectors in the induction output tubes (true for both hot and cold cathode devices) to recycle the kinetic energy of the spent electron beams back to the power supply. Further, in the absence of thermal distortions from the hot cathodes, the grid can now be placed very close to the cathode (e.g., $<10 \mu\text{m}$), enabling high frequency (e.g., $>10 \text{ GHz}$) and low control voltage (e.g., 50–100 V) operation. In beam forming tubes, density modulation of electron beams by the grid through gated emission thus becomes possible. As a result, a long beam interaction section is no longer required, and the tube length can be shortened. A cold cathode vacuum tube amplifier system is thus attractive to the commercial wireless communications industry, as the highly efficient vacuum devices can help minimize the size of the amplifier electronics in the cellular base stations. They are also especially valuable for space operation where radiation is strong, available power and space is limited, and heat can only be dissipated by radiation.

Over the years, there have been considerable efforts spent in building cold cathode microwave power tube amplifiers [3]–[15]. All devices have been based on Spindt-type field emitter array (FEA) cathodes that were used as the electron source for triodes, klystrons and traveling wave tubes (TWT). TWT devices operating at 10 GHz with molybdenum FEAs emitting at current densities of 50 A/cm^2 for a period of 5000 hours (at 1% duty cycle) have been demonstrated [12]–[14], and a highly stable unmodulated FEA-TWT has also been fabricated that operated at a current density of 11.5 A/cm^2 with a transmission ratio of 99.5%, output power of 55 W and efficiency of 17.2% at 4.5 GHz [15]. However, density modulation at microwave frequencies through gated emission has proven to be difficult, and no practically useful triodes have been reported.

Manuscript received January 16, 2002; revised May 10, 2002. The review of this paper was arranged by Editor D. Goebel.

The authors are with Agere Systems, Murray Hill, NJ 07974 USA (e-mail: wzhu@agere.com).

Publisher Item Identifier 10.1109/TED.2002.801247.